

گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir



# نمونه سوالات تستی

## آشنایی با مقاطع مخروطی

### به همراه پاسخ کلیدی و تشریحی

فصل دوم هندسه دوازدهم

تهیه کننده : عرفان خیامی



۱- دایره به معادله  $a(x^2 + y^2) + b(x + y) = 0$  از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد. شعاع دایره چقدر است؟

(۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{b}{a}$  (۳)  $a\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

سراسری => تجربی => ۷۴ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۰

۲- تمام خطوطی که با دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  زاویه  $90^\circ$  درجه بسازند از نقطه ثابت A می‌گذرند مختصات A کدامست؟

(۱)  $(1, -2)$  (۲)  $(-2, 1)$  (۳)  $(2, -1)$  (۴)  $(-1, 2)$

سراسری => ریاضی => ۷۶

۳- در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه ضلع آن مثلث یا امتداد آنها به یک فاصله باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سراسری => تجربی => ۸۰

۴- دو دایره به معادله‌های  $x^2 + y^2 - 4x + 4y = 1$  و  $x^2 + y^2 - 4x + 8y + 19 = 0$  نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

(۱) مماس خارجی (۲) مماس داخلی (۳) متقاطع در دو نقطه (۴) یکی خارج دیگری

سراسری => تجربی => ۸۰

۵- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 13$  و  $x^2 + y^2 + 2x = 1$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

(۱) مماس داخل (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) متداخل

سراسری => تجربی => ۸۳

۶- دسته خطوط به معادلات  $(m+2)y + (m+1)x + 1 = 0$  قطرهای یک دایره‌اند اگر این دایره از نقطه  $(2, 5)$  بگذرد، شعاع آن چقدر است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $3\sqrt{2}$

سراسری => ریاضی => ۸۳

۷- طول قطعه‌ی مماسی که از نقطه‌ی  $A(4, 1)$  بر دایره‌ای به معادله‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$  رسم شود برابر کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)  $2\sqrt{3}$

سراسری => ریاضی => ۸۴

۸- به ازای کدام مقدار  $a$  دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$  بر خط به معادله  $x + 3y = 0$  مماس است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳) ۳ (۴) ۵

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۹- به ازای کدام مقدار  $b$  دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$  و  $x^2 + y^2 - 4y + b = 0$  مماس داخل‌اند؟

- (۱) -۵ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۲

سراسری <= ریاضی <= ۸۶

۱۰- دو دایره از نقطه  $(1, 2)$ ، گذشته و بر محورهای مختصات مماس‌اند، شعاع این دایره‌ها کدام است؟

- (۱) ۴ و ۱ (۲) ۵ و ۱ (۳) ۴ و ۲ (۴) ۵ و ۲

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۱۱- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$  و  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

- (۱) مماس خارج (۲) مماس داخل (۳) متقاطع (۴) متخارج

سراسری <= تجربی <= ۸۷

۱۲- هر خط قائم بر یک دایره، از نقطه  $(1, -2)$  می‌گذرد. این دایره بر خط به معادله  $y = x - 1$  مماس است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۳ (۴)  $3\sqrt{2}$

سراسری <= تجربی <= ۸۸

۱۳- معادله دایره‌ای که مرکز آن به طول ۱- و بر دو خط به معادلات  $y = x + 4$ ،  $y = x$  مماس باشد، کدام است؟

- (۱)  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$  (۲)  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 1$   
(۳)  $x^2 + y^2 - 2x + y = 1$  (۴)  $x^2 + y^2 + 2x - y = 2$

سراسری <= ریاضی <= ۸۹

۱۴- به ازای کدام مقدار  $a$ ، دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 + 4x = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$  مماس خارج یکدیگرند؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

سراسری <= ریاضی <= ۹۰

۱۵- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه با مختصات  $(0, 0)$ ,  $(-2, 4)$ ,  $(2, 1)$  می‌گذرد کدام است؟

- (۱)  $2/5$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $3/5$

سراسری <= تجربی <= ۹۱

۱۶- شعاع دایره‌ی گذرا بر سه نقطه‌ی  $(0, 0)$ ,  $(2, 1)$  و  $(1, -2)$ ، برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}\sqrt{13}$

سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۷- دو دایره گذرا بر نقطه  $(-9, 2)$  بر هر دو محورهای مختصات مماس است، شعاع دایره بزرگ‌تر، کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

سراسری <= ریاضی <= ۹۵

۱۸- به‌ازای کدام مقدار  $a$ ، زاویه‌ی بین خط مماس بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + y = 1$  و خط به معادله‌ی  $3x + 2y = a$  در نقطه‌ی تلاقی آن‌ها،  $90^\circ$  درجه است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= ریاضی <= ۹۶

۱۹- وتر مشترک دایره‌ی  $C$  با دایره به معادله‌ی  $x^2 + y^2 - 4x = 6$  منطبق بر نیمساز ناحیه اول است. اگر دایره‌ی  $C$  از نقطه‌ی  $(-1, 4)$  بگذرد، معادله‌ی آن کدام است؟

- (۱)  $x^2 + y^2 - y + 3x = 6$  (۲)  $x^2 + y^2 + 2y - x = 6$   
(۳)  $x^2 + y^2 - 2y + x = 6$  (۴)  $x^2 + y^2 - 3y - x = 6$

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۲۰- شعاع دایره به مرکز  $(2, -1)$  و مماس بر خط به معادله  $2x + 3y = 14$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{13}$  (۴)  $\sqrt{26}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۱- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 1$  و  $x^2 + y^2 + 6y = 0$  نسبت به هم کدام وضعیت را دارند؟

- (۱) متخارج (۲) مماس خارج (۳) مماس داخل (۴) متقاطع

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۲۲- به ازای کدام مقدار  $a$ ، در نقطه تلاقی دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 + ax - 2y = 0$  و  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 15$  شعاع‌ها عمود بر هم هستند؟

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۳- دایره‌ای به مرکز  $(-1, 2)$ ، مماس بر خط  $2y + x = 5$ ، محور  $x$ ‌ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

(۱) ۰ و ۳ (۲) ۰ و ۴ (۳) ۱ و ۳ (۴) ۱ و ۴

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۴- نقطه  $A(5, 7)$  بر روی دایره‌ای به مرکز  $(2, -2)$  واقع است. معادله خط مماس بر دایره در نقطه  $A$  کدام است؟

(۱)  $3y + x = 26$  (۲)  $3y - x = 16$  (۳)  $y + 3x = 22$  (۴)  $y - 3x = -8$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۵- دو خط موازی هم مفروض است. مکان هندسی مرکز تجانس با نسبت تجانس  $k \neq \pm 1$ ، به طوری دو خط مجانس هم باشند، کدام است؟

(۱) ۴ خط (۲) ۲ خط (۳) یک خط (۴) یک دایره

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۶- دو خط موازی  $d$  و  $d'$  به فاصله‌ی ۷ از یکدیگر مفروض‌اند. مکان هندسی نقاطی از صفحه که قدرمطلق تفاضل فواصل آن‌ها از  $d$  و  $d'$  برابر ۳ باشد، کدام است؟

(۱) خطی عمود بر  $d$  و  $d'$  (۲) دو خط موازی  $d$  و  $d'$  (۳) دایره‌ای مماس بر  $d$  و  $d'$  (۴) خطی موازی  $d$  و  $d'$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  و دایره‌ی  $C$  به مرکز  $O$  و شعاع  $R$  در صفحه مفروض هستند. حداکثر چند نقطه روی دایره‌ی  $C$  وجود دارد که از دو خط  $d$  و  $d'$  به یک فاصله باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- یک سطح مخروطی با محور  $l$  و مولد  $d$  مفروض است. فصل مشترک صفحه‌ی  $P$  با این سطح مخروطی در حالتی که صفحه‌ی  $P$  بر محور  $l$  عمود نباشد و با مولد  $d$  نیز موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه‌ی مخروط را قطع کند، کدام است؟

(۱) هذلولی (۲) یک خط راست (۳) بیضی (۴) سهمی

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x = 3$  و  $x^2 + y^2 + 4y + 2x = 4$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟  
 (۱) متقاطع (۲) متخارج (۳) مماس داخلی (۴) مماس خارجی

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- نقاط  $A(1, 1)$  و  $B(-1, 1)$  و  $C(2, -1)$  سه رأس مثلثی هستند. شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

$$\frac{\sqrt{7}}{2} \quad (1) \quad \frac{\sqrt{5}}{2} \quad (2) \quad \frac{\sqrt{54}}{4} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{65}}{4} \quad (4)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- مکان هندسی مرکز دایره‌هایی به شعاع  $2\sqrt{13}$  که بر خط  $3y - 2x = 36$  مماس شده و در زیر آن قرار گیرند، کدام است؟

$$3y - 2x = 10 \quad (1) \quad 3y - 2x = 62 \quad (2) \quad 2y + 3x = 20 \quad (3) \quad 2y + 3x = 52 \quad (4)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- در صفحه یک مثلث چند نقطه وجود دارد که از هر سه ضلع آن به یک فاصله است؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۳- قطر دایره گذرا بر سه نقطه  $(2, 5)$ ,  $(4, 1)$ ,  $(-6, 1)$  کدام است؟

$$6 \quad (1) \quad 8 \quad (2) \quad 10 \quad (3) \quad 12 \quad (4)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۴- از نقطه  $A(2, 3)$  روی دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 3$ ، مماسی بر آن رسم شده است. این خط مماس محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$-6 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- در مثلث  $\triangle ABC$ ،  $BC = a$  و طول میانه  $AM$  برابر مقدار ثابت  $m$  است. مکان هندسی محل تلاقی میانه‌های مثلث  $\triangle ABC$ ، کدام است؟

$$(1) \text{ دایره به مرکز } B \text{ و شعاع } \frac{a}{3} \quad (2) \text{ پاره خط عمود بر } BC \text{ به طول } m$$

$$(3) \text{ دایره به مرکز } M \text{ و شعاع } \frac{m}{3} \quad (4) \text{ دایره به مرکز } M \text{ و شعاع } \frac{2m}{3}$$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۶- به ازای کدام مقدار  $a$  رابطه  $x^2 + y^2 - 2x + 3y = a$  معادله یک دایره است؟

- (۱)  $a > \frac{-13}{4}$  (۲)  $a > \frac{-5}{4}$  (۳)  $a > 0$  (۴)  $a > \frac{13}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۷۹ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۷۹ و آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۳۷- نقطه ثابت  $A$  رأس مثلثی‌هایی است که اندازه ضلع  $AC$  همواره ثابت است مکان هندسی نقطه  $M$  پای میانه واقع بر  $AC$  کدام است؟

- (۱) دایره (۲) نیم‌دایره (۳) خط (۴) نیم خط  
آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۸- شعاع دایره که از سه نقطه  $(0, 0)$ ،  $(0, 6)$  و  $(-8, 0)$  می‌گذرد، کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{2}$  (۲) ۵ (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴) ۶

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

۳۹- قطر دایره‌ای که از نقاط  $(1, 2)$ ،  $(1, 8)$  و  $(-7, 2)$  می‌گذرد کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۴۰- به ازای کدام مقدار  $a$  شعاع دایره  $x^2 + y^2 - x + 3y + a = 0$  برابر  $\frac{5}{4}$  است؟

- (۱)  $-\frac{15}{4}$  (۲)  $-\frac{9}{4}$  (۳)  $\frac{9}{4}$  (۴)  $\frac{15}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۴۱- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$  و  $x^2 + y^2 = 8$  نسبت بهم کدام وضعیت را دارند؟

- (۱) مماس داخل (۲) مماس خارج (۳) متداخل (۴) متقاطع

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۴۲- در صفحه‌ی یک مثلث چند نقطه می‌توان یافت که از سه میانه‌ی آن به یک فاصله باشد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۴۳- اگر دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات بر خطی به معادله  $3x + 4y = 10$  مماس باشد، بر کدام خط زیر مماس خواهد بود؟

$$4x + 3y = 20 \quad (2)$$

$$3x + 4y = 5 \quad (1)$$

$$4x - 3y = 10 \quad (4)$$

$$3x - 4y = 6 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۴- دایره‌ای بر دو خط  $3x - 4y = 10$  ,  $4y - 3x = 10$  مماس بوده و مرکز آن بر روی نیمساز ربع اول و سوم واقع است. معادله آن چیست؟

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 = 4 \quad (1)$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 = 16 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۵- مقادیر  $m$  چه باشد تا دستگاه  $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9 \\ 3x + 4y = m \end{cases}$  فقط و فقط یک دسته جواب داشته باشد؟

$$-4 \text{ و } -26 \quad (4)$$

$$4 \text{ و } -26 \quad (3)$$

$$-4 \text{ و } 26 \quad (2)$$

$$4 \text{ و } 26 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۶- خط گذرا از نقطه‌ی  $(4, 0)$  که مماس بر دایره  $x^2 + y^2 = 4$  می‌باشد محور  $y$ ها را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

$$\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \quad (4)$$

$$\left(0, \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \quad (3)$$

$$\left(0, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \quad (2)$$

$$(0, \sqrt{3}) \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۷- کدام یک از نقاط زیر از سه ضلع مثلث به یک فاصله می‌باشد؟

(۱) محل تلاقی میانها (۲) محل تلاقی نیمسازها (۳) محل تلاقی ارتفاعات (۴) محل تلاقی عمود منصفها

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۴۸- دو دایره  $(x + \alpha)^2 + (y + \beta)^2 = R^2$  ,  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$  مماس خارج هستند. کدام رابطه زیر صحیح است؟

$$R = \alpha^2 + \beta^2 \quad (4)$$

$$R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \quad (3)$$

$$R = 2|\alpha + \beta| \quad (1)$$

$$R = |\alpha + \beta| \quad (2)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۴۹- اگر معادله  $2x^2 + 2y^2 - 3x + y + a = 0$  نمایش یک دایره حقیقی باشد، مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

(۱)  $a < \frac{5}{8}$  (۲)  $a < \frac{5}{4}$  (۳)  $a < \frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4} < a < \frac{5}{4}$

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۲

۵۰- هر دو خط  $d$  و  $\Delta$  با دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 3x + 2y = 10$  زاویه  $90^\circ$  درجه می‌سازند، این دو خط در کدام نقطه متقاطع‌اند؟

(۱)  $(-3, 2)$  (۲)  $(3, -2)$  (۳)  $(-\frac{3}{2}, 1)$  (۴)  $(\frac{3}{2}, -1)$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۲

۵۱- اگر نیمساز ناحیه دوم و چهارم وتر مشترک دو دایره  $x^2 + y^2 = ax$  و  $x^2 + y^2 = 6y$  باشد مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-6$  (۲)  $6$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $-\frac{1}{6}$

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۳

۵۲- طول وتری که دایره  $x^2 - 2x + y^2 = \frac{19}{5}$  از خط  $y - 2x = 0$  جدا می‌کند کدام است؟

(۱)  $2$  (۲)  $3$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۳

۵۳- مکان هندسی نقاطی از صفحه  $R^2$  که فاصله‌ی آنها از  $A(1, 3)$ ،  $\sqrt{3}$  برابر فاصله آنها تا  $B(0, -2)$  باشد کدام است؟

(۱) دایره‌ای به شعاع  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  می‌باشد. (۲) دایره‌ای به شعاع  $\frac{\sqrt{78}}{2}$   
 (۳) بخشی از یک سهمی با راس  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  است. (۴) یک بیضی با مرکز  $(\frac{-1}{2}, \frac{-9}{2})$  است.

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۳

- ۵۴- دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 2 = 0$  در کدام گزینه صدق می‌کند؟  
 (۱) محور X ها و محور Y ها در دو نقطه قطع می‌کند.  
 (۲) محور Y ها را قطع می‌کند اما محور X ها را قطع نمی‌کند.  
 (۳) محور X ها را قطع می‌کند اما محور Y ها را قطع نمی‌کند.  
 (۴) هیچ‌یک از محورهای مختصات را قطع نمی‌کند.

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۳

- ۵۵- شعاع دایره ای که از حرکت نقطه  $M(1 + 2\sin t, -4 + 2\cos t)$  تشکیل شود، چقدر است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

- ۵۶- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه  $(0, 0)$  و  $(1, 1)$  و  $(2, -2)$  می‌گذرد، برابر کدام است؟

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

- ۵۷- دایره‌ای از سه نقطه  $A(0, 2)$  و  $B(2, 0)$  و  $C(2, 4)$  می‌گذرد. شعاع دایره چقدر است؟

(۱) ۴ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۳

- ۵۸- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه  $(6, 4)$  و  $(-2, -2)$  و  $(-1, 5)$  می‌گذرد کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

- ۵۹- دو دایره  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  و  $x^2 + y^2 = a^2$  مماس داخل هستند. مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۴

- ۶۰- دو دایره  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4$  و  $x^2 + y^2 = 4x$  نسبت به یکدیگر چگونه‌اند؟

(۱) مماس داخل (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) متخارج

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۴



۶۱- کوتاهترین فاصله خط  $3x + 4y + 9 = 0$  از دایره  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  چیست؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۲- اگر معادله  $x^2 + (k-2)xy + y^2 - 2x - 4y - k = 0$  یک دایره باشد، شعاع این دایره چیست؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\sqrt{6}$  (۴)  $\sqrt{7}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۳- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از  $A(2, 3)$  دو برابر فاصله آنها تا  $B(-1, 2)$  باشد، کدام است؟

- (۱) دایره‌ای به شعاع  $\frac{\sqrt{182}}{3}$  است.  
 (۲) دایره‌ای به شعاع  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$  است.  
 (۳) بیضی قائم است.  
 (۴) بیضی افقی است.

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۴- کوتاهترین فاصله بین نقاط دو دایره زیر چیست؟

$C_1 = x^2 + y^2 - 6x + 3 = 0$  و  $C_2 = x^2 + y^2 - 8y + 10 = 0$

- (۱)  $6 - 2\sqrt{6}$  (۲)  $5 - 2\sqrt{6}$  (۳)  $5 - \sqrt{6}$  (۴)  $6 - \sqrt{6}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۵- به ازای کدام مقادیر  $a$  معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0$  نمایش یک دایره حقیقی است؟

- (۱)  $a > 5$  (۲)  $0 < a < 6$  (۳)  $a < 5$  (۴)  $-2 < a < 2$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۶۶- دایره‌ای به معادله  $a(x^2 + y^2) + b(x + y) = 0$  از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد شعاع آن کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۶۷- شعاع دایره  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + c = 0$  گذرا بر نقطه  $(2, 5)$  کدام است؟

- (۱)  $5\sqrt{2}$  (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳) ۶ (۴) ۷

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۶۸- معادله دایره‌ای که مرکزش  $C(0, 1)$  بوده و بر دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$  مماس باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 2y - 23 + 16\sqrt{2} = 0 \quad (2) \qquad x^2 + y^2 - 2y - 11 + 8\sqrt{2} = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 2y + 23 + 16\sqrt{2} = 0 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 - 2y + 11 + 8\sqrt{2} = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۶۹- شعاع دایره‌ای به معادله  $2x^2 + 2y^2 - 3x + 5y = \frac{1}{4}$  کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (4) \qquad \frac{5}{4} \quad (3) \qquad \frac{3}{5} \quad (2) \qquad \frac{5}{2} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۷۰- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه‌ی  $(0, 3)$  و  $(-1, 2)$  و  $(1, -2)$  می‌گذرد، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{24}}{3} \quad (4) \qquad \frac{\sqrt{65}}{3} \quad (3) \qquad \frac{\sqrt{42}}{3} \quad (2) \qquad \frac{\sqrt{56}}{3} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۷۱- دایره‌ی گذرنده بر سه نقطه‌ی  $(0, 3)$  و  $(-1, 2)$  و  $(1, -2)$  نیمساز ناحیه‌ی اول را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$2 - \sqrt{\frac{5}{2}} \quad (4) \qquad 2 - \sqrt{\frac{7}{2}} \quad (3) \qquad 1 + \sqrt{\frac{5}{2}} \quad (2) \qquad 1 + \sqrt{\frac{7}{2}} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۷۲- منحنی  $(3x - y)^2 + (3y + x)^2 = 10$  یک ..... است.

