

شمارنده‌های اول یک عدد مانند مادهٔ اولیهٔ کارخانهٔ عددها هستند. همهٔ عددهای طبیعی بزرگ‌تر از یک و غیر اول را می‌توانیم با ضرب شمارنده‌های اول به دست آوریم. امروزه از عددهای اول، که تجزیه و شکسته نمی‌شوند برای رمزگذاری و رمزگشایی استفاده می‌شود.



۱- می‌خواهیم ۱۹ نفر از دانش‌آموزان را برای کارهای مختلف به گروه‌هایی

تقسیم کنیم. آیا می‌توانیم این تعداد را به گروه‌های مساوی تقسیم کنیم؟

اگر تعداد دانش‌آموزان ۷ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟ همه حالت‌های

ممکن را بنویسید.

اگر تعداد آنها ۱۵ نفر باشد، چه گروه‌هایی را می‌توانیم تشکیل دهیم؟



۲- تعدادی از سربازان می‌خواهند رژه بروند. فرمانده آنها آرایش‌های

مستطیلی مختلف برای گروه‌های ۶ نفره را روی کاغذ کشیده است.



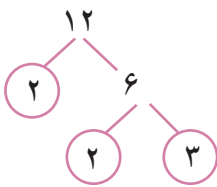
شما هم برای ۸ نفر، آرایش‌های مستطیلی مختلف رسم کنید.

برای ۵ نفر هم آرایش‌های ممکن را رسم کنید.

کدام عددها فقط ۲ آرایش مستطیلی دارند؟

۳- مانند نمونه‌ها با رسم نمودارهای درختی، عددهای داده شده را به صورت ضرب شمارنده‌های

اول بنویسید (تجزیه کنید).



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

۱۵

۱۱

۱۴

۷

۵



هر عدد طبیعی و بزرگ‌تر از یک، که هیچ شمارنده طبیعی به جز یک و خودش نداشته باشد، عدد اول

نامیده می‌شود.

## کار در کلاس



اگر بتوانیم عددی طبیعی را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسیم، عدد مورد نظر، اول نخواهد بود و به چنین عددی، **عدد مرکب** می‌گویند؛ برای مثال؛ ۲۴ عددی مرکب است؛ چون:  $24 = 6 \times 4$

همهٔ عددهای مرکب بین ۱۵ و ۳۰ را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک بنویسید.

## فعالیت



۱- عددهای طبیعی از ۱ تا ۲۰ را بنویسید و دور عددهای اول خط بکشید. آیا

عدد ۱ اول است؟ چرا؟

آیا عدد ۱ مرکب است؟ چرا؟

۲- با توجه به سؤال بالا، عددهای طبیعی را به سه دسته تقسیم کنید و ویژگی‌های هر کدام را بنویسید.

۳- مضرب‌های طبیعی عدد ۲ در زیر نوشته شده است. در صورت امکان، آنها را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

۲ ، ۴ ، ۶ ، ۸ ، ۱۰ ، ۱۲ ، ۱۴ ، ...

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & & \downarrow \\ 2 \times 2 & & 2 \times 3 \end{array}$$

به همین ترتیب، مضرب‌های طبیعی عددهای ۳ و ۴ را بنویسید و در صورت امکان آنها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ بنویسید.

مضرب‌های طبیعی عدد ۳ :

مضرب‌های طبیعی عدد ۴ :

۴- با توجه به سؤال بالا، آیا می‌توانیم بگوییم که همهٔ مضرب‌های یک عدد طبیعی مرکب‌اند؟ چرا؟

عدد ۱ نهٔ اول است نهٔ مرکب؛ به این ترتیب، عددهای طبیعی را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد :

**عددهای اول، عددهای مرکب و عدد یک**

## کار در کلاس



۱- در بین اعداد زیر، اعداد مرکب را مشخص کنید.

۲۱      ۳۱      ۳۵      ۴۷      ۴۹

۲- کدام عددهای طبیعی را می‌شناسید که همهٔ مضرب‌هایشان عددهای مرکب باشند؟

۳- عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ چند تا از مضرب‌های آن عدد اول هستند؟

۴- اگر  $a$  یک عدد اول باشد، آیا همهٔ مضرب‌هایش مرکب‌اند؟



## فعالیت

۱- ب.م.م جفت عددهای داده شده را بنویسید.

$$(۱۵, ۶) = ۳$$

$$(۲, ۸) =$$

$$(۳, ۹) =$$

$$(۱, ۴) =$$

$$(۱۸, ۱۲) =$$

$$(۵, ۱۲) =$$

$$(۱۵, ۴) =$$

$$(۳, ۵) =$$

$$(۲۴, ۲۵) =$$

$$(۱۸, ۲۵) =$$

$$(۷, ۸) =$$

$$(۳, ۳) =$$

اگر ب.م.م (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه [شمارنده] مشترک) دو عدد برابر یک باشد، می‌گوییم آن دو عدد **نسبت به هم اول** هستند؛ برای مثال، عددهای ۸ و ۹ هر دو مرکب‌اند اما چون  $(۸, ۹) = ۱$  می‌گوییم این دو عدد نسبت به هم اول‌اند.

۲- دو عدد اول متفاوت انتخاب کنید و ب.م.م آنها را بنویسید.

آیا می‌توان گفت هر دو عدد اول نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

۳- یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۴- دو عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم اول باشند.

۵- آیا دو عدد طبیعی متوالی نسبت به هم اول می‌شوند؟

۶- اگر دو عدد نسبت به هم اول باشند، ک.م.م آنها چگونه به دست می‌آید؟

## تمرین



۱- برای تساوی روبه‌رو، چهار پاسخ مختلف به دست آورید.  $(\square \text{ و } ۴) = ۱$

۲- عددهای اول بین دو عدد  $۴۰$  و  $۶۰$  را بنویسید.

۳- تعداد عددهای اول کمتر از  $۲۰$ ، هشت عدد است، تعداد عددهای مرکب کوچک‌تر از  $۲۰$  چندتاست؟ چرا؟

۴- آیا جمله زیر درست است؟ چرا؟

«هر عدد طبیعی دست کم ۲ شمارنده دارد.»

۵- مجموع دو عدد اول ۹۹ است. آن دو عدد را مشخص کنید و توضیح دهید که چگونه آنها را پیدا کردید.

۶- پنج عدد بنویسید که غیر از ۲ و ۳ شمارنده اول دیگری نداشته باشند.

۷- عددی در نظر بگیرید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند. حال شش عدد دیگر پیدا کنید که شمارنده‌های عدد مورد نظر باشند.

## خواندنی

دو عدد اول که با هم دو واحد اختلاف دارند را یک جفت عدد **اول دوقلو** می‌نامند، مانند (۳, ۵) یا (۱۱, ۱۳) یا (۱۰۳, ۱۰۱). ریاضیدانان بر این باورند (حدس می‌زنند) که برای دوقلوهای اول پایانی وجود ندارد.

همچنین هر سه عدد فرد و متوالی را، که هر سه اول نیز باشند، اعداد **اول سه قلو** می‌نامند که فقط یک سه قلو اول در بین اعداد طبیعی وجود دارد؛ یعنی (۳, ۵, ۷) و سه قلو دیگری یافت نمی‌شود! چرا؟



می‌خواهیم عددهای اول از ۱ تا ۵۰ را تعیین کنیم.  
ابتدا عددهای ۱ تا ۵۰ را می‌نویسیم.

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸	۴۹	۵۰

– حالا عددهای غیراول را خط می‌زنیم تا عددهای اول باقی بمانند.

۱– آیا عدد ۱ را خط زدید؟ چرا؟

۲– آیا مضرب‌های عدد ۲ را خط می‌زنید؟ چرا؟

– مضرب‌های مرکب عدد ۲ را به صورت  $\diagup$  خط بزنید.

– مضرب‌های مرکب عدد ۳ را خط بزنید.

۳– آیا لازم است مضرب‌های عدد ۴ را خط بزنیم؟ خیر چرا؟ زیرا اگر عددی مضرب ۴ باشد، پیش از آن به عنوان مضرب ۲ خط خورده است.

۴– آیا مضرب‌های عدد ۵ را خط می‌زنید؟ چرا؟  
مضرب‌های مرکب عدد ۵ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۵، که برای اولین بار خط می‌خورد، کدام است؟

۵– آیا مضرب‌های عدد ۶ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۶– آیا مضرب‌های عدد ۷ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۷– مضرب‌های مرکب عدد ۷ را خط بزنید. کوچک‌ترین مضرب عدد ۷، که برای اولین بار خط می‌خورد، کدام است؟

۸– آیا مضرب‌های اعداد ۸ و ۹ و ۱۰ را خط می‌زنید؟ چرا؟

۹- اگر بخواهیم مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزیم، کدام مضرب ۱۱ برای اولین بار خط خواهد خورد؟

۱۰- به این ترتیب، آیا لازم است مضرب‌های عدد ۱۱ را خط بزیم؟

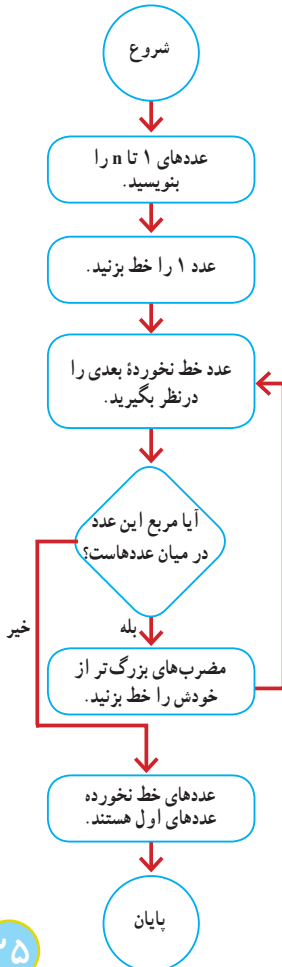
۱۱- آیا عددهای باقیمانده، اول هستند؟

برای تعیین عددهای اول، عدد یک و مضرب‌های مرکب اعداد اول را خط می‌زنیم و خط‌زدن را تا عدد اولی ادامه می‌دهیم که مربع آن، بین عددهای نوشته‌شده نباشد.