(۱) سهمی (۲) بیضی (۳) دایره (۴) هذلولی

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۳- زاویه‌ی ثابت  $\angle Ayx$  مفروض است. اگر نقطه  $B$  روی نیم‌خط  $Ax$  و نقطه  $C$  روی نیم‌خط  $Ay$  تغییر مکان دهند. مکان هندسی نقطه‌ی برخورد نیم‌ساز خارجی دو زاویه‌ی  $B$  و  $C$  از مثلث  $ABC$  کدام است؟

(۱) نیم‌خط موازی  $Ax$  (۲) نیم‌خط موازی  $Ay$   
(۳) دایره‌ای که از  $A$  می‌گذرد (۴) نیم‌خطی است گذرا بر  $A$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۴- از نقطه‌ی  $P(3, 0)$  دو مماس بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 3$  رسم می‌کنیم تا بر دایره در نقاط  $A, B$  مماس شوند. طول نقطه‌ی  $A$  چیست؟

(۱) -۱      (۲) ۱      (۳)  $\sqrt{2}$       (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۵- از نقطه‌ی  $M(3, 0)$  دو مماس بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 3$  رسم شده است. اگر  $A, B$  نقاط تماس باشند، طول  $AB$  کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{3}$       (۲)  $\sqrt{2}$       (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۶- مکان هندسی نقاط مانند  $M(x, y)$  که فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی  $A(2, -1)$  نصف آنها از نقطه‌ی  $B(1, 3)$  باشد کدام است؟

(۱)  $x^2 + y^2 - 6x + 10y = 0$       (۲)  $x^2 + 4x + 4y = 0$   
 (۳)  $16x^2 - 25y^2 - 160x = 0$       (۴)  $4x^2 + 9y^2 - 16x - 36y + 16 = 0$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۷- دو دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0$ ،  $x^2 + y^2 - 10x - 14y + 73 = 0$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟  
 (۱) متخارج      (۲) متداخل      (۳) مماس خارج      (۴) مماس داخل

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۸- دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله‌ی ۵ را در فضا در نظر گرفته‌ایم. چند نقطه در فضا وجود دارد که فاصله‌ی آن از  $A$  برابر ۳ و از  $B$  برابر ۴ باشد؟

(۱) یک      (۲) دو      (۳) بیشمار      (۴) هیچ

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۷۹- قائم‌های بر منحنی معادله‌ی  $2x^2 + ay^2 + bx + cy = 0$  همواره از نقطه‌ی  $(3, 1)$  می‌گذرند.  $b + c$  کدام است؟

(۱) -۶      (۲) -۸      (۳) -۱۲      (۴) -۱۶

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۶

۸۰- اندازه شعاع دایره گذرا به سه نقطه  $(0, -1)$ ،  $(3, 0)$ ،  $(0, -3)$  کدام است؟

(۱) ۲      (۲) ۳      (۳)  $\sqrt{3}$       (۴)  $\sqrt{5}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۶

۸۱- فاصله هر نقطه M از منحنی به معادله  $x^2 + y^2 - x + 3y = a$  از نقطه ثابتی برابر  $\frac{5}{4}$  است، a کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{4}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳)  $\frac{15}{4}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۸۲- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 = 2(x + y)$  و  $x^2 + y^2 = a$  به ازای کدام مقدار a مماس برهم اند؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۸۳- به ازای کدام مقدار m خط به معادله  $2y + mx = 1$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 4x + y = 0$  عمود است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۸۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه مانند  $M(x, y)$  که فاصله آنها از نقطه  $A(2, 4)$  به اندازه  $\sqrt{2}$  برابر فاصله آنها از نقطه  $B(1, 2)$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $x^2 + y^2 = 10$  (۲)  $2x^2 + y^2 = 10$  (۳)  $2x^2 - y^2 = 10$  (۴)  $2x^2 + y^2 = 20$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۸۵- خط به معادله  $y = x + 1$ ، دایره به معادله  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$  را در دو نقطه A و B قطع می کند. طول پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{8}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۸۶- قطر دایره  $x^2 + y^2 = 10$  از سه نقطه  $(0, 0)$ ،  $(2, -2)$ ،  $(1, 1)$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

۸۷- قطر دایره که از حرکت نقطه  $M(7 + 2\cos t, -3 + 2\sin t)$  تشکیل شود، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷ و آزمونهای سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷

۸۸- شعاع دایره‌ای که دو خط به معادله‌های  $x + y - 1 = 0$  و  $2x - y - 5 = 0$  دو قائم بر آن بوده و بر خط  $y = x$  مماس می‌باشد، کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2) \quad 2\sqrt{3} \quad (3) \quad \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (4) \quad 3\sqrt{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۸۹- اگر معادله  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + m - 1 = 0$  یک دایره را مشخص کند، حدود  $m$  کدام است؟  
 $m > 0$  (۱)  $m < 6$  (۲)  $m > 6$  (۳) هر مقدار  $m$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۹۰- مرکز دایره‌ای بر روی نیم‌ساز ربع اول است و از مبدأ مختصات و نقطه‌ی  $(4, 4)$  می‌گذرد. شعاع آن کدام است؟

$$2 \quad (1) \quad 2\sqrt{2} \quad (2) \quad 3\sqrt{2} \quad (3) \quad 4\sqrt{2} \quad (4)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۹۱- مرکز دایره‌ای که از سه نقطه‌ی  $(4, 6)$ ,  $(-2, -2)$ ,  $(5, -1)$  می‌گذرد، کدام است؟

$$(3, 2) \quad (1) \quad (-2, 1) \quad (2) \quad (1, 2) \quad (3) \quad (1, 4) \quad (4)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۹۲- معادله قطری از دایره  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  عمود بر نیم‌ساز ناحیه اول کدام است؟

$$x + y = 1 \quad (1) \quad x + y = 2 \quad (2) \quad 2x + y = 2 \quad (3) \quad 2y + x = 1 \quad (4)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۹

۹۳- معادله قطری از دایره  $x^2 + y^2 = 2x$  عمود بر خط  $y = x$  کدام است؟

$$y + 2x = 2 \quad (2) \quad 2y + x = 1 \quad (1) \quad x + y = 2 \quad (4) \quad x + y = 1 \quad (3)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۹

۹۴- دایره‌ای به معادله  $a(x^2 + y^2 - 2x) + (x^2 + y^2 - 2y) = 0$  از نقطه  $(-2, 2)$  می‌گذرد. شعاع دایره کدام است؟

$$\frac{1}{4}\sqrt{10} \quad (3) \quad \frac{1}{2}\sqrt{10} \quad (4) \quad \sqrt{10} \quad (2) \quad \sqrt{5} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۹

۹۵- به ازای کدام مقدار  $m$  خط  $3x - 4y = m$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$  مماس است؟  
 (۱) ۵ یا ۵ (۲) ۱۰ یا ۱۰ (۳) ۵ یا ۱۰ (۴) ۵ یا ۲۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۹۶- فاصله دورترین نقطه دایره  $C$  از مبدأ چقدر از فاصله نزدیکترین نقطه آن از مبدأ بیش تر است؟

(C):  $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 2$   
 (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۱۶ (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۹۷- معادله قطری از دایره  $x^2 + y^2 - 3x + 5y = 7$  عمود بر خط گذرا بر دو نقطه  $(1, 2)$  و  $(3, 4)$  کدام است؟  
 (۱)  $x + y = 2$  (۲)  $x + y = 1$  (۳)  $2x + y = 1$  (۴)  $x + y = -1$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۹۸- معادله قطری از دایره  $x^2 + y^2 - 4x + 3y = 2$  عمود بر خط  $y - x = 1$  کدام است؟  
 (۱)  $2y + 2x = 1$  (۲)  $2x + y = 1$  (۳)  $x + 2y = 1$  (۴)  $y + x = 1$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۹۰

۹۹- قطر دایره‌ای که از سه نقطه  $(1, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-2, 1)$  بگذرد، کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۹۰

۱۰۰- هر خط قائم بر دایره‌ای از نقطه  $(-2, 1)$  می‌گذرد. اگر این دایره بر محور  $y$  مماس باشد، معادله دایره کدام است؟

(۱)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$  (۲)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$   
 (۳)  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 2 = 0$  (۴)  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۱۰۱- قطر دایره‌ای که از نقاط  $(1, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(-2, 1)$  بگذرد، کدام است؟  
 (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{10}$  (۳)  $\sqrt{7}$  (۴)  $\sqrt{13}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰



۱۰۲- قائم‌های بر منحنی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  از نقطه ثابتی می‌گذرند، مختصات آن نقطه کدام است؟  
 (۱)  $(1, -2)$  (۲)  $(-1, 2)$  (۳)  $(-2, 1)$  (۴)  $(2, -1)$

آزمایشی سنجش = تجربی = ۹۰

۱۰۳- سطح دایره‌ای به مرکز  $C(1, 2)$  و مماس بر خط  $3x + 4y + 1 = 0$  در کدام نواحی قرار دارد؟

(۱) هر چهار ناحیه (۲) فقط اول و دوم (۳) فقط اول، دوم و سوم (۴) فقط اول، دوم و چهارم  
 آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۴- معادله  $x^2 + y^2 - 2x - 6y + k = 0$ ، دایره‌ای به مساحت  $4\pi$  را مشخص می‌کند. مقدار  $k$  کدام است؟  
 (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۵- دو دایره  $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 10 = 0$  و  $x^2 + y^2 + 8x + 2y - 8 = 0$  نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟  
 (۱) مماس خارج (۲) متقاطع (۳) مماس داخل (۴) متداخل

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۶- فاصله مبدأ مختصات از مرکز دایره  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$ ، چند برابر شعاع دایره است؟

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۷- اگر طول کوتاه‌ترین وتری که از نقطه  $M(1, 2)$  در دایره  $x^2 + y^2 + 2x - ay = 19$  رسم می‌شود برابر ۸ باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۸- معادله دایره‌ی مماس خارج بر دو دایره  $x^2 + y^2 + 2x = 3$  و  $x^2 + y^2 - 18x + 45 = 0$  که مرکز آن روی محور  $x$ ها باشد، کدام است؟

(۱)  $(x-2)^2 + y^2 = 1$  (۲)  $(x-1)^2 + y^2 = 4$  (۳)  $(x-2)^2 + y^2 = 4$  (۴)  $x^2 + (y-1)^2 = 1$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۹- وضعیت دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$  و دایره  $x^2 + y^2 - 2x + k^2 - 3 = 0$  نسبت به هم چگونه است؟

- (۱) مماس خارج (۲) متداخل (۳) متقاطع (۴) به  $k$  بستگی دارد.  
 آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، منحنی به معادله  $(a^2 - 5)x^2 + 2y^2 + 4x + a = 0$  یک دایره را مشخص می‌کند؟

- (۱)  $\{3\}$  (۲)  $\{-3\}$  (۳)  $\{3, -3\}$  (۴)  $\emptyset$   
 آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۱- دایره‌ای به مرکز  $(1, 0)$  و مماس بر خط  $3x + 4y = 18$ ، محور  $y$ ها را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله‌ی این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$   
 آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۲- در دایره‌ای به معادله  $x^2 + y^2 - 4x + ky = k$  اگر قطر دایره برابر ۸ باشد، مجموع مقادیرهای  $k$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲  
 آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۳- به ازای کدام مقدار  $m$  خط  $y = mx - 1$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 2x + y = 0$  مماس است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲  
 آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۱۱۴- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8$  و  $x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

- (۱) مماس داخل (۲) مماس خارج (۳) متقاطع (۴) متخارج  
 آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۱۱۵- به ازای کدام مقدار  $m$  خط به معادله  $x = m(y + 1)$  بر دایره  $(x-1)^2 + y(y+1) = 1$  مماس است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴) ۱  
 آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۱۱۶- سه خط واقع در یک صفحه دو به دو متقاطع اند. چند نقطه متساوی الفاصله از این سه خط وجود دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

آزمونهای سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۱۷- سطح دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 1 = 0$  در چند ناحیه از دستگاه مختصات قرار دارد؟

- یک (۱)      دو (۲)      سه (۳)      چهار (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۱۸- اگر خط  $2x - y = m$  بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 4$  مماس شود، مقدار  $m^2$  کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۳۰ (۳)      ۴۰ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۱۹- قطر دایره‌ای که از نقاط  $A(0, 0)$ ،  $B(1, 2)$ ، و  $C(4, -2)$  می‌گذرد، کدام است؟

- ۴ (۱)      ۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۰- بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(3, 4)$  از منحنی به معادله‌ی  $x^2 + y^2 + 10x - 2y + 10 = 0$  کدام است؟

- $\sqrt{13}$  (۱)       $\sqrt{68} + 8$  (۲)       $\sqrt{13} + 4$  (۳)       $\sqrt{68} + 4$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۱- به ازای کدام مقدار  $k$  خطوط  $x + y = k$ ،  $3x + ky = 0$ ، و  $2x - y = 1$ ، قطرهای یک دایره‌اند؟

- ۱ و ۲ (۱)      فقط ۲ (۲)      فقط ۳ (۳)       $\Phi$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۲- دو دایره از نقطه‌ی  $(1, 2)$  می‌گذرند و بر محورهای مختصات مماس‌اند. شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر ..... و این دو دایره نسبت به هم ..... هستند.

- ۵ - مماس خارج (۱)      ۶ - مماس خارج (۲)      ۵ - متقاطع (۳)      ۶ - متقاطع (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۳- هر خط قائم بر منحنی  $2x^2 + by^2 + cx + dy = 0$  از نقطه‌ی  $E(-1, 2)$  می‌گذرد. بیشترین فاصله‌ی بین دو نقطه از این منحنی چقدر است؟

- $\sqrt{5}$  (۱)       $2\sqrt{5}$  (۲)      ۴ (۳)      ۲ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۴- مرکز دایره‌ای بر خط  $y=2x$  قرار دارد و دایره از نقاط  $(-1, -1)$  و  $(4, 0)$  می‌گذرد. مجذور شعاع آن کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۵- فاصله نقطه‌ی  $M(x, y)$  تا نقطه‌ی  $A(6, 0)$  دو برابر فاصله‌اش تا نقطه‌ی  $B(0, 3)$  است. مرکز دایره مکان نقطه‌ی  $M$  کدام است؟

- (۱)  $O(-2, 4)$  (۲)  $O(2, -4)$  (۳)  $O(3, \frac{3}{2})$  (۴)  $O(4, -2)$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۶- مرکز دایره‌ای که از نقاط  $(1, 1)$  و  $(3, 0)$  و مبدأ مختصات می‌گذرد. کدام نقطه است؟

- (۱)  $(\frac{1}{5}, \frac{0}{5})$  (۲)  $(-\frac{1}{5}, \frac{0}{5})$  (۳)  $(-\frac{1}{5}, -\frac{0}{5})$  (۴)  $(\frac{1}{5}, -\frac{0}{5})$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲۷- مرکز دایره‌ی گذرا بر سه نقطه‌ی  $(2, 1)$  و  $(3, 4)$  و  $(5, -2)$  با کدام مختصات است؟

- (۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{13}{2})$  (۲)  $(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$  (۳)  $(\frac{1}{4}, \frac{13}{4})$  (۴)  $(\frac{5}{4}, \frac{7}{4})$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۲۸- فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقاط دایره  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 11$  تا نقطه‌ی  $(-1, 5)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۲۹- فاصله‌ی نزدیک‌ترین نقاط دایره به معادله‌ی  $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 11$  تا نقطه‌ی  $A(-1, 5)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۳۰- کم‌ترین فاصله‌ی نقاط دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x = 0$  از نقطه‌ی  $A(1, 2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۱۳۱- نقطه‌ی O و خط d مفروض‌اند. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه‌ی O به فاصله‌ی ۲ و از خط d به فاصله‌ی ۲/۵ باشد؟

- (۱) ۴ (۲) حداکثر ۴ (۳) ۲ (۴) حداکثر ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۲- معادله‌ی مکان هندسی نقاطی که مماس‌های رسم شده از آن نقاط بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$  زاویه‌ی ۶۰ درجه می‌سازد، کدام است؟

- (۱)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$  (۲)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$   
 (۳)  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$  (۴)  $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 8$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۳- دایره‌ای از نقاط A (-۱, ۲) و B (۳, ۲) گذشته و مرکز آن روی خط  $y = 3x$  است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) ۲ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۴- خط  $2y - x = 1$  یکی از قطرهای دایره  $x^2 + y^2 - 2mx + (m - 1)y = 6$  می‌باشد، شعاع دایره کدام است؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۵- مساحت دایره‌ای که از نقطه‌ی A(۱, ۲) می‌گذرد و بر محورهای مماس می‌شود، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $4\pi$  (۲)  $9\pi$  (۳)  $25\pi$  (۴)  $16\pi$

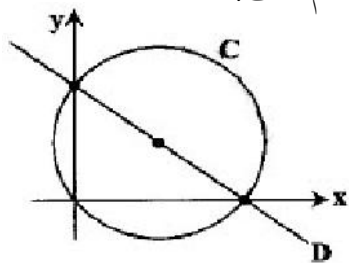
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۶- از نقطه‌ی A(۱, -۲) مماسی به طول  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  بر دایره‌ی  $2x^2 + 2y^2 + mx - 2y - 1 = 0$  رسم شده است. m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۳۷- مطابق شکل، خط  $D: x + 3y = 6$  از مرکز دایره  $C$  می‌گذرد. معادله‌ی این دایره کدام است؟



(۱)  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

(۲)  $x^2 + y^2 - 6x - 4y = 0$

(۳)  $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$

(۴)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۳۸- نقطه‌ی  $(2, 1)$  مرکز دایره‌ی  $x^2 + y^2 + mx + 2ny + 2 = 0$  است. شعاع این دایره کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲)  $\sqrt{2}$

(۱)  $\sqrt{3}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۳۹- مرکز دایره‌ای بر روی نیمساز ربع اول است، این دایره بر خط  $y = 2x$  مماس بوده و از نقطه  $(3, 6)$  می‌گذرد. شعاع آن کدام است؟

(۴)  $\sqrt{3}$

(۳)  $\sqrt{5}$

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۱)  $2\sqrt{5}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۴۰- معادله کلی قطرهای دایره‌های هم‌مرکز به صورت  $(m+1)x + my = 4 - m$  است. یکی از این دایره‌ها که از

مبداء مختصات بگذرد بر روی محور  $x$ ها وترى با کدام طول جدا می‌کند؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۴۱- دایره‌ای به مرکز  $(2, 3)$  و مماس بر خط به معادله‌ی  $3x + 4y = 3$  محور  $y$ ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۴)  $3 \pm \sqrt{2}$

(۳)  $3 \pm \sqrt{5}$

(۲) ۲ و ۴

(۱) ۵ و -۱

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۴۲- دو دایره‌ی  $x^2 + y^2 + 2x + 4y = 4$  و  $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 11$  نسبت به هم چگونه‌اند؟

(۴) متخارج

(۳) متقاطع

(۲) مماس داخل

(۱) مماس خارج

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۱۴۳- مرکز دایره‌ای روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد. اگر این دایره از نقاط  $(1, 0)$  و  $(0, 3)$  عبور کند، مرکز آن کدام نقطه است؟

(۱)  $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(2, 3)$  (۴)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۴۴- به‌ازای کدام مقدار  $k$ ، خط  $y = 2x + k$  بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$  مماس است؟

(۱)  $\pm 5$  (۲)  $-9$  یا  $1$  (۳)  $9$  یا  $1$  (۴)  $9$  یا  $-1$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۴۵- دو خط  $x + y + 4 = 0$  و  $2y = 5 - 2x$  بر دایره‌ای مماس هستند. شعاع این دایره کدام است؟

(۱)  $\frac{13}{2\sqrt{2}}$  (۲)  $\frac{13}{4}$  (۳)  $\frac{13}{4\sqrt{2}}$  (۴)  $\frac{13}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۴۶- به‌ازای کدام مقدار  $a$ ، رابطه‌ی  $a^2x^2 + 4y^2 + 8x - 4y + a = 0$  معادله‌ی یک دایره است؟

(۱) فقط  $-2$  (۲) فقط  $2$  (۳)  $\pm 2$  (۴) هیچ مقدار

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۴۷- دایره‌ای به مرکز  $(-1, 2)$  بر نیم‌ساز ربع دوم و چهارم مماس است. قطر آن کدام است؟

(۱)  $2$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۴۸- به ازای کدام مقدار  $C$  دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + C = 0$  و  $x^2 + y^2 + 2y = 3$  مماس بر هم‌اند؟

(۱)  $-1 \pm 2\sqrt{2}$  (۲)  $-1 \pm 4\sqrt{2}$  (۳)  $2 \pm 2\sqrt{2}$  (۴)  $2 \pm \sqrt{2}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۱۴۹- مربعی به طول ضلع ۸ مفروض است. چند نقطه روی محیط این مربع وجود دارد که از مرکز مربع به فاصله‌ی ۵ باشد؟

(۱) هیچ (۲)  $4$  (۳)  $6$  (۴)  $8$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۵۰- دو دایره بر محورهای مختصات مماس‌اند و معادله‌ی خط‌المرکزین آن‌ها  $2x - y + 6 = 0$  است. مجموع شعاع این دو دایره کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۱- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه‌ی  $A(2, 1)$ ،  $B(2, -3)$  و  $C(-1, 1)$  می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) ۵ (۲)  $\sqrt{5}$  (۳)  $\frac{5}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۲- بیش‌ترین و کم‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(5, -1)$  از دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  کدام است؟

- (۱) ۴ و ۸ (۲) ۵ و ۹ (۳) ۳ و ۷ (۴) ۲ و ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۳- دو دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 9$  و  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

- (۱) متقاطع (۲) متخارج (۳) متداخل (۴) مماس درون

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۴- دایره‌ای به مرکز  $(2, 1)$  بر خط  $2x + y + 1 = 0$  مماس است. این دایره از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱)  $(-2, 3)$  (۲)  $(0, 4)$  (۳)  $(-3, 2)$  (۴)  $(4, 1)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۵- معادله‌ی  $2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$  نشان‌دهنده‌ی چیست؟

- (۱) دایره (۲) بیضی (۳) نقطه (۴) تهی

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۵۶- به‌ازای کدام مقدار  $m$  خط  $2x - 3y + m = 2$  بر دایره  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$  مماس است؟

- (۱)  $2, -24$  (۲)  $2, -15$  (۳)  $3, -18$  (۴)  $3, -16$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۵۷- از نقطه‌ی  $A(3, 3)$  دو مماس بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 = 9$  رسم شده است. اندازه‌ی پاره‌خطی که دو نقطه‌ی تماس را به یک‌دیگر وصل می‌کند، کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3\sqrt{5}$  (۴)  $2\sqrt{5}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۵۸- مکان هندسی نقطه‌ی متحرک  $M(x, y)$  به طوری که فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی  $(-1, 2)$  مساوی ۲ برابر فاصله‌ی آن‌ها از نقطه‌ی  $(1, -2)$  باشد، دایره‌ای به کدام مرکز و شعاع است؟  
 (۱)  $R = \sqrt{3}$ ,  $(-1, 1)$  (۲)  $R = 2$ ,  $(0, 0)$  (۳)  $R = 4$ ,  $(1, -3)$  (۴)  $R = 2$ ,  $(0, -3)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۵۹- چند نقطه با فاصله‌های مساوی از سه خط دوه‌دو متقاطع وجود دارد؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۰- دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  و دو نقطه ثابت  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض‌اند در تعیین نقطه‌ای که فاصله آن از دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  یکسان و از دو خط مفروض به یک فاصله، در کدام حالت جواب منحصر به فرد است؟  
 (۱) فاصله‌ی  $A$  از خط  $d$  برابر فاصله‌ی  $B$  از خط  $d'$   
 (۲)  $AB$  عمود بر نیم‌ساز  $d$  و  $d'$   
 (۳)  $AB$  عمود بر  $d$   
 (۴) فاقد جواب

آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۱- قطرهای یک دایره به معادله‌ی کلی  $(m+2)x - 3y = 2m + 10$  است اگر این دایره از نقطه‌ی  $(2, -1)$  بگذرد شعاع آن کدام است؟  
 (۱) ۵ (۲) ۴ (۳)  $3/5$  (۴) ۳

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۲- به ازای کدام مقدار  $m$  خط  $2x - 3y + m = 2$  بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$  مماس است؟  
 (۱)  $2$  و  $-24$  (۲)  $15$  و  $-2$  (۳)  $18$  و  $-3$  (۴)  $16$  و  $-3$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۳- خط به معادله‌ی  $y = 2x + 3m - 2$  بر دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4$  مماس است.  $m$  کدام است؟  
 (۱)  $1 \pm \sqrt{5}$  (۲)  $-2 \pm \sqrt{5}$  (۳)  $1 \pm \sqrt{3}$  (۴)  $2 \pm \sqrt{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۴- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  و  $x^2 + y^2 + 4y - 5 = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟  
 (۱) مماس (۲) متقاطع (۳) متداخل (۴) متخارج

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۶۵- اگر نقطه‌ی  $(1, 2)$  مرکز دایره‌ی  $x^2 + y^2 + 2mx - ny + 1 = 0$  باشد، شعاع این دایره کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)  $\sqrt{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۶۶- مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله‌ی آنها از نقطه‌ی  $(1, 3)$ ، برابر فاصله‌ی آنها از مبدأ مختصات باشد،

دایره‌ای به شعاع  $r$  است.  $r$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳) ۱۰ (۴)  $2\sqrt{10}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۶۷- معادله‌ی دایره‌ای به شعاع ۲ که در ربع دوم دستگاه مختصات بر هر دو محور مختصات مماس است، کدام می‌باشد؟

(۱)  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 6 = 0$  (۲)  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$

(۳)  $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 6 = 0$  (۴)  $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0$

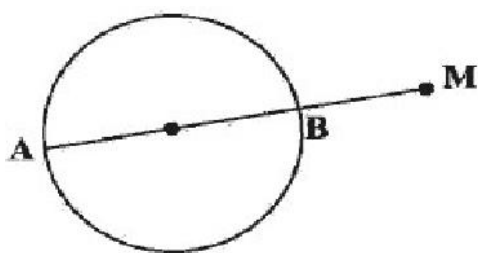
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۶۸- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه‌ی  $A(4, 0)$ ،  $B(-2, 0)$  و  $C(0, -4)$  می‌گذرد، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)  $2\sqrt{10}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۶۹- نقطه‌ی  $M(1, -2)$  و دایره‌ی  $x^2 + y^2 + m^2x - 4y - m^2 = 0$  مفروض هستند. اگر  $A$  و  $B$  دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایره نسبت به  $M$  باشند، مقدار  $MA \cdot MB$  کدام است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۷۰- شعاع دایره‌ی گذرا بر سه نقطه‌ی  $(0, 2)$ ،  $(3, 1)$ ،  $(-1, 4)$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۷۱- کدام معادله، نشان دهنده یک دایره است؟

$$2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 1 = 0 \quad (2)$$

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + y = 7 \quad (1)$$

$$3x^2 + 3y^2 - 4x + y + 6 = 0 \quad (4)$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 5 = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۷۲- اگر مرکز دایره  $x^2 + y^2 + mx - ny - 5 = 0$  نقطه  $(1, -2)$  باشد، شعاع آن کدام است؟

$$\sqrt{10} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\sqrt{6} \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۷۳- مرکز دایره‌ای که از دو نقطه  $A(3, -1)$  و  $B(1, 5)$  می‌گذرد، کدام می‌تواند باشد؟

$$(2, -7) \quad (4)$$

$$(6, 4) \quad (3)$$

$$(4, -2) \quad (2)$$

$$(5, 3) \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۷۴- دایره به مرکز  $(1, -2)$  مماس بر خط  $2x - 3y = 5$ ، نیمساز ناحیه دوم و چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{13} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{26} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{13} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{26} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی >= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۷۵- مربع ABCD به ضلع ۴ مفروض است. چند نقطه روی محیط ABCD وجود دارد که فاصله‌اش از قطر BD برابر  $\pi$  باشد؟

$$(4) \text{ هیچ نقطه‌ای}$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم >= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۷۶- حداکثر چند نقطه روی یک دایره به شعاع ۴ وجود دارد که از خط مفروض  $\Delta$  به فاصله ۲ باشند؟

$$1 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (1)$$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم >= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۷۷- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 2x = 8$  و  $x^2 + y^2 + 4x - 6y = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

$$(4) \text{ مماس درونی}$$

$$(3) \text{ برون هم}$$

$$(2) \text{ متداخل}$$

$$(1) \text{ متقاطع}$$

آزمایشی سنجش <= تجربی >= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۷۸- مرکز دایره گذرا بر سه نقطه  $(۰, ۲)$  و  $(-۲, ۴)$  و  $(۱, ۳)$  کدام است؟

(۱)  $(-\frac{1}{2}, \frac{5}{2})$  (۲)  $(\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$  (۳)  $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2})$  (۴)  $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۷۹- دو دایره به معادلات  $x^2 + y^2 - 3x + 2y = 0$  و  $x^2 + y^2 + 2x - 5y + 5 = 0$  نسبت به هم کدام وضع را دارند؟

(۱) متداخل (۲) برون هم (۳) مماس درونی (۴) مماس برون

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۸۰- قطر دایره گذرا از سه نقطه  $(۰, ۲)$ ،  $(۱, ۳)$ ،  $(-۲, ۴)$  و  $(۰, ۲)$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $\sqrt{7}$  (۳)  $\sqrt{10}$  (۴)  $\sqrt{13}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۸۱- دایره  $C(O, 6)$  مفروض است. خط  $\Delta$  به فاصله  $۲$  از نقطه  $O$  قرار دارد. چند نقطه روی محیط دایره  $C$  وجود دارد که فاصله اش از خط  $\Delta$  برابر  $۴$  باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۸۲- طول کوتاهترین وتری از دایره  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$  که از نقطه  $M(1, 0)$  می گذرد، کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۸۳- مراکز دایره‌هایی که بر دو خط  $y = x - 4$  و  $y = x + 2$  مماس‌اند، بر روی کدام خط قرار دارد؟

(۱)  $y = x - 1$  (۲)  $y = x - 3$  (۳)  $y = x + 1$  (۴)  $y = x + 3$

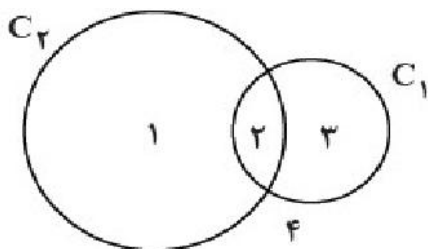
آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۸۴- تمام نقاط روی منحنی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 7 = 0$ ، از نقطه  $M$  به یک فاصله هستند. فاصله  $M$  تا مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶





۱۸۵- دو دایره  $C_2: x^2 + y^2 + 16y = 36$  و  $C_1: x^2 + y^2 - 12x = 1$  مطابق شکل مفروض‌اند. مبدا مختصات در کدام ناحیه نشان داده شده در شکل قرار دارد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸۶- قطر دایره گذرا از سه نقطه  $(1, 0)$ ،  $(-2, 3)$  و  $(3, -1)$ ، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{290}$   
(۲)  $\sqrt{310}$   
(۳)  $\sqrt{390}$   
(۴)  $\sqrt{410}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸۷- دایره‌ای به مرکز  $(2, 5)$  بر خط  $2y - x = 3$  مماس است عرض نقطه برخورد آن با محور  $y$  کدام است؟

- (۱) ۴، ۶  
(۲) ۴، ۷  
(۳) ۳، ۷  
(۴) ۳، ۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸۸- معادله دایره‌ای از دو نقطه  $(1, 0)$  و  $(5, 0)$  گذشته و بر خط  $y = 2$  مماس شود، کدام است؟

- (۱)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$   
(۲)  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$   
(۳)  $x^2 + y^2 + 6x + 5 = 0$   
(۴)  $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸۹- مکان هندسی نقاطی که می‌توان دو مماس مساوی بر هر یک از دو دایره متقاطع رسم کرد، کدام است؟

- (۱) یک نیم خط  
(۲) دو نیم خط  
(۳) یک دایره  
(۴) یک نیم دایره

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۹۰- شعاع دایره‌ای که از سه نقطه  $(-1, 4)$  و  $(7, 2)$  و  $(5, 4)$  بگذرد، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{7}$   
(۲)  $\sqrt{34}$   
(۳)  $\sqrt{26}$   
(۴)  $2\sqrt{6}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۹۱- مرکز دایره‌هایی به معادله  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = 9$  که از خط  $2y + x = 1$  و تریه‌ایی به طول ۴ واحد، جدا کند بر روی کدام خط است؟

- (۱)  $2y + x + 4 = 0$   
(۲)  $2y + x - 4 = 0$   
(۳)  $y + 2x + 4 = 0$   
(۴)  $y - 2x - 4 = 0$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۹۲- مساحت بزرگ‌ترین دایره‌ای که در داخل بیضی به معادله  $4x^2 + 3y^2 - 4x + 6y = 8$  بتوان رسم کرد، کدام است؟

$6\pi$  (۴)

$4\pi$  (۳)

$3\pi$  (۲)

$2\pi$  (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۹۳- مرکز دایره بر روی نیم‌ساز ربع اول و گذرا بر نقطه  $(3, 6)$  است. این دایره بر خط  $y = 2x$  مماس است، شعاع آن کدام است؟

$\sqrt{10}$  (۴)

$\sqrt{6}$  (۳)

$\sqrt{5}$  (۲)

$2\sqrt{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱- چون دایره از نقطه (۱, ۱) می‌گذرد پس مختصات آن در معادله دایره صدق می‌کند. داریم:

$$a(1+1) + b(1+1) - 0 = 0 \Rightarrow a - b$$

$$x^2 + y^2 - x - y = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

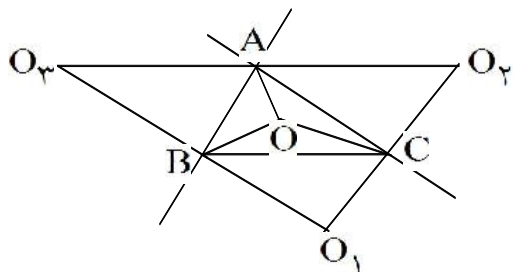
در نتیجه معادله بصورت روبرو درمی‌آید:

$$\text{از روی معادله فوق، } R^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ و گزینه ۴ جواب صحیح است.}$$

۲- وقتی خطی با دایره‌ای زاویه  $90^\circ$  می‌سازد، از مرکز دایره می‌گذرد و چون محل هم‌مرسی این خطوط نقطه A است لذا A مرکز دایره است. پس:

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \Rightarrow A(1, -2)$$

بنابراین گزینه ۱ صحیح است.



۳- نقطه‌ای که از ۳ ضلع مثلث به یک فاصله است محل هم‌مرسی نیم‌سازهای داخلی آن است. نقطه‌ای که از اضلاع یا امتداد آن به یک فاصله است محل هم‌مرسی ۲ نیم‌ساز خارجی با نیم‌ساز داخلی زاویه‌ی سوم است. بنابراین ۴ نقطه وجود دارد که از اضلاع یا امتداد آنها به یک فاصله است. بنابراین گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$C_1(x, y): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 19 = 0 \Rightarrow C_1(x, y): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} O_1 = (1, -2) \\ R_1 = 1 \end{cases} \quad -4$$

$$C_2(x, y): x^2 + y^2 - 2x + 4y = 1 \Rightarrow C_2(x, y): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} O_2 = (1, -2) \\ R_2 = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{طول خط‌المركزين } O_1 O_2 = \sqrt{0^2 + (-2+2)^2} = 0 = R_2 - R_1$$



لذا ۲ دایره مماس داخل می‌باشند بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 18 \Rightarrow O_1(1, -2) \quad R = 3\sqrt{2}$$

۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x+1)^2 + y^2 = 2 \Rightarrow O_1(-1, 0) \quad R' = \sqrt{2}$$

$$OO' = \sqrt{4 + 4} = 2\sqrt{2} = |R - R'| \text{ مماس داخل}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای  $m$ ، عددگذاری می‌کنیم تا دو خط به دست آید. محل برخورد آنها، مرکز دایره است.

$$\left. \begin{aligned} m^{-2} &\Rightarrow x^{-1} + 1 \\ m^{-1} &\Rightarrow y^{-1} - 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{مرکز: } C \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \Rightarrow CM = R = 5$$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

\* نکته: اگر معادله دایره  $C(x, y) = 0$  باشد و  $A(x_0, y_0)$  نقطه‌ای از صفحه آنگاه طول مماس رسم شده بر

$$MT = \sqrt{C(x_0, y_0)} \quad \text{دایره از نقطه } A \text{ برابر است با:}$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x = -3y \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y + a = 0 \Rightarrow 9y^2 + y^2 + 6y + 4y + a = 0 \\ 10y^2 + 10y + a = 0 \\ \Delta = 100 - 40a = 0 \Rightarrow a = \frac{5}{2} \end{cases}$$

راه دوم: فاصله مرکز دایره تا خط مساوی شعاع دایره است.

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -2), \quad R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 16 - 4a}}{2} = \sqrt{5 - a}$$

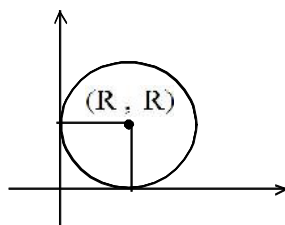
$$OH = R \Rightarrow \frac{|1 - 6|}{\sqrt{1 + 9}} = \sqrt{5 - a} \Rightarrow 25 = 50 - 10a \Rightarrow 10a = 25 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$C: x^2 + (y - 2)^2 = -b + 4$$

$$C': (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2 \quad \left| \begin{array}{l} o \\ o' \end{array} \right|^{-1} \Rightarrow oo' = \sqrt{2} = |R - R'| = |\sqrt{-b + 4} - \sqrt{2}| \Rightarrow b = -4$$

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$(2 - R)^2 + (1 - R)^2 = R^2 \Rightarrow R = 1, 5 \quad \text{از نقطه } (2, 1) \text{ گذشته و}$$

۱۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y = 8 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 18$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 12 = 0 \Rightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} O_1 \begin{vmatrix} 1 \\ -3 \end{vmatrix} \quad O_2 \begin{vmatrix} -4 \\ 2 \end{vmatrix} \quad r_1 = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad r_2 = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \\ |O_1 O_2| = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow O_1 O_2 = r_1 + r_2 \text{ مماس خارج}$$

۱۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقطه‌ی  $(-2, 1)$  از خط  $x - y - 1 = 0$  برابر شعاع دایره است.

$$r = \frac{|-2 - 1 - 1|}{\sqrt{1+1}} = 2\sqrt{2}$$

۱۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مرکز چنین دایره‌ای روی خط  $y = x + 2$  قرار دارد.

$$x_O = -1 \Rightarrow y_O = 1 \Rightarrow (-1, 1)$$

$$y = x \text{ تا خط } O \text{ فاصله} = R = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0 \text{ معادله دایره}$$

۱۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \Rightarrow (x+2)^2 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 8y + a = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+4)^2 = 17 - a$$

$$O \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix} \quad O' \begin{vmatrix} 1 \\ -4 \end{vmatrix} \Rightarrow OO' = 5 = R + R'$$

$$5 = 2 + \sqrt{17 - a}$$

$$a = 8$$

۱۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. دایره را  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  در نظر می گیریم و نقاط داده شده را در دایره صدق می دهیم.

$$(0, 0) \in \text{دایره} \Rightarrow c = 0$$

$$(2, 1) \in \text{دایره} \Rightarrow 4 + 1 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -5$$

$$(-2, 4) \in \text{دایره} \Rightarrow 4 + 16 - 2a + 4b = 0 \Rightarrow -2a + 4b = -20 \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -5 \\ -2a + 4b = -20 \end{cases} \xrightarrow{+} 5b = -25 \Rightarrow b = -5$$

$$\text{دایره: } x^2 + y^2 - 5y = 0 \quad r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{5}{2}$$

۱۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. فرض می کنیم که معادله ی دایره ی مورد نظر  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد و سه نقطه ی  $A(0, 0)$ ،  $B(2, 1)$  و  $C(1, -2)$  نقاط روی این دایره می باشند پس مختصات آن ها در دایره صدق می کند:

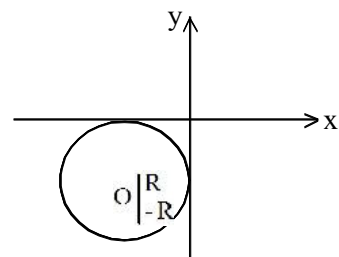
$$\begin{cases} A \begin{cases} 0 + 0 + 0 + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \\ B \begin{cases} 4 + 1 + 2a + b + c = 0 \\ 2a + b = -5 \end{cases} \\ C \begin{cases} 1 + 4 + a - 2b + c = 0 \\ a - 2b = -5 \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{+} \begin{cases} 2a + b = -5 \\ a - 2b = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -5 \\ a - 2b = -5 \end{cases} \xrightarrow{+} 5a = -15 \Rightarrow a = -3, b = 1$$

به این ترتیب معادله ی دایره به صورت  $x^2 + y^2 - 3x + y = 0$  است و شعاع این دایره برابر است با:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{10}$$

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مرکز چنین دایره ای در ناحیه چهارم قرار دارد و  $O(R, -R)$  پس معادله ی دایره به صورت  $(x - R)^2 + (y + R)^2 = R^2$  می باشد. نقطه  $(2, -9)$  در معادله ی این دایره صدق می کند، داریم:

$$(2 - R)^2 + (-9 + R)^2 = R^2 \Rightarrow 4 + R^2 - 4R + 81 + R^2 - 18R = R^2 \\ \Rightarrow R^2 - 22R + 85 = 0 \Rightarrow (R - 17)(R - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R = 5 \\ R = 17 \end{cases}$$



۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در واقع خط  $3x + 2y - a = 0$  از مرکز دایره می گذرد زیرا خطوط قائم بر دایره از مرکز آن عبور می کنند.

$$\text{مرکز دایره } a = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(1, -\frac{1}{2}\right) \xrightarrow[\text{می دهیم}]{\text{در خط قرار}} 3 - 1 = a \Rightarrow a = 2$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: نقطه‌ی  $(-1, 4)$  فقط در گزینه‌ی ۴ صدق می‌کند پس گزینه‌ی ۴ درست است.

راه حل دوم: ابتدا مختصات نقاط تلاقی خط  $y - x$  (نیمساز ناحیه اول) با دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 4x = 6$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 6 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = -1$$

پس نقاط  $A(3, 3)$  و  $B(-1, -1)$  نقاط تلاقی دایره با خط نیمساز هستند و این نقاط روی دایره‌ی  $C$  هم قرار دارد بنابراین دایره‌ی  $C$  از نقاط  $A(3, 3)$  و  $B(-1, -1)$  و  $C(-1, 4)$  عبور می‌کند. فرض کنیم معادله‌ی دایره‌ی  $C$  به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد داریم:

$$\begin{aligned} A \in C &\Rightarrow \begin{cases} 9 + 9 + 3a + 3b + c = 0 \\ 1 + 1 - a - b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow c = -6, a = -1, b = -3 \\ B \in C &\Rightarrow \begin{cases} 1 + 1 - a - b + c = 0 \\ 1 + 16 - a + 2b + c = 0 \end{cases} \\ C \in C &\Rightarrow \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - x - 3y - 6 = 0$$

۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

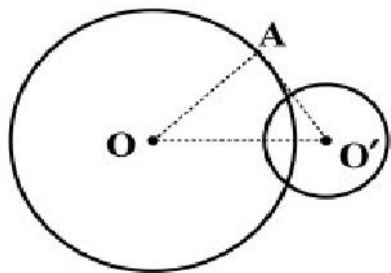
$$R = \left| \frac{4 - 3 - 14}{\sqrt{4 + 9}} \right| = \sqrt{13}$$
 شعاع دایره برابر فاصله مرکز دایره از خط مماس

۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (x-1)^2 + (y+2)^2 = 6 & \quad O(1, -2) \\ x^2 + (y+3)^2 = 9 & \quad O'(0, -3) \end{aligned} \Rightarrow OO' = \sqrt{2}, \sqrt{2} < 3 + \sqrt{6}$$

دو دایره متقاطع‌اند.

۲۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



شعاع نقطه تلاقی عمود بر هم باشند  $O'O^2 = R^2 + R'^2$   
مرکز و شعاع هر دایره مشخص شود.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 20, \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1 + \frac{a^2}{4}$$

$$O(1, -2), O'\left(-\frac{a}{2}, 1\right) \Rightarrow \left(1 + \frac{a}{2}\right)^2 + (-3)^2 = 20 + 1 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow a = 11$$

۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{شعاع دایره برابر فاصله مرکز از خط مماس } R = \frac{|-2 + 2 - 5|}{\sqrt{4 + 1}} = \sqrt{5}$$

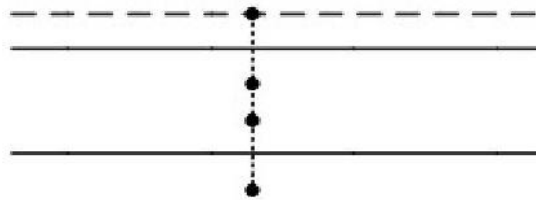
معادله دایره  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5$  است در حالت  $y = 0$  خواهیم داشت  $(x - 2)^2 + 1 = 5$  در نتیجه ۴،  $x = 0$

۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

شعاع دایره عمود بر خط مماس است. شیب شعاع دایره  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 + 2}{5 - 2} = 3$  شیب خط مماس  $-\frac{1}{3}$  است معادله

$$\text{خط مماس } y - 7 = -\frac{1}{3}(x - 5) \Rightarrow 3y + x = 26$$

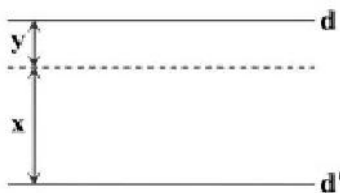
۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو خط مجانس مستقیم یا معکوس می‌توانند باشند اولی مجانس دومی یا برعکس، در هر حالت مکان خط موازی آن دو خط است. پس ۴ خط متمایز موازی هم.



۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

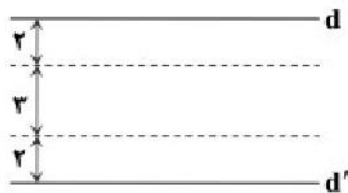
نکته: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط  $d$  به فاصله  $r$  هستند، دو خط موازی  $d$  در دو طرف آن و به فاصله  $r$  از آن است.

با توجه به اطلاعات مسئله، شکل روبه‌رو قابل رسم است:  
با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 2 \end{cases}$$

پس این نقاط روی خطهایی قرار دارند که به فاصله‌های ۵ و ۲ از  $d$  و  $d'$  هستند. یعنی مکان هندسی موردنظر دو خط موازی  $d$  و  $d'$  است.

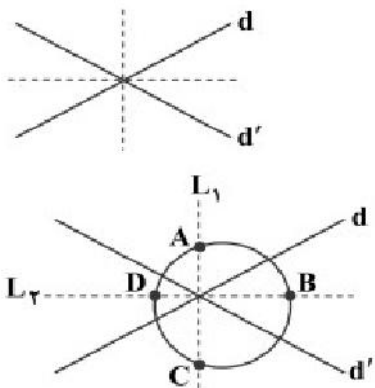


دقت کنید که اگر خطوط موردنظر بین  $d$  و  $d'$  نباشد، قدر مطلق تفاضل فاصله‌ها برابر ۳ نمی‌شود. به همین دلیل آن‌ها را بین دو خط در نظر گرفتیم.



۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

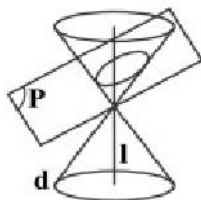
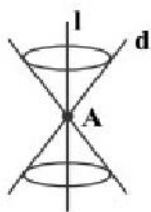
نکته: مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  به یک فاصله‌اند، نیمسازهای زوایای بین  $d$  و  $d'$  هستند. این نیمسازها دو خط عمود بر هم هستند.



ابتدا نیمسازهای زوایای بین دو خط متقاطع  $d$  و  $d'$  (خطوط  $L_1$  و  $L_2$ ) را رسم می‌کنیم، حداکثر تعداد نقاط برخورد خطوط  $L_1$  و  $L_2$  با دایره  $C$  جواب مسئله است. حداکثر تعداد جواب‌ها زمانی ایجاد می‌شود که دایره  $C$  هر دو خط  $L_1$  و  $L_2$  را قطع کند، در این صورت ۴ نقطه با ویژگی‌های موردنظر وجود دارد.

۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: دو خط  $l$  و  $d$  در نقطه‌ی  $A$  متقاطع‌اند ( $l$  و  $d$  بر هم عمود نیستند). سطح حاصل از دوران خط  $d$  حول خط  $l$  را یک سطح مخروطی می‌نامیم. خط  $d$  را مولد، خط  $l$  را محور و نقطه‌ی  $A$  را رأس مخروطی می‌نامند. با توجه به شکل مقابل، فصل مشترک صفحه‌ی  $P$  با سطح مخروطی در حالتی که صفحه‌ی  $P$  بر محور  $l$  عمود نباشد و بامولد  $d$  نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه‌ی مخروط را قطع کند، یک بیضی است.



۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد دایره‌ها نوشته شود.

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4, (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 9 \Rightarrow R_1 = 2, R_2 = 3$$

$$O(1, 0), O'(-1, -2) \Rightarrow OO' = 2\sqrt{2}$$

چون  $R_2 - R_1 < OO' < R_2 + R_1$  پس دو دایره متقاطع‌اند.

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

دایره محیطی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  فرض شود مختصات هر سه نقطه در آن صدق می‌کند.

$$(a + b + c = -2, -a + b + c = -2, 2a - b + c = -5) \Rightarrow a = 0, b = \frac{3}{2}, c = \frac{-7}{2}$$

$$R = \sqrt{\frac{9}{16} + \frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{65}}{4} \text{ : معادله دایره}$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{|3y - 2x - 36|}{\sqrt{9 + 4}} = 2\sqrt{13} \text{ اگر } M(x, y) \text{ مرکز این دایره باشد}$$

$$3y - 2 - 36 - \pm 26 \Rightarrow 3y - 2x - 62, 10$$

پس مکان مطلوب  $3y - 2x - 10$  می باشد.

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطه تلاقی هر سه نیمساز داخلی - نقطه تلاقی یک نیمساز داخلی و دو نیمساز زاویه خارجی دیگر که در خارج در ضلع مثلث است. در نتیجه  $4 = 3 + 1$  نقطه موجود است.

۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

معادله کلی دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است.

$$\begin{cases} 2a + 5b + c + 29 = 0 \\ 4a + b + c + 17 = 0 \\ -6a + b + c + 37 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -2, c = -23$$

$$\text{معادله دایره مطلوب } (x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 25 \text{ در نتیجه } R = 5, R = 10$$

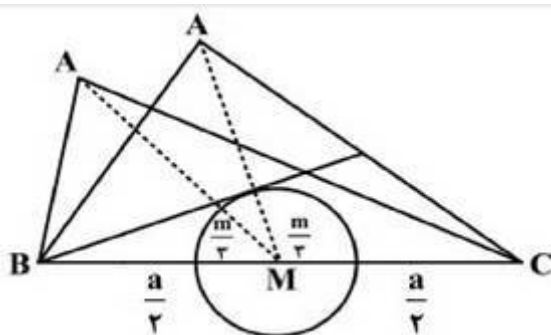
۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

مرکز دایره  $O(1, 1)$  و نقطه تماس  $A(2, 3)$ ،  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 5$  خط مماس عمود بر شعاع  $AO$  است.

$$m = \frac{3 - 1}{2 - 1} = 2 \Rightarrow m' = -\frac{1}{2}$$

$$\text{معادله خط مماس } y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \text{ یا } y = -\frac{1}{2}x + 4 \text{ به ازای } y = 0 \text{ مقدار } x = 8$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



۳۶- ابتدا معادله دایره را به شکل استاندارد تبدیل می کنیم.

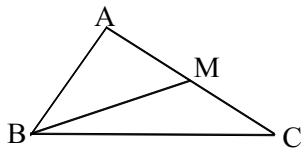
$$x^2 + y^2 - 2x + 3y = a \Rightarrow (x - 1)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 - 1 - \frac{9}{4} = a$$

$$\Rightarrow (x - 1)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = a + 1 + \frac{9}{4} = R^2$$

لازمه اینکه معادله فوق، رابطه یک دایره باشد آنست که مقدار  $a + 1 + \frac{9}{4}$  مثبت باشد.

$$a + 1 + \frac{9}{4} = a + \frac{13}{4} > 0 \Rightarrow a > -\frac{13}{4}$$

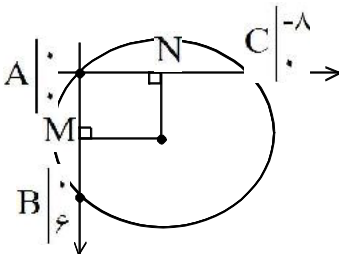
بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح سوال است.



۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با در نظر گرفتن مثلث ABC داریم:  $AM = \frac{1}{2}AC$

بنابراین نقطه M نیز از نقطه ثابت A بفاصله ثابتی است لذا مکان آن دایره‌ای

است به مرکز A و شعاع  $\frac{1}{2}AC$



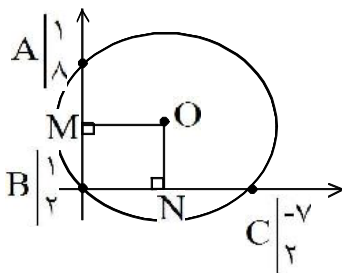
۳۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $M \left| \begin{matrix} 0 \\ 3 \end{matrix} \right.$  وسط AB است. خط گذرنده از AB:  $x = 0$

پس معادله خط عمود از O (مرکز دایره) بر AB و گذرنده از M:  $y = 3$

$N \left| \begin{matrix} -4 \\ 0 \end{matrix} \right.$  وسط AC است و معادله خط گذرنده از AC:  $y = 0$

بنابراین خط عمود از O بر AC و گذرنده از N:  $x = -4$

بنابراین: شعاع دایره =  $OA = 5 \Rightarrow O = (-4, 3)$  مرکز دایره



۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی تلاقی عمودمنصف‌های AB و BC مرکز این دایره است.

$x = 1$ : معادله خط AB, وسط M  $\left| \begin{matrix} 1 \\ 5 \end{matrix} \right.$

خط عمود بر AB و گذرنده از M:  $y = 5 \Rightarrow y_O = 5$

$y = 2$ : معادله خط BC, وسط N  $\left| \begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix} \right.$

خط عمود بر BC و گذرنده از N:  $x = -3 \Rightarrow x_O = -3$

پس:  $2R = قطر = 10 \Rightarrow OA = شعاع دایره = \sqrt{16 + 9} = 5$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

راهنمایی: شعاع دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  از رابطه  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$  بدست می آید.

$$R = \frac{\sqrt{1 + 9 - 4a}}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \sqrt{10 - 4a} = 5 \Rightarrow 10 - 4a = 25 \Rightarrow a = -\frac{15}{4}$$

$$O \begin{pmatrix} -\frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \end{pmatrix} \rightarrow O \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow d = OO' = \sqrt{2}$$

۴۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$O' \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 4}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \sqrt{2}$$

$$R' = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

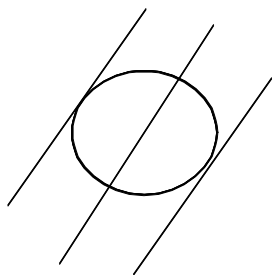
از آنجاییکه  $d - R' - R$  پس این دو دایره مماس داخل هستند.

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. میانه های هر مثلث همسرند و نقطه تلاقی آنها از هر سه میانه به فاصله صفر می باشد.

$$\text{طول شعاع} = \frac{|0 + 0 - 1|}{\sqrt{25}} = 2$$

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به گزینه ها، گزینه (۴) فاصله اش از مبدأ همان مقدار ۲ می باشد.



۴۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$3x - 4y - 10 = 0$$

$$3x - 4y - 10 = 0$$

$$2R = \frac{20}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} \Rightarrow R = 2$$

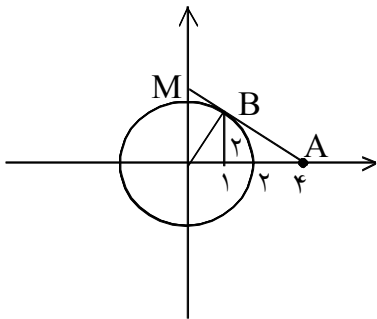
$$\text{خط وسط: } \begin{cases} 3x - 4y - 10 = 0 \\ y - x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = y = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 = 4$$

(۰, ۰) مرکز دایره

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به وضعیت خط و دایره: شرط وجود یک جواب، مماس بودن خط بر دایره است.  

$$\Rightarrow \frac{|3 + 8 - m|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|11 - m|}{5} = 3 \Rightarrow \begin{cases} 11 - m = 15 \Rightarrow m = -4 \\ 11 - m = -15 \Rightarrow m = 26 \end{cases}$$

۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$AB^2 = 16 - 4 = 12$$

$$\begin{cases} (x_B - 4)^2 + y_B^2 = 12 \\ x_B^2 + y_B^2 = 4 \end{cases}$$

$$-8x_B + 16 = 8$$

$$\frac{\sqrt{3}}{y_M} = \frac{3}{4} \Rightarrow x_B = 1 \Rightarrow y_B = \sqrt{3} \text{ از طرفی مطابق تالس}$$

$$y_M = \frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow M \left( \frac{5}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3} \right)$$

راه دوم: عرض نقطه‌ی M از شعاع دایره یعنی ۲ بزرگ‌تر است و در بین گزینه‌ها تنها نقطه‌ی گزینه‌ی ۳ عرض بزرگ‌تر از ۲ دارد.

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. زیرا هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون دو دایره مماس خارج هستند، پس  $CC' = R + R'$  و شعاع دو دایره برابر است پس  $CC' = 2R$  داریم:

$$C \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \end{vmatrix}, C' \begin{vmatrix} -\alpha \\ -\beta \end{vmatrix} \Rightarrow CC' = \sqrt{4\alpha^2 + 4\beta^2} = 2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

$$CC' = 2R \Rightarrow 2\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = 2R \Rightarrow R = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راهنمایی: معادله  $x^2 + y^2 + ax + c = 0$  یک دایره است هر گاه ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  برابر بوده و  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  باشد. معادله داده شده را بر ۲ تقسیم میکنیم داریم.

$$x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}y + \frac{a}{2} = 0$$

$$R^2 > 0 \Rightarrow \left(\frac{-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{a}{2}\right) > 0 \Rightarrow 2a < \frac{5}{2} \Rightarrow a < \frac{5}{4}$$

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قطر دایره با آن زاویه‌ی قائمه می‌سازد و چون خطوط  $d$  و  $\Delta$  هر دو قطرند لذا محل

$$f'_x = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{3}{2}$$

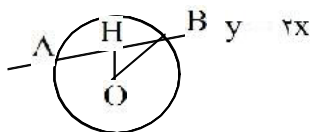
$$f'_y = 0 \Rightarrow 2y + 2 = 0 \Rightarrow y = -1$$

برخورد ۲ خط مرکز دایره است.

۵۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر معادله‌ی دو دایره را از هم کم کنیم معادله‌ی وتر مشترک را به دست می‌آوریم.

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 6y \\ x^2 + y^2 = ax \end{array} \right\} \xrightarrow{-} 6y - ax = 0 \Rightarrow y = \frac{a}{6}x$$

از طرفی  $y = -x$  معادله‌ی وتر مشترک دو دایره است پس  $\frac{a}{6} = -1$  در نتیجه:  $a = -6$ .



۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مرکز دایره  $c(1, 0)$

$$R^2 = \frac{24}{5}$$

فرمول فاصله نقطه  $p(x_0, y_0)$  از خط  $ax + by + c = 0$  به صورت  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  می‌باشد.

$$OH = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftarrow \text{فاصله O تا AB عبارتست از}$$

$$HB = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{\frac{24}{5} - \frac{4}{5}} = 2 \Rightarrow AB = 4$$

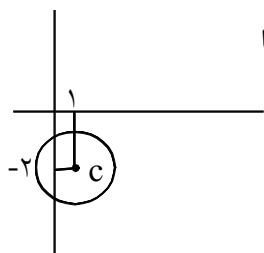
۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $p(x, y)$  نقطه‌ای از مکان مورد نظر باشد باید:

$$AP - \sqrt{3}PB \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} - \sqrt{3} \sqrt{(x-0)^2 + (y+2)^2}$$

$$(x-1) + (y-3) - 3(x) + 3(y+2) \Rightarrow x^2 + y^2 + x + 9y + 1 - 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{78}{4}$$

۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

لذا دایره‌ای با مرکز  $C\left(-\frac{1}{2}, -\frac{9}{2}\right)$  و شعاع  $\sqrt{3}$  است. پس محور  $x$ ها را قطع نمی‌کند اما محور  $y$ ها را در ۲ نقطه قطع می‌کند.



۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. توجه: در معادله پارامتری دایره ضرایب  $\cos \alpha$ ,  $\sin \alpha$  شعاع دایره است.

$$M \begin{cases} 1 + 2 \sin t - x \Rightarrow 2 \sin t - x - 1 \\ -4 + 2 \cos t - y \Rightarrow 2 \cos t - y + 4 \end{cases} \Rightarrow (x+1)^2 + (y+4)^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

۵۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

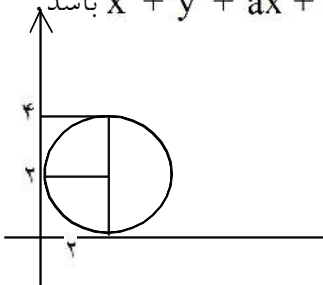
توجه: فرم کلی معادله دایره بصورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  می‌باشد، کافیست سه نقطه را در معادله

$$x^2 + y^2 + ax + by = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b + 2 = 0 \\ 2a - 2b + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -3, b = 1$$

کلی جاگذاری کنیم: در این مسئله چون از  $\begin{cases} a \\ b \end{cases}$  می‌گذرد پس  $c = 0$  می‌باشد.

$$x^2 + y^2 - 3x + y = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{9 + 1 - 0} = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم معادله دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد



$$\begin{cases} A: 4 + 2b + c = 0 & 2b - c - 4 \\ B: 4 + 2a + c = 0 & 2a - c - 4 \\ C: 4 + 16 + 2a + 4b + 2 = 0 \end{cases}$$

$$20 - 4 - 4 - 2c - 8 + c = 0 \Rightarrow c = 4 \quad \begin{cases} a = -4 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow R = 2$$

البته با توجه به شکل دایره، مساله براحتی قابل حل بود.



۵۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 6b + c + 52 = 0 \\ -2a - 2b + c + 18 = 0 \\ 5a - b + c + 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a + 8b + 44 = 0 \\ 7a + b + 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \\ c = -20 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0 \Rightarrow \text{می دانیم } R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \Rightarrow R = 5$$

۵۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. شرط آنکه دو دایره با مرکز  $C_1$  و  $C_2$  بر هم مماس داخل باشند آن است که:

$$|R_1 - R_2| = C_1 C_2 = d$$

$$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 = 4 & C_1 \left| \begin{matrix} R_1 = 2 \\ C_1 = 3 \end{matrix} \right. \\ x^2 + y^2 = a^2 & C_2 \left| \begin{matrix} R_2 = a \\ C_2 = 0 \end{matrix} \right. \end{cases}$$

$$d = C_1 C_2 = 3 \Rightarrow |2 - a| = 3 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 5 \end{cases}$$

۶۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + 4x - 2y = 4 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9 \Rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 3^2$$

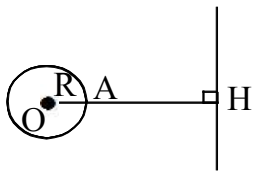
$$\Rightarrow C_1 \left| \begin{matrix} R_1 = 3 \\ C_1 = (-2, 1) \end{matrix} \right.$$

$$x^2 - 4x + y^2 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow C_2 \left| \begin{matrix} R_2 = 2 \\ C_2 = (2, 0) \end{matrix} \right.$$

$$d = C_1 C_2 = \sqrt{16 + 1} = \sqrt{17} \Rightarrow |R_1 - R_2| < d < R_1 + R_2$$

پس دو دایره متقاطع هستند.

۶۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



کوتاهترین فاصله ی خط از دایره  $OH - R$

$$\begin{cases} O(1, 2) \\ R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 - 4} = 2 \end{cases}$$

$$OH = \frac{|3 + 8 + 9|}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$AH - OH - R = 2$$

۶۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. برای آنکه مقطع دایره باشد لازم است ضریب  $xy$  برابر صفر باشد. پس  $k = 2$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 4k} = \frac{1}{2} \sqrt{28} = \sqrt{7}$$

بوده یعنی  $k = 2$  و شعاع دایره عبارت است از:



۶۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم که  $M(x, y)$  نقطه ای از صفحه باشد پس:

$$MA = 2MB \Rightarrow (MA)^2 = 4(MB)^2$$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 4(x + 1)^2 + 4(y - 2)^2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 + 8x + 4x - 16y + 6y + 4 + 16 - 9 - 4 = 0$$

$$3x^2 + 12x + 3y^2 - 10y + 7 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - \frac{10}{3}y + \frac{7}{3} = 0$$

$$(x + 2)^2 + \left(y - \frac{5}{3}\right)^2 = \frac{40}{9}$$

مکان یک دایره به شعاع  $R = \frac{2\sqrt{10}}{3}$  است.

۶۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا وضعیت دو دایره را باید تشخیص دهیم:

$$C_1: x^2 + y^2 - 6x + 3 = 0 \Rightarrow O_1(3, 0)$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 8x + 10 = 0 \Rightarrow O_2(4, 0)$$

$$R_1 = \frac{1}{2}\sqrt{36 - 12} = \frac{1}{2}\sqrt{24} = \sqrt{6}$$

$$R_2 = \frac{1}{2}\sqrt{64 - 40} = \frac{1}{2}\sqrt{24} = \sqrt{6}$$

$$|O_1O_2| = \sqrt{9 + 16} = 5$$



دو دایره متخارج هستند.  $5 > \sqrt{6} + \sqrt{6} \Rightarrow$

دو دایره متخارجند، پس کوتاهترین فاصله ی بین دو دایره برابر است با:  $AB = O_1O_2 - (R_1 + R_2)$  پس:

$$5 - 2\sqrt{6} = |AB| = \text{کوتاهترین فاصله}$$

۶۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. باید  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  باشد.

$$4 + 16 - 4a > 0 \Rightarrow 20 > 4a \Rightarrow 5 > a$$

۶۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + \frac{b}{a}(x + y) = 0 \quad (1, 1) \in \text{دایره} \Rightarrow \frac{b}{a} = -1$$

$$x^2 + y^2 - x - y = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

۶۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5-c \Rightarrow (2,5) \in \text{دایره} \Rightarrow (2-1)^2 + (5+2)^2 = 5-c \\ \Rightarrow 1+49=5-c \Rightarrow 5-c=50$$

بنابراین:  $R^2 = 50$ ، پس  $R = 5\sqrt{2}$ .

۶۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 3 = 0 \Rightarrow C' = \left(-\frac{-4}{2}, -\frac{-6}{2}\right) = (2, 3)$$

$$C' = (3, 3), C = (0, 1) \Rightarrow \text{خط مرکزین } d = \sqrt{(2-0)^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$$

چون  $R' > d$ ، لذا دو دایره باید مماس داخل باشند در نتیجه:

$$d = |R - R'| \Rightarrow 2\sqrt{2} = |R - 4| \Rightarrow R = 4 - 2\sqrt{2}$$

بنابراین معادله ی دایره ی مورد نظر عبارت است از:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = (4-2\sqrt{2})^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 23 + 16\sqrt{2} = 0$$

البته باید در نظر گرفت که از حل معادله ی  $|R-4| = 2\sqrt{2}$ ، جواب  $R = 4 + 2\sqrt{2}$  نیز به دست می آید که در

این صورت معادله ی دایره ی مورد نظر به صورت  $x^2 + y^2 - 2y - 23 - 16\sqrt{2} = 0$  است که در گزینه ها موجود

نمی باشد.

۶۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

می دانیم در معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  شعاع برابر است با:  $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$  پس:

$$x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}y - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{25}{4} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{2}$$

۷۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b + c = -5 \\ -a + 2b + c = -5 \\ 2b + c = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = -5 \\ b = \frac{-4}{3} \\ a = \frac{-8}{3} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - \frac{8}{3}x - \frac{4}{3}y - 5 = 0 \rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{64}{9} + 20} = \frac{\sqrt{65}}{3}$$

در دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  شعاع دایره برابر است با:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + C = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b + c = -5 & c = -5 \\ -a + 2b + c = -5 & b = \frac{-4}{3} \\ 2b + c = -9 & a = \frac{-8}{3} \end{cases}$$

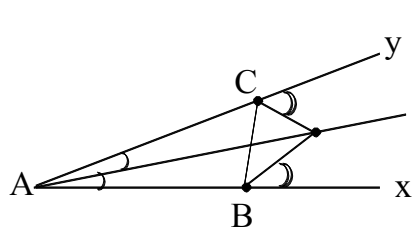
۷۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = x \Rightarrow 2x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{2 + \sqrt{14}}{2} = 1 + \sqrt{\frac{14}{4}} = 1 + \sqrt{\frac{7}{2}}$$

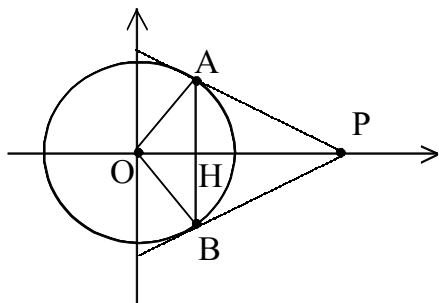
۷۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$9x^2 - 6xy + y^2 + 9y^2 + 6xy + x^2 = 10 \Rightarrow 10x^2 + 10y^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$$

یک دایره به مرکز (۰ و ۰) و به شعاع ۱



۷۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. چون نیمساز خارجی زوایای B و C و نیمساز داخلی زوایه ی A در یک نقطه هم‌رسند، همواره با تغییر B و C روی اضلاع زاویه، این نقطه هم‌رسی، به هر حال نقطه‌ای از نیمساز زوایه ی  $\widehat{xAy}$  خواهد بود، لذا مکان هندسی محل تلاقی نیمسازها، خود نیمساز زوایه ی  $\widehat{xAy}$  است. (با تغییر B و C نقاط مختلف نیمساز به دست می‌آید.) سه نیمساز داخلی هر مثلث، هم‌رسند و دو نیمساز خارجی با نیمساز داخلی نظیر رأس سوم همواره هم‌رسند.



مرکز دایره =  $(0, 0)$

$$|OA| = R = \sqrt{3} \Rightarrow AP^2 = -R^2 + OP^2 = -3 + 9 = 6 \Rightarrow |AP| = \sqrt{6}$$

$$|OA| \times |AP| = |AH| \times |OP| \Rightarrow |AH| = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{3} = \sqrt{2}$$

$$|AB| = 2|AH| = 2\sqrt{2}$$

معادله‌ی خط گذرا از  $P$ :  $y - 0 = m(x - 3)$   
 $y = mx - 3m$

راه حل دیگر:

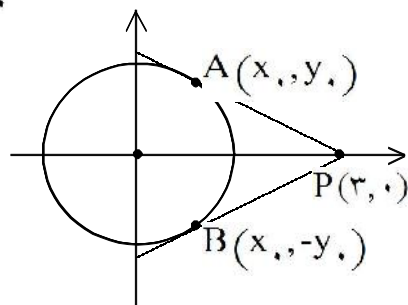
$$\text{نقطه } A \begin{cases} y = mx - 3m \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + (mx - 3m)^2 = 3 \\ x^2 + m^2 x^2 - 6m^2 x + 9m^2 = 3 \\ (1 + m^2)x^2 - 6m^2 x + 9m^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow 36m^4 - 4(1 + m^2)(9m^2 - 3) = 0$$

$$36m^4 - 36m^2 + 12 = 0$$

$$m^2 = \frac{1}{2} \rightarrow m = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \frac{3}{2}x^2 - 3x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow x = 1$$



نکته‌ی درسی:

(۱) معادله‌ی دایره‌ای به مرکز  $W(\alpha, \beta)$  و شعاع  $R$  عبارت است از  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$

(۲) طول مماس وارد از نقطه‌ی  $P$  بر دایره به مرکز  $W$  و معادله‌ی  $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = R^2$  برابر است با

$$\sqrt{(WP)^2 - R^2}$$

(۳) شعاع دایره در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است.

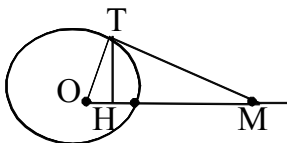
۷۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه ی OMT داریم:

$$OA = R = \sqrt{3} \text{ و } OM = 3$$

$$O\hat{A}M: MA^2 = OM^2 - OA^2 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow MA = \sqrt{6}$$

$$OA \times MA = OM \times AH$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} \times \sqrt{6} = 3AH \Rightarrow AH = \sqrt{2} \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$$



۷۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$2AM = BM \Rightarrow 2\sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 10y = 0$$

نکته ی درسی:

مکان هندسی نقاطی که نسبت فواصل آنها از دو نقطه ی ثابت مقدار ثابتی است یک دایره است (قضیه ی آپولونیوس).

۷۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله ی دو دایره را به فرم استاندارد تبدیل می کنیم:

$$(x-2)^2 + (y-3)^2 = 16 \Rightarrow O \left| \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} \right. \quad R = 4$$

$$(x-5)^2 + (y-7)^2 = 1 \Rightarrow O' \left| \begin{matrix} 5 \\ 7 \end{matrix} \right. \quad R' = 1$$

$$d = OO' = \sqrt{(5-2)^2 + (7-3)^2} = 5$$

چون  $d = R + R'$  یعنی  $5 = 4 + 1$  پس دو دایره مماس خارج اند.

تذکر: اگر معادله ی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد مرکز و شعاع دایره به صورت

$$O \left| \begin{matrix} -\frac{a}{2} \\ -\frac{b}{2} \end{matrix} \right. \quad R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \text{ است. نکته ی درسی:}$$

$$\text{متداخل: } d < |R - R'|$$

$$\text{مقاطع: } |R - R'| < d < R + R'$$

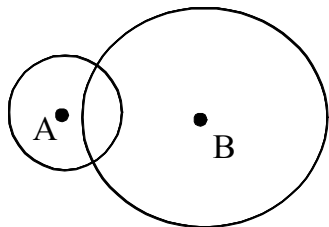
$$d < R + R' : \text{ دو دایره متخارجند}$$

$$d = R + R' : \text{ دو دایره مماس خارج}$$

$$d = |R - R'| : \text{ مماس خارج}$$

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از A در فضا به فاصله ۳ هستند کره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ است. مکان هندسی نقاطی که از B در فضا به فاصله ۴ هستند کره‌ای به مرکز B و شعاع ۴ است. چون طول AB کمتر از ۳ + ۴ است پس این دو کره یکدیگر را قطع می‌کنند، مانند توپ‌هایی که به هم فشرده می‌شوند محل برخورد آنها محیط دایره‌ای است که بر روی دو کره وجود دارد و مکان هندسی نقاطی است که از A به فاصله ۳ و B به فاصله ۴ هستند.

راه حل دیگر: در صفحه نقاط برخورد دو دایره دو نقطه است با دوران این شکل حول AB بی‌نهایت نقطه حاصل می‌گردد.



تشریح گزینه‌های نادرست: گزینه ۱: اگر فاصله A و B برابر ۷ بود این جواب درست بود.

گزینه ۲: اگر شکل را در صفحه فرض کنیم ۲ نقطه جواب خواهد بود.

گزینه ۴: اگر فاصله  $AB > 7$  بود این گزینه درست بود.

۷۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فقط در دایره است که قائم‌های وارد بر آن از مرکز آن می‌گذرد. پس معادله‌ی فوق دایره است. بنابراین  $a = 2$  و معادله‌ی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + \frac{b}{4}x + \frac{c}{4}y = 0$  است و  $O(3, 1)$  مرکز دایره است.

$$O - \left(-\frac{b}{4}, -\frac{c}{4}\right) - (3, 1) \Rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{4} = 3 \Rightarrow b = -12 \\ -\frac{c}{4} - 1 \Rightarrow c = -4 \end{cases} \Rightarrow b + c = -16$$

۸۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فرض کنیم معادله دایره موردنظر به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد.

$$\left. \begin{aligned} (-1, 0) \in \text{دایره} &\Rightarrow 1 - a + c = 0 \\ (3, 0) \in \text{دایره} &\Rightarrow 9 + 3a + c = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -2 \text{ و } c = -3$$

$$(0, -3) \in \text{دایره} \Rightarrow 9 - 3b + c = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{4 + 4 + 12}}{2} = \sqrt{5}$$

۸۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. M روی یک دایره قرار دارد به طوری که شعاع این دایره برابر  $\frac{5}{4}$  می باشد:

$$R = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \sqrt{1 + 9 + 4a} = 5 \Rightarrow 10 + 4a = 25$$

$$\Rightarrow 4a = 15 \Rightarrow a = \frac{15}{4}$$

۸۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر دو دایره بر هم مماس باشند، آنگاه:

$$\left. \begin{array}{l} O(0,0) \text{ و } R = \sqrt{a} \\ O'(1,1) \text{ و } R' = \frac{\sqrt{4+4}}{2} = \sqrt{2} \\ d = OO' = \sqrt{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{مماس خارج} \\ \Rightarrow d = R + R' \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{a} + \sqrt{2} \Rightarrow a = 0 \\ \text{مماس داخل} \\ \Rightarrow d = |R - R'| \Rightarrow \sqrt{2} = |\sqrt{a} - \sqrt{2}| \Rightarrow a = 8 \end{array}$$

۸۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. خطی که بر دایره عمود است از مرکز دایره عبور می کند.

$$\text{مختصات مرکز دایره} = \left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = \left(2, -\frac{1}{2}\right) \in \text{خط} \Rightarrow 2\left(-\frac{1}{2}\right) + m(2) = 1 \Rightarrow m = 1$$

۸۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

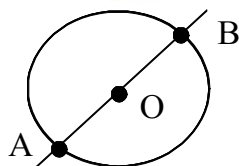
$$MA = \sqrt{2}MB \Rightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{2} \times \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2} \Rightarrow$$

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 2[(x-1)^2 + (y-2)^2] \Rightarrow$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 8y + 16 = 2x^2 - 4x + 2 + 2y^2 - 4y + 8 \Rightarrow x^2 + y^2 = 10$$

۸۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز دایره  $O(1,2)$  روی خط  $y = x + 1$  است پس پاره خط  $AB$  همان قطر دایره است.

بنابراین  $AB$  دو برابر شعاع است:



$$AB = 2r = 2(2) = 4$$



۸۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  معادله‌ی دایره باشد.

$$(0, 0) \in \text{دایره} \Rightarrow c = 0$$

$$\left. \begin{aligned} (2, -2) \in \text{دایره} &\Rightarrow 4 + 4 + 2a - 2b = 0 \Rightarrow a - b = -4 \\ (1, 1) \in \text{دایره} &\Rightarrow 1 + 1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -3, b = +1$$

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{9 + 1 + 0}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{2} \Rightarrow \text{قطر دایره} = \sqrt{10}$$

$$\left| \begin{array}{l} x - 7 - 2 \cos t \\ y + 3 - 2 \sin t \end{array} \right| \Rightarrow (x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 4 \Rightarrow 2R = 4$$

۸۷- گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۸۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

چون هر خط قائم بر دایره از مرکز دایره عبور می‌کند پس نقطه‌ی تلاقی، دو خط قائم مرکز دایره خواهد بود و داریم:

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 2, y = -1 \Rightarrow \text{مرکز دایره } W \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix}$$

و چون دایره بر خط  $y - x$  مماس است، فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع است:

$$|wH| = R = \frac{|-1 - 2|}{\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

۸۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$$

با توجه به اینکه در معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  شعاع دایره از رابطه‌ی

بدست می‌آید لذا معادله فوق در صورتی یک دایره را مشخص می‌کند که:

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 - 4c > 0 &\Rightarrow 4 + 16 - 4(m - 1) > 0 \Rightarrow 20 - 4m + 4 > 0 \\ \Rightarrow 4m < 24 &\Rightarrow m < 6 \end{aligned}$$

۹۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. طول و عرض مرکز دایره برابر یکدیگراند، داریم:

$$x^2 + y^2 + a(x + y) = 0 \Rightarrow 16 + 16 + 8a = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8 \Rightarrow R = 2\sqrt{2}$$



۹۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} 4a + 6b + c + 52 = 0 \\ -2a - 2b + c + 8 = 0 \\ 5a - b + c + 26 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a + 4b + 22 = 0 \\ \frac{7a + b + 18}{25a + 50} = 0 \end{cases}$$

$a = -2, b = -4 \Rightarrow$  مرکز دایره  $(1, 2)$

۹۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. قطر دایره از مرکز آن می گذرد و شیب این قطر ۱- می باشد.

$(x - 1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow$  مرکز دایره  $(1, 0)$

معادله قطر:  $y = -1(x - 1) \Rightarrow x + y = 1$

۹۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. قطر دایره از مرکز آن می گذرد و شیب این قطر ۱- می باشد.

$(x - 1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow$  مرکز دایره  $(1, 0)$

معادله قطر:  $y - 0 = -(x - 1) \Rightarrow x + y = 1$

۹۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

شعاع دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  از رابطه ی  $R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$  به دست می آید.

$a(8 - 4) + (8 + 4) = 0 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow -2x^2 - 2y^2 + 6x - 2y = 0$

$x^2 + y^2 - 3x + y = 0 \Rightarrow R = \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$

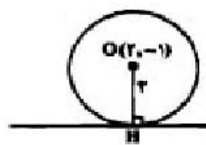
۹۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. فاصله مرکز دایره تا خط مماس برابر شعاع دایره است.

$x^2 + y^2 - 4x + 2y = 4 \Rightarrow (x - 2)^2 - 4 + (y + 1)^2 - 1 = 4$

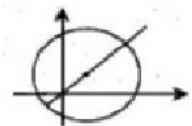
$\Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$

شعاع  $R = 3$ , مرکز  $O(2, -1)$

$OH = R \Rightarrow \frac{|6 + 4 - m|}{\sqrt{9 + 16}} = 3 \Rightarrow |10 - m| = 15 \Rightarrow \begin{cases} 10 - m = 15 \\ 10 - m = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 25 \end{cases}$



۹۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



تفاضل فاصله دورترین نقطه از مبدأ و نزدیکترین نقطه از مبدأ برابر قطر دایره است.

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 4 + 8} = 2 \quad d = \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{2}$$

$$(d + R) - (R - d) = 2d = 2\sqrt{2}$$

نزدیکترین دورترین

۹۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

قطر دایره از مرکز آن می‌گذرد مختصات مرکز دایره به معادله  $x^2 + y^2 - 3x + 5y = 7$  نقطه  $O' \left( \frac{3}{2}, \frac{-5}{2} \right)$  است شیب خط گذرا بر دو نقطه  $(1, 2)$  و  $(3, 4)$  برابر است با ۱  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(4-2)}{(3-1)} = 1$  پس شیب قطر دایره برابر -۱ است. معادله به صورت:  $x + y - 1$  یا  $y + \frac{5}{2} = -(x - \frac{3}{2}) \rightarrow y = -x - 1$ .

۹۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی استاندارد دایره  $x^2 - 4x + y^2 + 3y = 2$  چنین است.

$$(x - 2)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = 2 + 4 + \frac{9}{4}$$

مرکز دایره  $\left(2, \frac{-3}{2}\right)$  است، قطر دایره از مرکز می‌گذرد و بر خط  $y - x + 1$  عمود است. شیب خط برابر ۱ است،

پس شیب قطر دایره برابر -۱ است. معادله ی قطر دایره ی گذرنده از  $\left(2, \frac{-3}{2}\right)$  با شیب -۱ چنین است:

$$y + \frac{3}{2} = -1(x - 2) \rightarrow y = -x + \frac{1}{2}$$

یا  $2y + 2x - 1 = 0$  می‌باشد.

۹۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است که مختصات نقاط  $(1, 0)$  و  $(0, 2)$  و  $(-2, 1)$  در آن صدق می‌کند:

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \\ 4 + 2b + c = 0 \\ 5 - 2a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = -1 \\ 2b + c = -4 \\ 2a - b - c = 5 \end{cases}$$

دو برابر معادله‌ی سوم را با معادله‌ی اول و دوم جمع می‌کنیم، خواهیم داشت:

$$(a + c) + (2b + c) + 2(2a - b - c) = -1 - 4 + 10$$

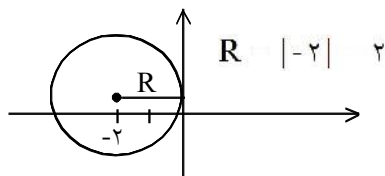
$$b = -1, c = -2, 5a = 5 \Rightarrow a = 1$$

معادله‌ی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0$  است و معادله استاندارد نوشته شود:

$$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 2 + \frac{1}{4}$$

پس شعاع دایره  $R = \sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$  و قطر آن  $2R = \sqrt{10}$  می‌باشد.

۱۰۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون تمام خطوط عمود بر دایره از مرکز دایره می‌گذرند، پس مختصات مرکز دایره، نقطه‌ی  $(-2, 1)$  است و چون دایره بر محور  $y$ ها مماس است، لذا شعاع دایره برابر ۲ می‌باشد. پس معادله‌ی دایره عبارت است از:



$$(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$$

۱۰۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. دایره به معادله‌ی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  از سه نقطه‌ی  $(1, 0)$  و  $(0, 2)$  و  $(-2, 1)$  می‌گذرد لذا خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 1 + 0 + a + 0 + c = 0 \\ 0 + 4 + 0 + 2b + c = 0 \\ 4 + 1 - 2a + b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c + 1 = 0 \\ 2a + c + 4 = 0 \\ -2a + b + c + 5 = 0 \end{cases}$$

دو بردار معادله‌ی سوم را از مجموع دو معادله‌ی اول کم می‌کنیم.

$$a + 2b + 2c + 5 - (-2a + 2b + 2c + 10) = 0 \Rightarrow a = 1$$

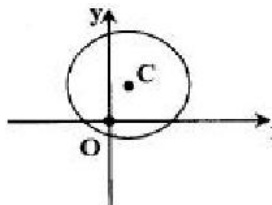
$c = -2$  و  $b = -1$  معادله‌ی دایره چنین است:

$$x^2 + y^2 + x - y - 2 = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 2 + \frac{1}{4} = \frac{10}{4}$$

$$2R = \sqrt{10} \quad \text{یا} \quad R = \frac{\sqrt{10}}{2}$$

پس:

۱۰۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. قائم‌های بر دایره همواره از مرکز آن می گذرند منظور از نقطه ثابت مرکز آن است دایره به فرم استاندارد بیان می کنیم.  $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$   $x^2 + 2x + y^2 + 4y = 0$  مرکز دایره  $(1, -2)$



۱۰۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. شعاع دایره، برابر فاصله ی مرکز از خط مماس است:  
 $R=3x+4y+1=0$  فاصله ی  $C(1, 2)$  از خط  $= \frac{|3(1)+4(2)+1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$

شکل تقریبی این دایره را می بینیم:  
 دقت کنید که  $OC = \sqrt{5}$  از شعاع کم تر است، پس دایره از هر ۴ ناحیه عبور می کند.

۱۰۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. شعاع دایره به مساحت  $4\pi$  برابر ۲ است، پس داریم:  
 $R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2} - 2k = 2 \Rightarrow 4 + 36 - 4k = 16 \Rightarrow 40 - 4k = 16 \Rightarrow 4k = 24 \Rightarrow k = 6$

۱۰۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. مرکز و شعاع‌ها را می یابیم:

$$x^2 + y^2 + 4x + 6y + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز } (-2, -3) \\ \text{شعاع} = \frac{1}{2} \sqrt{4^2 + 6^2 - 4(10)} = \sqrt{3} \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 + 8x + 2y - 82 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز } (-4, -1) \\ \text{شعاع} = \frac{1}{2} \sqrt{64 + 4 + 4(82)} = \frac{1}{2} \sqrt{396} = 3\sqrt{11} \end{cases}$$

فاصله ی مراکز از هم  $OO' = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$  است، پس داریم:  $OO' = 2/8$  و  $R = 1/7$  و  $R' = 9/9$   
 پس  $|R - R'| > OO'$  و دو دایره متداخل اند.

۱۰۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز } C\left(-\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right) = C(2, -1) \Rightarrow OC = \sqrt{5} \\ \text{شعاع } R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 + 16} = \frac{6}{2} = 3 \end{cases}$$

پس نسبت  $OC$  به شعاع،  $\frac{\sqrt{5}}{3}$  است.

۱۰۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

مرکز دایره:  $O\left(-1, \frac{a}{2}\right)$

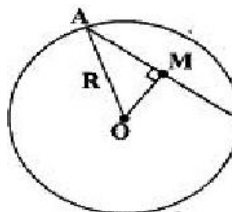
$$\text{شعاع: } R = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + a^2 + 16} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 18}$$

کوتاه ترین وتر گذرنده از  $M$ ، وتر عمود بر قطر گذرنده از  $M$  است:

$$AM^2 = R^2 - OM^2$$

$$\left(\frac{8}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + 18}{4} - \left[ (1+1)^2 + \left(2 - \frac{a}{2}\right)^2 \right]$$

$$16 = \frac{1}{4}a^2 + 20 - 4 - \left(4 + \frac{a^2}{4} - 2a\right) \Rightarrow 16 = 2a + 12 \Rightarrow a = 2$$



نکته: اگر معادله ی دایره به صورت  $I(x,y) = x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  باشد، طول کوتاه ترین وتر گذرنده از نقطه ی

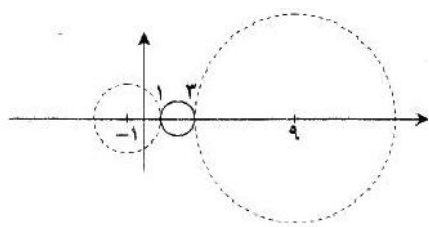
درون دایره برابر است با:  $\begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix}$

$$2\sqrt{-I(x_0, y_0)} \Rightarrow 2\sqrt{-(1+4+2-2a-19)} = 8 \Rightarrow \sqrt{2a+12} = 4 \Rightarrow 2a+12=16 \Rightarrow a=2$$

۱۰۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$C_1: x^2 + y^2 + 2x - 3 = 0 \quad O_1(-1, 0) \quad R_1 = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 12} = 2$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 18x + 45 = 0 \quad O_2(9, 0) \quad R_2 = \frac{1}{2} \sqrt{18^2 - 4 \times 45} = 6$$



با توجه به شکل، چون مرکز دو دایره ی مفروض و مرکز دایره ی مطلوب هر سه بر محور  $X$ ها واقع اند، مشخص می شود این دایره باید در نقاط  $\left| \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right|$  بر دو دایره ی داده شده مماس باشد، لذا دارای مرکز  $(2, 0)$  و شعاع ۱ می باشد.

$$(x-2)^2 + y^2 = 1$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در معادله‌ی گسترده‌ی دایره باید ضریب  $x^2$  و  $y^2$  با هم برابر باشند:

$$kx^2 + \frac{y^2}{k} - 2x = k^2 - 3$$

$$k = \frac{1}{k} \Rightarrow k = \pm 1 \quad R = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}$$

شرط آن که معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  دایره باشد، آنست که:  $a^2 + b^2 - 4c > 0$ .

$$k=1: x^2 + y^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{(-2)^2 + 0 - 8}} \text{ غیر قابل قبول } (a^2 + b^2 - 4c < 0)$$

$$k=-1: x^2 + y^2 + 2x + 2 = 0 \Rightarrow R = \frac{1}{\sqrt{2^2 + 8}} = \sqrt{3}$$

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow O(-1, 0)$$

$$x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6 \Rightarrow (x-3)^2 + (y+1)^2 = 16 \Rightarrow O'(3, -1) \text{ و } R'=4$$

$$OO' = \sqrt{4^2 + (-1)^2} = \sqrt{17}$$

$$4 - \sqrt{3} < \sqrt{17} < 4 + \sqrt{3} \Rightarrow R' - R < OO' < R + R' \text{ متقاطع اند.}$$

۱۱۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون در دایره ضریب  $x^2$  و  $y^2$  برابر است، لذا:  $a^2 - 5 = 4 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3$

اما اگر فرم درجه دوم  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  بخواند معادله‌ی دایره باشد، باید:  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  باشد.

$$x^2 + y^2 + x + \frac{a}{4} = 0 \Rightarrow 1^2 + 0^2 - 4 \times \frac{a}{4} > 0 \Rightarrow a < 1$$

پس فقط  $a = -3$  قابل قبول است.

۱۱۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شعاع این دایره، برابر فاصله‌ی مرکز از خط مماس است:

$$R = \frac{\text{فاصله نقطه } (1, 0) \text{ از خط } 3x + 2y = 18}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{|3 + 0 - 18|}{5} = \frac{15}{5} = 3$$

$$(x-1)^2 + (y-0)^2 = 3^2 = 9$$

پس معادله‌ی این دایره را می‌نویسیم:

حالا می‌خواهیم این دایره محورهای  $x$  و  $y$  را قطع کند. پس  $x=0$  قرار می‌دهیم و داریم:

$$(0-1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow (0, \pm 2\sqrt{2})$$

فاصله‌ی این دو نقطه برابر است با  $2\sqrt{2} - (-2\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}$

۱۱۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قطر دایره برابر ۸ است یعنی شعاع دایره ۴ است. پس داریم:

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 4 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 8 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 64$$

در این دایره  $a = -4$ ،  $b = k$  و  $c = -k$  است:

$$(-4)^2 + k^2 - 4(-k) = 64 \Rightarrow 16 + k^2 + 4k = 64 \Rightarrow k^2 + 4k - 48 = 0$$

از این معادله، دو مقدار برای  $k$  به دست می‌آید که جمع آن‌ها برابر  $-\frac{b}{a} = -4$  است.

$$S = k_1 + k_2 = -4$$

۱۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: می‌دانیم فاصله مرکز دایره از خط مماس بر آن برابر شعاع دایره است، پس

$$\text{معادله استاندارد دایره را می‌نویسیم. } R = \sqrt{\frac{5}{4}}, \text{ مرکز دایره } \left(1, -\frac{1}{2}\right), \text{ فاصله نقطه } (x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow$$

$(x_0, y_0)$  از خط به معادله  $ax + by + c = 0$  از دستور  $d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$  محاسبه می‌شود. لذا فاصله مرکز دایره

یعنی نقطه  $\left(1, -\frac{1}{2}\right)$  از خط به معادله  $mx - y - 1 = 0$  برابر  $\sqrt{\frac{5}{4}}$  است.

$$\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\left|m + \frac{1}{2} - 1\right|}{\sqrt{m^2 + 1}} \Rightarrow 4 \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 = 5(m^2 + 1) \Rightarrow m = -2$$

روش دوم: خط و دایره را تقاطع می‌دهیم، باید معادله‌ی درجه‌ی دوم حاصل ریشه مضاعف داشته باشد:

$$x + (mx - 1) - 2x + (mx - 1)^2 = 0 \Rightarrow (m + 1)x - (m + 2)x^2 = 0 \Rightarrow \Delta = (m + 2)^2 - 0 = 0 \Rightarrow m = -2$$

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد هر دو دایره را نوشته تا مرکز و شعاع آن‌ها معلوم شود.

$$(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 18 \quad O(1, -3), R_1 = 3\sqrt{2}$$

$$(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 8 \quad O'(-4, 2), R_2 = 2\sqrt{2}$$

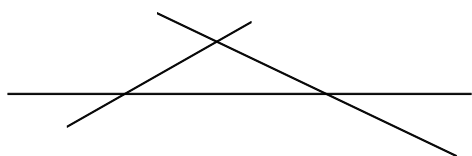
فاصله مرکز دو دایره  $OO' = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$  چون  $OO' = R_1 + R_2$  پس دو دایره مماس خارج‌اند.



۱۱۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. خط به معادله  $my - x + m = 0$  بر دایره به معادله  $(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4}$  مماس است الزاماً فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع آن دایره است مرکز دایره  $(1, -\frac{1}{2})$  است.

$$\frac{|\frac{-1}{2}m - 1 + m|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow |m - 2| = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$$

$$m^2 - 4m + 4 = 5m^2 + 5 \Rightarrow 4m^2 + 4m + 1 = 0 \quad \text{یا} \quad (2m+1)^2 = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$



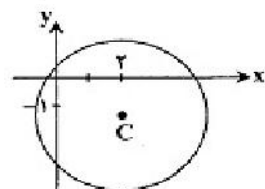
۱۱۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. سه خط مفروض مثلثی تشکیل می دهند محل تلاقی نیمساز داخلی و دو نیمساز خارجی از هر سه خط به یک فاصله است (خاصیت اصلی نیمساز زاویه است). پس ۴ نقطه.

۱۱۷- گزینه ی ۴ پاسخ است. مرکز و شعاع دایره را پیدا کنیم:

$$C \begin{cases} \frac{a}{2} = \frac{-4}{2} = 2 \\ \frac{b}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ -\frac{c}{2} = \frac{-1}{2} = -1 \end{cases}$$

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2} \sqrt{(-4)^2 + 2^2 - 4(-1)} = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 + 4} = \frac{1}{2} \sqrt{24} = \sqrt{6}$$

حالا شکل را ببینید:



دقت کنیم که فاصله ی C تا مبدأ مختصات برابر  $\sqrt{5}$  است و شعاع دایره  $\sqrt{6}$  است. پس با توجه به شکل از هر چهار ناحیه می گذرد.

۱۱۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. باید فاصله ی مرکز دایره از این خط با شعاع برابر شود.

$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow O(0, 0), R = 2$$

$$2x - y - m = 0 \Rightarrow \text{فاصله ی مرکز این خط} = \frac{|0 - 0 - m|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 2 \Rightarrow \frac{|m|}{\sqrt{5}} = 2 \Rightarrow |m| = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow m^2 = 20$$



۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نقطه‌ها را در معادله‌ی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  قرار می‌دهیم:

$$A(0, 0) \Rightarrow c = 0$$

$$B(1, 2) \Rightarrow 1 + 4a + 2b = 0 \Rightarrow a + 2b = -0.5$$

$$C(4, -2) \Rightarrow 16 + 4a - 2b = 0 \Rightarrow 4a - 2b = -2$$

$$\begin{aligned} &+ \\ \rightarrow & 5a = -2.5 \Rightarrow a = -0.5 \Rightarrow b = 0 \end{aligned}$$

پس معادله‌ی دایره،  $x^2 + y^2 - 0.5x = 0$  است و قطر آن برابر است با:

$$2R = 2 \times \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{(-0.5)^2 + 0^2 - 4(0)} = 0.5$$

راه حل دوم: مثلث ABC قائم الزاویه است و قطر دایره برابر وتر (BC) است.

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی دایره به صورت زیر می‌باشد:

$$(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 16$$

نقطه‌ی مرکز:  $O(-5, 1)$

$$OA = \sqrt{(-5 - 3)^2 + (1 - 4)^2} = \sqrt{73}$$



$$R = 4$$

$OA > R$  پس A خارج دایره است و بیشترین فاصله‌ی A از دایره برابر  $OA + R$  می‌باشد.

$$\sqrt{73} + 4$$

نکته: نزدیکترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از دایره‌ای به مرکز O و شعاع R،  $|OA - R|$  و دورترین فاصله  $OA + R$  است.

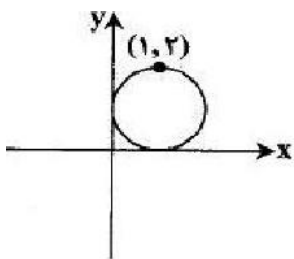
۱۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. قطرهای دایره، در محل مرکز دایره همدیگر را قطع می‌کنند، پس سؤال در واقع می‌خواهد این سه خط هم‌مس باشند (نقطه‌ی مشترک داشته باشند). محل برخورد دو تای آنها باید در سومی هم صدق کند:

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y - k = 0 \end{cases} \Rightarrow 3x = k + 1 \Rightarrow x = \frac{k + 1}{3} \Rightarrow y = k - x = k - \frac{k + 1}{3} = \frac{2k - 1}{3}$$

این را در معادله‌ی  $3x + ky = 0$  می‌گذاریم:

$$3\left(\frac{k + 1}{3}\right) + k\left(\frac{2k - 1}{3}\right) = 0 \xrightarrow{\times 3} 3k + 3 + 2k^2 - k = 0 \Rightarrow 2k^2 + 2k + 3 = 0$$

از این معادله برای k جوابی نداریم.



۱۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. وقتی دایره در ربع اول بر محورهای مماس است، مختصات مرکزش  $C(R, R)$  و معادله‌ی آن به صورت  $(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$  خواهد بود. حالا باید از نقطه‌ی  $(1, 2)$  بگذرد:

$$(1 - R)^2 + (2 - R)^2 = R^2 \Rightarrow 1 - 2R + R^2 + 4 - 4R + R^2 = R^2$$

$$\Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Rightarrow R = 1 \text{ و } R = 5$$

پس شعاع دایره‌ی بزرگ‌تر ۵ است.

مرکز دو دایره  $C_1(1, 1)$  و  $C_2(5, 5)$  و فاصله‌ی مرکزها  $\sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$  است. چون  $R - R' < \sqrt{32} < R + R'$  دو دایره متقاطع‌اند.

۱۲۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. وقتی هر خط قائم بر منحنی از یک نقطه‌ی ثابت می‌گذرد، باید آن منحنی دایره باشد و آن نقطه نیز مرکز دایره می‌باشد.

پس ضریب  $x^2$  و  $y^2$  مساوی‌اند و داریم:  $b = 2$   
حالا مرکز در نقطه‌ی  $E(-1, 2)$  داده شده است:

$$2x^2 + 2y^2 + cx + dy = 0 \xrightarrow{\text{مرکز } E} \begin{cases} -\frac{c}{4} = -1 \Rightarrow c = 4 \\ -\frac{d}{4} = 2 \Rightarrow d = -8 \end{cases} \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$$

پس شعاع این دایره  $\frac{1}{2}\sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{5}$  یعنی بیش‌ترین فاصله‌ی دو نقطه از دایره برابر قطر آن یعنی  $2\sqrt{5}$  است.

۱۲۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. باید نقطه‌ی  $O(x, 2x)$  را طوری انتخاب کنیم که از  $A(-1, -1)$  و  $B(4, 0)$  به یک فاصله باشد.

$$OA = OB$$

$$\sqrt{(x+1)^2 + (2x+1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (2x-0)^2} \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 4x^2 + 4x + 1 = x^2 - 8x + 16 + 4x^2$$

$$\Rightarrow 6x + 2 = -8x + 16$$

$$\Rightarrow 14x = 14 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 2x = 2 \Rightarrow R^2 = OA^2 = (1+1)^2 + (2+1)^2 = 13$$

۱۲۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} \text{فاصله از } A(6, 0) &= 2 \times \text{فاصله از } B(0, 3) \\ \sqrt{(x-6)^2 + (y-0)^2} - 2\sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2} &\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x-6)^2 + y^2 - 4(x^2 + (y-3)^2) \\ \Rightarrow x^2 - 12x + 36 + y^2 &= 4(x^2 + y^2 - 6y + 9) \\ \Rightarrow 3x^2 + 12x + 3y^2 - 24y &= 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 8y = 0 \Rightarrow O\left(-\frac{4}{2}, \frac{8}{2}\right) = O(-2, 4) \end{aligned}$$

۱۲۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله ی دایره را به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  در نظر می گیریم و نقاط را قرار می دهیم:

$$(0, 0) \Rightarrow c = 0$$

$$(1, 1) \Rightarrow 1 + 1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

$$\Rightarrow a = -3 \Rightarrow b = 1$$

$$(3, 0) \Rightarrow 9 + 0 + 3a + 0 = 0 \Rightarrow 3a = -9$$

بنابراین مرکز نقطه ی  $\left(+\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$  یا  $(1/5, -0/5)$  است.

۱۲۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله ی کلی دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. مختصات هر سه نقطه در آن صدق می کند.

$$\begin{cases} 2a + b + c + 5 = 0 \\ 3a + 4b + c + 25 = 0 \\ -2a + 5b + c + 29 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 3b + 20 = 0 \\ -4a + 4b + 24 = 0 \end{cases}$$

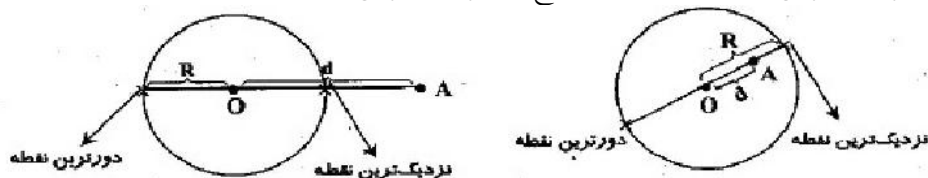
$$\begin{cases} a + 3b = -20 \\ -a + b = -6 \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{1}{4}, b = \frac{13}{4}$$

می دانیم مرکز دایره  $\left(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2}\right)$  است پس مرکز دایره  $\left(\frac{1}{4}, \frac{13}{4}\right)$

۱۲۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر معادله ی استاندارد دایره نوشته شود:  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$  مرکز دایره  $(-1, 2)$  و شعاع دایره  $R = 4$  است. فاصله ی نقطه ی  $A(-1, 5)$  از مرکز دایره برابر ۳ در نتیجه فاصله نزدیک ترین نقاط تا  $A$  برابر  $4 - 3 = 1$

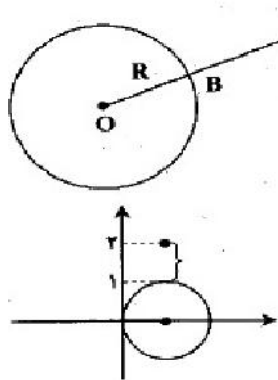
۱۲۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی استاندارد دایره چنین است.  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 16$  مرکز دایره  $(-1, 2)$  و شعاع دایره  $R = 4$  فاصله ی مرکز دایره تا نقطه  $A(-1, 5)$  برابر است با  $\sqrt{0 + 3^2} = 3$  پس نزدیک ترین نقطه ی  $4 - 3 = 1$  می باشد.

۱۳۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول: برای به دست آوردن نزدیک ترین و دورترین نقاط یک دایره از نقطه ی داده شده، ابتدا قطر (یا امتداد قطری) که از نقطه ی داده شده می گذرد را رسم می کنیم. یکی از نقاط تقاطع این قطر (یا امتداد قطر) با دایره، نزدیک ترین نقطه و نقطه ی تقاطع دیگر دورترین نقطه است.



$$\text{فاصله کمترین} = |d - R|$$

$$\text{فاصله بیشترین} = d + R$$



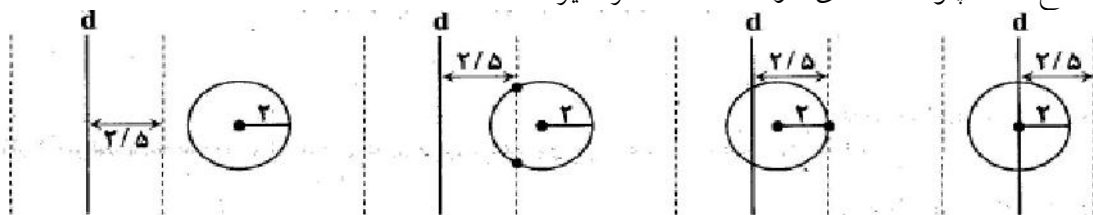
$$x^2 + y^2 - 2x = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} O = 1 \\ R = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow d = OA = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3 \Rightarrow |AB| = |d - R| = |3 - 1| = 2$$

راه حل دوم: ابتدا شکل را رسم می کنیم:

با توجه به شکل واضح است که کم ترین فاصله ی نقطه ی A از دایره برابر ۱ است.

۱۳۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نقاطی که از O به فاصله ی ۲ هستند، دایره ای به مرکز O و شعاع ۲ می باشند و نقاطی که از خط d به فاصله ی ۲/۵ هستند، دو خط موازی با d و به فاصله ی ۲/۵ از آن می باشند. نقاط برخورد این دایره با دو خط موازی جواب مسئله هستند که تعداد آن ها حداکثر ۲ نقطه می باشد. توجه داشته باشید که این دایره نمی تواند هر دو خط موازی را قطع کند، چون فاصله ی دو خط ۵ اما قطر دایره ۴ است.



۱۳۲- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم زاویه‌ی بین مماس‌های رسم شده از نقطه‌ی  $M$  بر دایره‌ی  $C(O, R)$  برابر  $60^\circ$  درجه باشد، در مثلث قائم‌الزاویه  $OMT$  داریم:

$$\widehat{M}_1 = 30^\circ \Rightarrow OT = \frac{1}{2} OM \Rightarrow OM = 2R$$

چون فاصله‌ی  $M$  از نقطه‌ی  $O$  همواره مقدار ثابتی است. پس مکان هندسی نقطه‌ی  $M$  دایره‌ای به مرکز  $O$  و شعاع  $2R$  است.

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) = (1, -2) \quad R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - 2c}{2} = \frac{\sqrt{4 + 16} - 4}{2} = 2 \Rightarrow 2R = 4$$

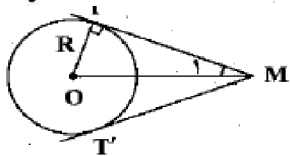
معادله‌ی مکان  $M$  به صورت روبه‌رو است:

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 16$$

$$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases}$$

نکته: مرکز دایره را می‌توان از حل دستگاه مقابل به دست آورد:

که در آن  $f'_x$  مشتق جزئی نسبت به  $x$  (یعنی وقتی  $y$  عدد ثابت است) است.

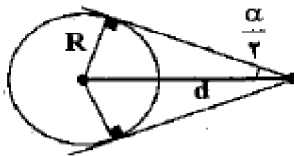


شعاع را نیز می‌توان از رابطه‌ی  $R = \sqrt{(x_O)^2 + (y_O)^2} - c$  به دست آورد.

نکته: مرکز هندسی نقاطی که از آن‌ها دو مماس با زاویه‌ی  $\alpha$  به دایره‌ی  $C(O, R)$  رسم می‌شود، دایره‌ای است به مرکز  $O$  و شعاع:

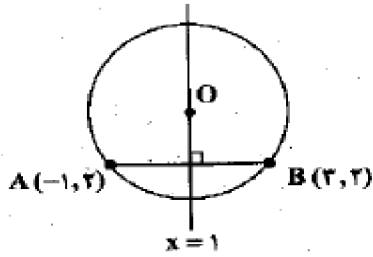
$$d = \frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{d} \Rightarrow d = \frac{R}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$



زیرا طبق شکل داریم:

۱۳۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون مرکز دایره از نقاط A و B به یک فاصله است، پس باید مرکز روی عمودمنصف AB باشد که مطابق شکل خط  $x - 1$  است، بنابراین برای یافتن مرکز باید خط  $x - 1$  را با خط  $y - 3x$  قطع دهیم:



$$\begin{cases} y - 3x \\ x - 1 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز } O(1, 3)$$

فاصله مرکز از هر یک

$$\rightarrow R = OA = OB = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

از نقاط شعاع است.

البته روش کلی یافتن عمودمنصف یک پاره خط آن است که نقطه‌ی میانی A و B را به دست آوریم سپس شیب AB را محاسبه و قرینه و معکوس کنیم تا شیب خط عمود به دست آید.

$$\left( M = \frac{A + B}{2} \right)$$

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - 2}{3 - (-1)} = 0 \Rightarrow m' = \infty \\ M &= \frac{A + B}{2} = \left| \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \right. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{عمودمنصف: } x - 1$$

۱۳۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون مرکز دایره روی قطر آن قرار دارد، ابتدا مرکز دایره را به دست آورده و سپس در معادله‌ی قطر آن صدق می‌دهیم:

$$O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \Rightarrow O\left(m, \frac{-m+1}{2}\right) \Rightarrow -m+1 - m = 1 \Rightarrow = 0$$

معادله‌ی دایره به صورت روبه‌رو درمی‌آید:

$$x^2 + y^2 - y = 6 \Rightarrow (x)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 6 + \frac{1}{4} = \frac{25}{4} \Rightarrow R = \frac{5}{2}$$

یا:

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2} = \frac{\sqrt{0 + 1 + 24}}{2} = \frac{5}{2}$$

تذکر: در دایره‌ی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  مرکز به صورت  $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$  است و شعاع دایره از رابطه‌ی

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}}{2}$$

به دست می‌آید.

البته به جای رابطه‌ی فوق می‌توان به یاد سپرد:

$$R = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c} = \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + \left(-\frac{b}{2}\right)^2 - c} = \sqrt{x_{\text{مرکز}}^2 + y_{\text{مرکز}}^2 - c}$$

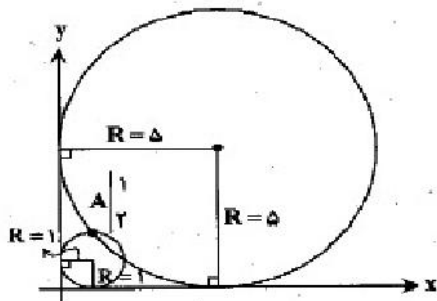
۱۳۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله ی دایره ای که در ناحیه ی اول بر محورهای مختصات مماس است، عبارت است از:

$$(x - R)^2 + (y - R)^2 = R^2$$

نقطه ی  $A(1, 2)$  باید در این دایره صدق کند:

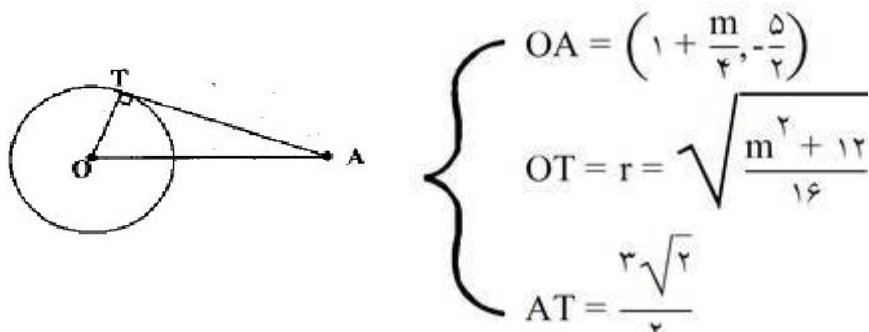
$$(1 - R)^2 + (2 - R)^2 = R^2 \Rightarrow R^2 - 6R + 5 = 0$$

$$\Rightarrow (R - 1)(R - 5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} R - 1 \Rightarrow S - \pi \\ R - 5 \Rightarrow S - 25\pi \end{cases}$$



۱۳۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. راه حل اول: ابتدا معادله را استاندارد می کنیم:

$$\left(x + \frac{m}{4}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{m^2}{16} + \frac{3}{4} \Rightarrow O\left(-\frac{m}{4}, \frac{1}{2}\right) \quad r = \sqrt{\frac{m^2 + 12}{16}}$$



$$\begin{cases} OA = \left(1 + \frac{m}{4}, -\frac{5}{2}\right) \\ OT = r = \sqrt{\frac{m^2 + 12}{16}} \\ AT = \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow AT^2 = OA^2 - OT^2 \Rightarrow \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{4 + m}{4}\right)^2 + \frac{25}{4} - \frac{m^2 + 12}{16} = \frac{9}{2} \Rightarrow m = -4$$

راه حل دوم: طول مماسی که از نقطه ی  $A(x_0, y_0)$  بر دایره ی  $I(x, y) = x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  رسم می شود، برابر  $I(x_0, y_0) = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + ax_0 + by_0 + c} = 0$  است. دقت کنید شرط استفاده از این رابطه

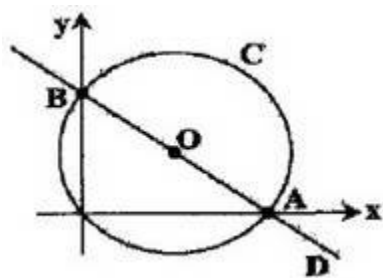
آن است که ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  برابر ۱ باشد، لذا ابتدا طرفین معادله دایره را بر ۲ تقسیم می کنیم:

$$x^2 + y^2 + \frac{m}{2}x - y - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{طول مماس: } \sqrt{1 + 4 + \frac{m}{2} + 2 - \frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{\frac{13 + m}{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{13 + m}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow m = -4$$



۱۳۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. محل تلاقی دایره با محورهای مختصات، دو سر قطر این دایره است که روی خط D قرار دارند:



$$x + 3y = 6 : \begin{cases} y_A = 0 \Rightarrow x_A = 6 \Rightarrow A(6, 0) \\ x_B = 0 \Rightarrow y_B = 2 \Rightarrow B(0, 2) \end{cases}$$

$$\text{مرکز دایره } O = \frac{A + B}{2} = (3, 1), \quad 2R = AB = \sqrt{36 + 4} = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{10}$$

$$\text{معادله دایره: } (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 10 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y = 0$$



۱۳۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

با مشتق گیری، یک بار نسبت به  $x$  و یک بار نسبت به  $y$  و برابر صفر قرار دادن آنها، می‌توان مرکز دایره را یافت:

$$\begin{cases} F'_x = 0 \Rightarrow 2x + m = 0 \\ F'_y = 0 \Rightarrow 2y + 2n = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{m}{2} = 2 \\ y = -n = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -1 \end{cases}$$

با جای گذاری این مقادیر در معادله داریم:

$$x^2 - y^2 - 4x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 3 \Rightarrow R^2 = 3 \Rightarrow R = \sqrt{3}$$

راه حل دوم:

نکته: در معادله‌ی گسترده‌ی دایره‌ی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  داریم:

$$\text{مرکز: } O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \quad \text{شعاع: } r = \sqrt{\frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}}$$

با توجه به نکته‌ی فوق داریم:

$$\text{مرکز: } \left(-\frac{m}{2}, -\frac{2n}{2}\right) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} (2, 1) \Rightarrow m = -4, n = -1$$

$$\Rightarrow \text{معادله‌ی دایره: } x^2 + y^2 - 4x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow \text{شعاع: } r = \sqrt{\frac{16 + 4 - 8}{4}} = \sqrt{3}$$

راه حل سوم: ابتدا معادله‌ی داده شده را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$x^2 + y^2 + mx + 2ny + 2 = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 - \frac{m^2}{4} + (y + n)^2 - n^2 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{m}{2}\right)^2 + (y + n)^2 = \frac{m^2}{4} + n^2 - 2 \Rightarrow \text{مرکز: } O\left(-\frac{m}{2}, -n\right) \text{ و } r^2 = \frac{m^2}{4} + n^2 - 2$$

طبق فرض، مرکز دایره نقطه‌ی  $(2, 1)$  است، پس  $\left(-\frac{m}{2}, -n\right) = (2, 1)$ . در نتیجه  $m = -4, n = -1$ .

$$r = \sqrt{\frac{m^2}{4} + n^2 - 2} = \sqrt{\frac{16}{4} + 1 - 2} = \sqrt{3} \quad \text{بنابراین:}$$

راه حل چهارم: معادله‌ی دایره‌ای به مرکز  $(2, 1)$  و شعاع  $r$  عبارت است از:

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = r^2$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 - r^2 = 0$$

پس از ساده کردن داریم:

با مساوی قرار دادن این معادله و معادله‌ی صورت سؤال داریم:

$$x^2 + y^2 + \underline{mx} + \underline{2ny} + \underline{2} = x^2 + y^2 - \underline{4x} - \underline{2y} + \underline{5 - r^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ 2n = -2 \\ 2 = 5 - r^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ n = -1 \end{cases}$$

۱۳۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله کلی دایره به صورت  $(x - \alpha)^2 + (y - \alpha)^2 = R^2$  است. شعاع دایره برابر فاصله مرکز دایره  $(\alpha, \alpha)$  از خط  $y - 2x - 5 = 0$  به معادله  $R = \frac{\alpha}{\sqrt{5}}$  یا  $R^2 = \frac{\alpha^2}{5}$  این دایره از نقطه  $(6, 3)$  گذشته است.

$$(6 - \alpha)^2 + (3 - \alpha)^2 = \frac{\alpha^2}{5} \Rightarrow 2\alpha^2 - 18\alpha + 45 = \frac{\alpha^2}{5}$$

$$9\alpha^2 - 90\alpha + 225 = 0 \Rightarrow \alpha^2 - 10\alpha + 25 = 0 \Rightarrow \alpha = 5 \Rightarrow R = \sqrt{5}$$

۱۴۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. قطرهای یک دایره از نقطه ثابتی می‌گذرند که مرکز دایره است.

$$m(x + y + 1) + x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{مرکز دایره } (4, -5)$$

معادله دایره به مرکز  $(4, -5)$  گذرنده از  $(0, 0)$  چنین است.

$$x^2 + y^2 - 8x + 10y = 0$$

نقطه تلاقی دایره با محور  $x$  تعیین شود:

$$y = 0 \Rightarrow y^2 - 8x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 8 \end{cases} \text{ ق ب}$$

۱۴۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. شعاع دایره برابر فاصله‌ی مرکز دایره یعنی  $(2, 3)$  از خط مماس  $3x + 4y - 3 = 0$ ،

$$R = \frac{6 + 12 - 3}{\sqrt{9 + 16}} = 3$$

معادله دایره به صورت  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$  است. اگر  $x = 0$  قرار دهیم خواهیم داشت:

$$(y - 3)^2 = 9 \Rightarrow y = 3 \pm \sqrt{9} = 0, 6$$

۱۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته (وضعیت دو دایره نسبت به هم):

دو دایره ی  $C_1(O_1, r_1)$  و  $C_2(O_2, r_2)$  را در نظر می گیریم:

الف) هرگاه  $O_1 O_2 = r_1 + r_2$ ، دو دایره مماس خارج هستند.

ب) هرگاه  $O_1 O_2 = |r_1 - r_2|$ ، دو دایره مماس داخل هستند.

ج) هرگاه  $|r_1 - r_2| < O_1 O_2 < r_1 + r_2$ ، دو دایره متقاطع اند.

د) هرگاه  $O_1 O_2 > r_1 + r_2$ ، دو دایره متقاطع اند.

ه) هرگاه  $O_1 O_2 < |r_1 - r_2|$ ، دو دایره متداخل اند.

$$x^2 + y^2 + 2x + 4y = 4 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 + y^2 + 4y + 4 - 4 = 4$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 = 4 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 9 \Rightarrow O \left| \begin{matrix} -1 \\ -2 \end{matrix} \right., r = 3$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 11 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 - 4y + 4 - 4 = 11$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 1 + (y-2)^2 - 4 = 11 \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 16 \Rightarrow O' \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right., r' = 4$$

$$OO' = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} \Rightarrow |r - r'| = 1 < OO' < r + r' = 7$$

پس طبق نکته ی فوق، این دو دایره متقاطع اند.

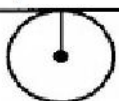
۱۴۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. مرکز این دایره به صورت  $O(\alpha, \alpha + 1)$  است و داریم:

$$|OA|^2 = |OB|^2 \Rightarrow (\alpha - 1)^2 + (\alpha + 1)^2 = (\alpha - 0)^2 + (\alpha + 1 - 3)^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 2\alpha + 1 + \alpha^2 + 2\alpha + 1 = \alpha^2 + \alpha^2 - 4\alpha + 4 \Rightarrow 2 = -4\alpha + 4$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow O \left( \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$$

۱۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$


نکته: فاصله نقطه  $(x_0, y_0)$  از خط  $ax + by + c = 0$  برابر است با:

باید فاصله مرکز دایره از این خط، برابر شعاع باشد:

ابتدا معادله داده شده را استاندارد می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 + 4y + 4 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+2)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} O(1, -2) \\ r = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$y - 2x - k = 0 \text{ فاصله ی مرکز دایره از خط} = \frac{|-2 - 2(1) - k|}{\sqrt{(-2)^2 + (1)^2}} = \sqrt{5} \Rightarrow |4 + k| = 5$$

$$\Rightarrow k + 4 = \pm 5 \Rightarrow k = -9 \text{ یا } 1$$

۱۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

نکته: فاصله دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  برابر است با:

این دو خط موازی‌اند، پس فاصله آن‌ها برابر قطر دایره است:

$$\begin{cases} x + y + 4 = 0 \\ x + y - \frac{5}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow 2r = \frac{|4 - (-\frac{5}{2})|}{\sqrt{1+1}} = \frac{13}{2\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{13}{4\sqrt{2}}$$

۱۴۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. در معادله ی دایره ضرایب  $x^2$  و  $y^2$  مساوی هستند. بنابراین:

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

حالا قابل قبول بودن هریک از این مقادیر را بررسی می کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 2 \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 + 8x - 4y + 2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - y + \frac{1}{2} = 0 \\ \Rightarrow (x+1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4} \quad \checkmark \\ a = -2 \Rightarrow 4x^2 + 4y^2 + 8x - 4y - 2 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x - y - \frac{1}{2} = 0 \\ \Rightarrow (x+1)^2 + (y-\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4} \quad \checkmark \end{array} \right.$$

بنابراین هر دو مقدار ۲ و -۲ قابل قبول اند.

۱۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: خط  $y - x$  نیم سازه ربع اول و سوم و خط  $y - x$  نیم سازه ربع دوم و چهارم است. شعاع این دایره، برابر فاصله ی مرکز آن از خط مماس است.

$$r = (\text{فاصله ی نقطه ی } (2, -1) \text{ از نیم سازه ربع دوم و چهارم}) = \frac{|2 + (-1)|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{قطر } d = 2r = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

۱۴۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. شرط مماس بودن دو دایره آن است که اندازه خط المکزین برابر مجموع یا تفاضل دو شعاع باشد.

$$x^2 + (y+1)^2 = 4$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 - c \Rightarrow R_1 = 2, R_2 = \sqrt{5-c}, OO' = \sqrt{2}$$

$$|\sqrt{5-c} - 2| = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{5-c} - 2 = \pm \sqrt{2}$$

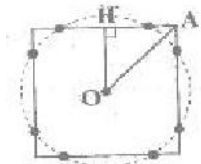
$$5 - c = (2 \pm \sqrt{2})^2 \Rightarrow c = -1 \pm 4\sqrt{2}$$

۱۴۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از مرکز مربع (O) به فاصله ی ۵ هستند، دایره ای به مرکز O و شعاع ۵ است. با توجه به این که:

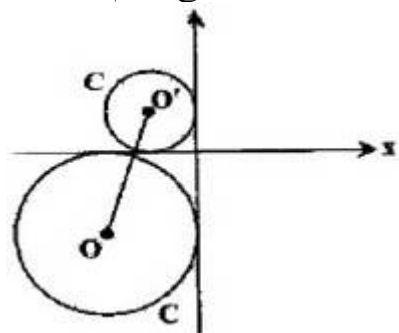
OH = ۴ (نصف ضلع مربع)       $OA = 4\sqrt{2}$  (نصف قطر مربع)      R = ۵ (شعاع دایره)

داریم:  $4 < R < 4\sqrt{2}$

بنابراین مطابق شکل، دایره هر ضلع مربع را در دو نقطه و محیط آن را در ۸ نقطه قطع می کند.



۱۵۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. مرکز دایره هایی که بر دو محور مختصات مماس اند یا روی نیم سازه  $y = x$  یا روی نیم سازه  $y = -x$  است. پس باید معادله ی خط مرکزین دو دایره را با نیم سازه های دستگاه مختصات قطع دهیم:



$$\begin{cases} 2x - y + 6 = 0 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$$

$$\Rightarrow O(-6, -6) \Rightarrow R_1 = 6$$

$$\begin{cases} 2x - y + 6 = 0 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow 3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\Rightarrow O'(-2, 2) \Rightarrow R_2 = 2$$

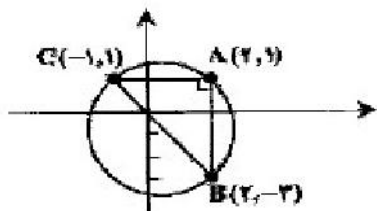
$$\Rightarrow R_1 + R_2 = 2 + 6 = 8$$

۱۵۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

$$AB = (0, -4)$$

$$AC = (-3, 0) \Rightarrow AB \cdot AC = 0 \Rightarrow AB \perp AC$$

بنابراین زاویه‌ی A در مثلث ABC قائمه است. در نتیجه BC قطر دایره‌ی گذرا از این سه نقطه است (زاویه‌ی محاطی رو به قطر ۹۰° است).



$$2r = |BC| = \sqrt{(-1-2)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{9+16} = 5 \Rightarrow r = \frac{5}{2}$$

راه حل دوم: فرض کنیم مرکز دایره‌ی مورد نظر باشد. در این صورت چون A، B و C روی این دایره هستند، داریم:

$$\begin{cases} |OA|^2 = |OB|^2 \\ |OA|^2 = |OC|^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (\alpha-2)^2 + (\beta-1)^2 = (\alpha-2)^2 + (\beta+2)^2 \\ (\alpha-2)^2 + (\beta-1)^2 = (\alpha+1)^2 + (\beta-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \beta^2 - 2\beta + 1 = \beta^2 + 6\beta + 4 \\ \alpha^2 - 4\alpha + 4 = \alpha^2 + 2\alpha + 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -1 \end{cases}$$

بنابراین شعاع دایره برابر است با:

$$r = |OA| = \sqrt{\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$

راه حل سوم: معادله‌ی گسترده‌ی یک دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. چون A، B و C روی این دایره هستند. مختصات آنها در معادله‌ی دایره صدق می‌کند. بنابراین مختصات آنها را در معادله‌ی فوق قرار می‌دهیم و ضرایب مجهول a، b و c را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 5 + 2a + b + c = 0 & (1) \\ 13 + 2a - 3b + c = 0 & (2) \\ 2 - a + b + c = 0 & (3) \end{cases}$$

اگر معادله‌ی دوم را از معادله‌ی اول کم کنیم، داریم  $8 - 2b = 0$ ، بنابراین  $b = 4$ .

با قرار دادن  $b = 4$  در معادله‌ی دوم و سوم و حل دستگاه دو معادله و دو مجهول حاصل، a و c را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 2a + c = -7 & (2) \\ -a + c = -4 & (3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -5 \end{cases}$$

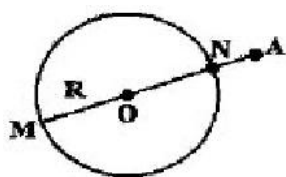
بنابراین معادله‌ی دایره به صورت زیر است:

$$x^2 + y^2 - x + 2y - 5 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + (y+1)^2 - 1 - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y+1)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow \text{شعاع دایره } r = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$$



۱۵۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

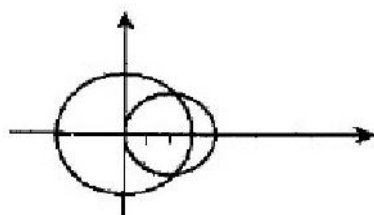


$$\begin{cases} \text{بیش ترین فاصله} = AM = OA + R \\ \text{کم ترین فاصله} = AN = OA - R \end{cases}$$

$$\text{معادله دایره: } (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O(1, 2) \\ R=2 \end{cases} \Rightarrow OA = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\begin{cases} OA + R = 5 + 2 = 7 \\ OA - R = 5 - 2 = 3 \end{cases}$$

۱۵۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



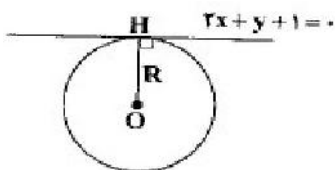
$$C_1: x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} O_1(0, 0) \\ R_1 = 3 \end{cases}$$

$$C_2: x^2 + y^2 - 4x = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + y^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} O_2(2, 0) \\ R_2 = 2 \end{cases}$$

$$O_1O_2 = 2, R_1 + R_2 = 3 + 2 = 5, |R_2 - R_1| = 1$$

$$|R_2 - R_1| < O_1O_2 < R_1 + R_2 \Rightarrow \text{مقتاطع اند}$$

۱۵۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$R = OH = \frac{|2 + 2 + 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$$

بنابراین معادله ی دایره عبارت است از:

در بین گزینه ها، فقط نقطه ی (۰, ۴) روی این دایره است.

۱۵۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله ی داده شده را استاندارد می کنیم:

$$2x^2 + 2y^2 + 4x - 6y + 9 = 0 \Rightarrow 2(x^2 + 2x) + 2(y^2 - 3y) + 9 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + 2x + 1) - 2 + 2(y^2 - 3y + \frac{9}{4}) - \frac{9}{2} + 9 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x+1)^2 - 2 + 2(y - \frac{3}{2})^2 - \frac{9}{2} + 9 = 0 \Rightarrow 2(x+1)^2 + 2(y - \frac{3}{2})^2 = -\frac{5}{2}$$

چون هیچ نقطه ای در این رابطه صدق نمی کند، پس این معادله نمایان گر مجموعه ی تهی است.

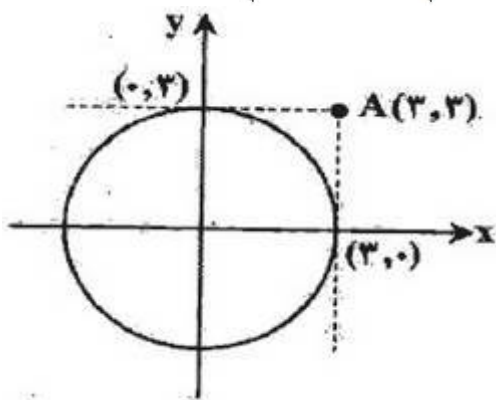


۱۵۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. معادله ی استاندارد دایره چنین است.  $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 13$ . فاصله ی مرکز دایره  $(2, -3)$  از خط مماس  $2x - 3y + m + 2 = 0$  برابر شعاع دایره است.

$$\left| \frac{4 + 9 + m - 2}{\sqrt{13}} \right| = \sqrt{13} \Rightarrow 11 + m = \pm 13 \Rightarrow m = 2, -24$$

۱۵۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مطابق شکل باید اندازه ی پاره خط واصل بین نقاط  $(0, 3)$  و  $(3, 0)$  را بیابیم:  $\sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$

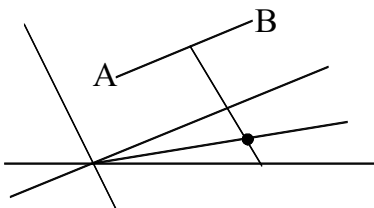


۱۵۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} (x-2)^2 + (y+1)^2 &= 2[(x-1)^2 + (y+2)^2] \\ x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 &= 2x^2 - 4x + 2 + 2y^2 + 4y + 4 \\ x^2 + y^2 + 6y + 5 &= 0 \Rightarrow x^2 + (y+3)^2 = 4 \end{aligned}$$

مرکز دایره به مختصات  $(0, -3)$  و شعاع آن  $R = 2$  است

۱۵۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نقطه ی مطلوب محل تلاقی نیم سازه های داخلی و خارجی مثلث است که از سه خط مفروض حاصل شود این نیم سازه ها در ۴ نقطه متمایز متقاطع هستند پس ۴ نقطه وجود دارد.



۱۶۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. نقطه ی مورد نظر در محل تلاقی نیم سازه زاویه ی بین دو خط و عمود منصف پاره خط  $AB$  است اگر  $AB$  عمود بر یکی از نیم سازه های  $d$  و  $d'$  باشد جواب منحصر به فرد است.

۱۶۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. قطرهای دایره از مرکز آن می‌گذرند. پس نقطه‌ی ثابت دسته خطهای مفروض را تعیین می‌کنیم یعنی نقطه‌ای که  $x$  و  $y$  به  $m$  بستگی ندارند. یا ضریب  $m$  در معادله‌ی مفروض صفر است.

$$m(x-2) + 2x - 3y - 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \\ 2x-3y-10=0 \end{cases} \Rightarrow A(2, -2)$$

مرکز دایره  $A(2, -2)$  و دایره گذرنده بر نقطه‌ی  $B(-1, 2)$  است پس شعاع آن  $AB$  است.

$$R = AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

۱۶۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی مرکز دایره از خط مماس برابر شعاع دایره است پس معادله‌ی استاندارد دایره را

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 13 \text{ می‌نویسیم تا شعاع و مرکز آن معلوم شود.}$$

فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(2, -3)$  از خط به معادله‌ی  $2x - 3y + m - 2 = 0$  برابر  $\sqrt{13}$  است.

$$\frac{|2 + 9 + m - 2|}{\sqrt{4 + 9}} = \sqrt{13} \Rightarrow |11 + m| = 13 \Rightarrow m = 2, -24$$

۱۶۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. صورت استاندارد از دایره را می‌نویسیم.  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$

مرکز دایره  $(-1, 2)$  و شعاع آن  $R = 3$  است. می‌دانیم فاصله‌ی مرکز دایره از خط مماس  $2x - y + 3m - 2 = 0$  برابر

$$\frac{|2 + 1 + 3m - 2|}{\sqrt{1 + 4}} = 3 \Rightarrow |m + 1| = 3\sqrt{5} \Rightarrow m = -1 \pm 3\sqrt{5}$$

شعاع دایره است.

۱۶۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مرکز و شعاع‌های این دو دایره را تعیین می‌کنیم.

$$(x-1)^2 + y^2 = 4, x^2 + (y+2)^2 = 9 \Rightarrow O_1(1, 0), R_1 = 2, O_2(0, -2), R_2 = 3$$

فاصله‌ی مرکز دو دایره  $O_1O_2 = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$  چون  $3 - 2 < O_1O_2 < 3 + 2$  است. دو دایره متقاطع هستند.

۱۶۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی داده شده را استاندارد می‌کنیم:

$$x^2 + y^2 + 2mx - ny + 1 = 0 \Rightarrow (x+m)^2 - m^2 + \left(y - \frac{n}{2}\right)^2 - \frac{n^2}{4} + 1 = 0$$

$$(x+m)^2 + \left(y - \frac{n}{2}\right)^2 = m^2 + \frac{n^2}{4} - 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طبق فرض} \\ \text{مرکز: } O\left(-m, \frac{n}{2}\right) \rightarrow (2, 1) \Rightarrow m = -2, n = 2 \quad (*) \\ \text{شعاع: } r = \sqrt{m^2 + \frac{n^2}{4} - 1} \xrightarrow{(*)} \sqrt{4 + \frac{4}{4} - 1} = 2 \end{array} \right.$$

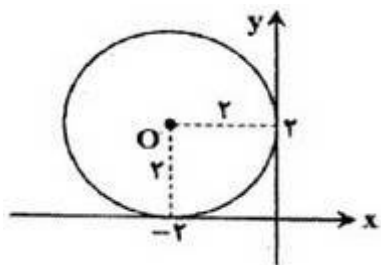
۱۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم نقطه‌ی  $M(x, y)$  در شرط مسئله صدق کند. در این صورت داریم:

$$\begin{aligned} \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2} &= \sqrt{2} \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9 = 2x^2 + 2y^2 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y - 10 &= 0 \Rightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 20 \Rightarrow r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

۱۶۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی دایره‌ای به شعاع  $r$  که بر هر دو محور مختصات مماس باشد، به یکی از صورت‌های زیر است:

$(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$	مرکز: $O(r, r)$	الف) در ربع اول:
$(x+r)^2 + (y-r)^2 = r^2$	مرکز: $O(-r, r)$	ب) در ربع دوم:
$(x+r)^2 + (y+r)^2 = r^2$	مرکز: $O(-r, -r)$	ج) در ربع سوم:
$(x-r)^2 + (y+r)^2 = r^2$	مرکز: $O(r, -r)$	د) در ربع چهارم:

با توجه به نکته‌ی بالا داریم:



مرکز  $O(-2, 2)$

شعاع دایره:  $r = 2$

$$\begin{aligned} (x+2)^2 + (y-2)^2 &= 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 4 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 &= 0 \end{aligned}$$

۱۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی دایره‌ی گذرا از این سه نقطه را به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  در نظر می‌گیریم.

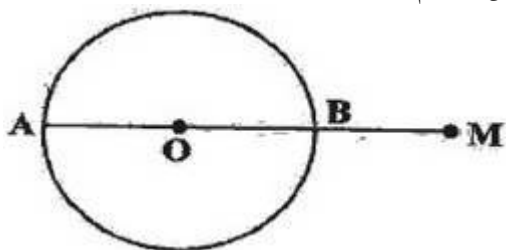
$$\begin{cases} \text{A روی دایره:} & 16 + 4a + c = 0 & (1) \\ \text{B روی دایره:} & 4 - 2a + c = 0 & (2) \\ \text{C روی دایره:} & 16 - 4b + c = 0 & (3) \end{cases}$$

از (۱) و (۲) داریم:  $a = -2$  و  $c = -8$  با جای‌گذاری در (۳) داریم:  $b = 2$   
بنابراین معادله‌ی این دایره به صورت زیر است:

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 8 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 - 1 + (y+1)^2 - 1 - 8 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 10 \Rightarrow \text{شعاع: } r = \sqrt{10}$$

۱۶۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: فرض کنیم  $M(x_0, y_0)$  خارج دایره‌ی  $F(x, y) = (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - r^2 = 0$  باشد، اگر A و B به ترتیب دورترین و نزدیک‌ترین نقاط دایره نسبت به M باشند، مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} MA = OM + r \\ MB = OM - r \end{cases}$$

$$\Rightarrow MA \cdot MB = (OM + r)(OM - r) = OM^2 - r^2$$

$$(x_0 - \alpha)^2 + (y_0 - \beta)^2 - r^2 = F(x_0, y_0)$$

با توجه به نکته‌ی فوق داریم:

$$MA \cdot MB = F(1, -2) = 1 + 4 + m^2 + 8 - m^2 = 13$$

۱۷۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله‌ی کلی دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  گذرا بر سه نقطه‌ی مفروض:

$$\begin{cases} 2b + c = -4 \\ 3a + b + c = -1 \\ -a + 2b + c = -17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - b = -6 \\ 2a - 3b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = -5, b = -9, c = 14$$

معادله‌ی دایره چنین است.

$$x^2 + y^2 - 5x - 9y + 14 = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$R = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ پس شعاع آن}$$

۱۷۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ :

(الف) اگر  $a^2 + b^2 - 4c > 0$  باشد، آن گاه معادله مربوط به یک دایره است.

(ب) اگر  $a^2 + b^2 - 4c = 0$  باشد، آن گاه معادله مربوط به یک نقطه (دایره به شعاع صفر) می‌باشد.

(ج) اگر  $a^2 + b^2 - 4c < 0$  باشد، آن گاه هیچ نقطه‌ای در معادله صدق نمی‌کند.

مطابق نکته ابتدا باید معادله‌های داده شده در گزینه‌ها را به فرم  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  تبدیل کنیم.

گزینه ۱:  $2x^2 + 3y^2 - 4x + y = 7$

این معادله را نمی‌توان به فرم معادله داده شده در نکته درآورد. (ضریب  $x^2$  و  $y^2$  را نمی‌توان هم‌زمان به ۱ تبدیل کرد.)

گزینه ۲:  $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y - 1 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 + y^2 - \frac{3}{2}x + 2y - \frac{1}{2} = 0$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = \frac{9}{4} + 4 + 2 > 0$  معادله دایره است.

گزینه ۳:  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = 4 + 16 - 20 = 0$  معادله یک نقطه است.

گزینه ۴:  $3x^2 + 2y^2 - 4x + y + 6 = 0 \xrightarrow{\div 3} x^2 + y^2 - \frac{4}{3}x + \frac{y}{3} + 2 = 0$

$\Rightarrow a^2 + b^2 - 4c = \frac{16}{9} + \frac{1}{9} - 8 < 0$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

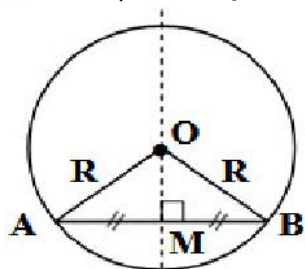
۱۷۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: در دایره به معادله  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  مرکز نقطه  $(\frac{-a}{2}, \frac{-b}{2})$  و

شعاع برابر  $r = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$  است.

با استفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} \frac{-m}{2} = 1 \Rightarrow m = -2 \\ \frac{n}{2} = -2 \Rightarrow n = -4 \end{cases} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{4 + 16 + 20} = \sqrt{10}$$

۱۷۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: مرکز دایره‌هایی که از دو نقطه A و B می‌گذرند، روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد.



با توجه به نکته بالا، باید معادله عمودمنصف AB را بیابیم:

$$\begin{cases} \Delta B \text{ نقطه وسط } M = \frac{A+B}{3} = (2, 2) \\ \text{شیب عمودمنصف } m' = \frac{1}{3} \Rightarrow m = \frac{-1-5}{3-1} = -3 \end{cases}$$

$$y - 2 = \frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y = x + 4$$

بنابراین معادله عمودمنصف AB عبارت است از:

با توجه به گزینه‌ها، تنها نقطه (5, 3) روی این خط است.

۱۷۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شعاع دایره برابر فاصله نقطه A(1, -2) از خط مماس  $2x - 3y - 5 = 0$  است.

$$R = \frac{2 + 6 - 5}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{3}{\sqrt{13}} \Rightarrow (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = \frac{9}{13}$$

دایره را با خط  $y = -x$  قطع می‌دهیم:

$$x^2 - 2x + 1 + x^2 - 4x + 4 = \frac{9}{13}$$

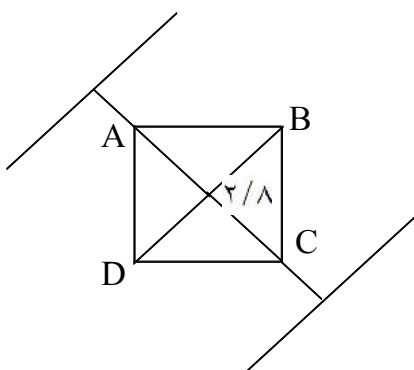
$$26x^2 - 78x + 56 = 0 \Rightarrow 13x^2 - 39x + 28 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{65}}{26}$$

۱۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی از صفحه، که به فاصله  $3/14$

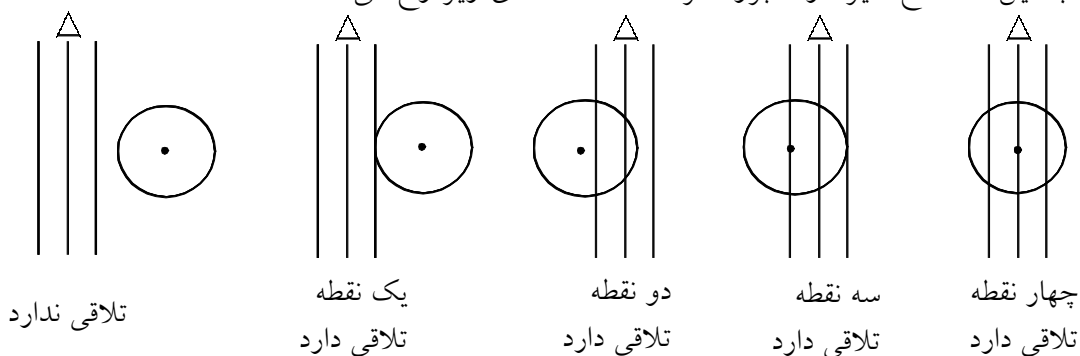
$\pi$  از قطر (خط) BD هستند، برابر دو خط موازی BD و به فاصله  $3/14$  از آن می‌باشند. اما از طرفی قطر مربع به ضلع ۴ برابر  $4\sqrt{2}$  است که نصف آن

$$\frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

بنابراین این دو خط محیط مربع داده شده را قطع نمی‌کند.



۱۷۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از خط  $\Delta$  به فاصله ۲ باشد، دو خط به موازات  $\Delta$  در طرفین آن است با توجه به این که شعاع دایره از ۲ بزرگتر است حالت‌های زیر رخ می‌دهد.



۱۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادلات استاندارد هر دو دایره را می‌نویسیم.

$$(x - 1)^2 + y^2 = 9 \Rightarrow O(1, 0), R_1 = 3$$

$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 13 \Rightarrow O'(-2, 3), R_2 = \sqrt{13}$$

$$R_2 - R_1 < OO' < R_2 + R_1 \quad \text{چون } OO' = \sqrt{9 + 9} = 3\sqrt{2}$$

پس دو دایره متقاطع هستند.

۱۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله کلی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. مختصات هر سه نقطه در آن صدق می‌کند.

$$\begin{cases} a + 3b + c = -10 \\ -2a + 4b + c = -20 \\ 2b + c = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10b + 3c = -40 \\ 6b + 3c = -12 \end{cases} \Rightarrow b = -7, c = 10, a = 1$$

پس معادله دایره به صورت  $x^2 + y^2 + x - 7y + 10 = 0$  می‌باشد و مرکز آن  $O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$  است، پس مرکز

دایره به مختصات  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$  است.



۱۷۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادلات استاندارد دایره‌ها را می‌نویسیم:

$$(x+1)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow O\left(-1, \frac{5}{2}\right), R_1 = \frac{3}{2}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + (y+2)^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow O'\left(\frac{3}{2}, -2\right), R_2 = \frac{5}{2}$$

فاصله مرکزهای دو دایره محاسبه شود.

$$OO' = \sqrt{\frac{25}{2} + \frac{81}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{106} \Rightarrow OO' > R_1 + R_2$$

در نتیجه دو دایره برون هم هستند.

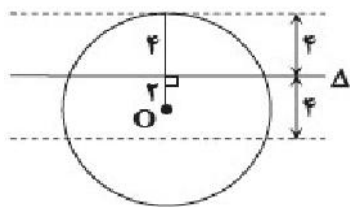
۱۸۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله دایره در حالت کلی  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. مختصات هر سه نقطه در آن صدق می‌کند.

$$\begin{cases} 10 + a + 3b + c = 0 \\ 20 - 2a + 2b + c = 0 \\ 2 + 2b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10 + 3a - b = 0 \\ 16 - 2a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = -7, c = 10$$

معادله دایره چنین است:

$$x^2 + y^2 + x - 7y + 10 = 0 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 = \frac{10}{4}$$

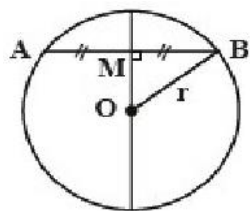
پس  $R = \frac{1}{2}\sqrt{10}$  یا قطر دایره  $\sqrt{10}$  می‌باشد.



۱۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مکان هندسی نقاطی که از خط  $\Delta$  به فاصله‌ی ۴ باشند، دو خط موازی  $\Delta$  و به فاصله‌ی ۴ از آن است. مطابق شکل یکی از این دو خط بر دایره مماس است و دیگری دایره را در دو نقطه قطع می‌کند، پس سه نقطه با این ویژگی وجود دارد.



۱۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه‌ی  $M$ ، وتر عمود بر قطر گذرنده از آن نقطه می‌باشد.



$$2x^2 + 2y^2 - 6x + 4y + 3 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - 3x + 2y + \frac{3}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{4}\right) + (y - 1)^2 - 1 + \frac{3}{2} = 0$$

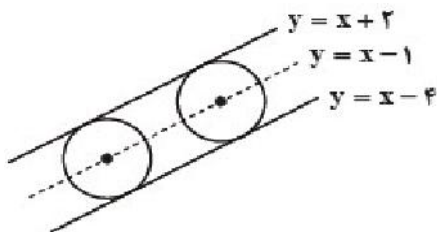
$$\Rightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{4}$$

بنابراین مرکز دایره  $O\left(\frac{3}{2}, -1\right)$  