## کار در کلاس



نتایج فعالیت قبل، که به آن **روش غربال** می‌گویند در نمودار زیر خلاصه شده است.



این نمودار را برای  $n = 40$  دنبال کنید و همهٔ مرحله‌ها را یک به یک انجام دهید. هر مرحله از نمودار را برای خود توضیح دهید؛ برای مثال، جملهٔ «عددهای ۱ تا  $n$  را بنویسید» را بخوانید و عددهای ۱ تا ۴۰ را در کادر زیر بنویسید. عدد ۱ را خط بزیند. عدد خط‌نخوردهٔ بعدی را، که عدد ۲ است در نظر بگیرید. آیا مربع عدد ۲ بین عددها هست؟ مضرب‌های مرکب آن را خط بزیند. دوباره به مرحلهٔ قبلی برگردید و به همین ترتیب کار را ادامه دهید.

---

---

---

---

---

---

---

---





$$\sqrt{143} = \text{---} \rightarrow$$



۱- از روش غربال برای عددهای ۱ تا ۶۰ استفاده و عددهای اول کمتر از ۶۰ را پیدا کنید.

۲- مشخص کنید که عددهای ۱۰۷ و ۲۵۱ اول اند یا مرکب.

۳- «برای اینکه بفهمیم عددهای کمتر از ۱۰۰ اول اند یا نه، کافی است آنها را به عددهای ۲، ۳، ۵ و ۷ تقسیم کنیم.»

آیا این جمله درست است؟ چرا؟

۴- عددی از ۱۲۰ کوچک تر و از ۱۰۰ بزرگ تر است. برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا نه، حداکثر چند تقسیم انجام می دهیم؟ چرا؟

۵- عددهای ۱ تا ۱۰۰ را بنویسید و غربال کنید؛ سپس به سؤال های زیر پاسخ دهید.

- اولین عددی که خط خورد.
- در مرحله حذف مضرب های ۷، اولین مضرب ۷ که به عنوان مضرب های سایر عددها خط نخورد.
- عددی که با مضرب های آن عدد ۲۴ خط خورد.
- تمام مضرب های ۵ که در مرحله حذف مضرب های ۵ برای اولین بار خط خوردند.

### خواندنی

توزیع و نوع قرار گرفتن اعداد اول بین اعداد طبیعی بسیار نامنظم است و از قانون خاصی پیروی نمی کند ولی همین اعداد اول که به صورتی نامنظم در بین اعداد طبیعی رویداده اند، می توانند هر عدد طبیعی و بزرگ تر از یک را بسازند و به عنوان بلوک های ساختمانی برای اعداد طبیعی به کار بروند.

$$۳۶ = ۲^۲ \times ۳^۲ \quad , \quad ۱۰۰ = ۲^۲ \times ۵^۲$$

$$۲۷ = ۳^۳ \quad , \quad ۵ = ۵^۱ \quad , \quad ۱۲ = ۲^۲ \times ۳$$

## ●●●● مرور فصل ۲ ●●●●

### مفاهیم و مهارت‌ها

اصطلاحات زیر در این فصل به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جمله‌های خود، آنها را توصیف کنید و برای هر کدام مثالی بزنید.

● نمودار درختی ● عدد مرکب ● نسبت به هم اول ● روش غربال  
روش‌های اصلی زیر در این فصل مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و خلاصه‌ی درس را در دفتر خود بنویسید.

- پیدا کردن عددهای اول با روش‌های تقسیم، ضرب و بخش‌پذیری
- تشخیص عددهای اول و مرکب
- تعیین عددهای اول به کمک روش غربال
- دنبال کردن یک دستورالعمل و نمودار
- تعیین اینکه یک عدد، اول یا مرکب است.

### کاربرد

این درس در فصل مربوط به توان و جذر کاربرد دارد. از تبدیل پایه‌های مرکب به پایه‌های عدد اول برای ساده کردن عبارت‌های توان‌دار استفاده می‌شود.

### تمرین‌های ترکیبی

۱- یک عدد مرکب بنویسید که شمارنده‌های اول غیر از ۲ و ۳ نداشته باشد. آیا این عدد و عددی که شمارنده‌های اول آن ۲ و ۵ است، نسبت به هم اول‌اند؟ چرا؟

۲- با روش غربال، عددهای اول بین  $20^\circ$  و  $40^\circ$  را پیدا کنید. در این روش، کار را از خط‌زدن مضرب‌های کدام عدد شروع می‌کنید و با مضرب‌های کدام عدد پایان می‌دهید؟

۳- آیا عدد ۱۳۷ اول است؟ چرا؟

۴- ۲ عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند.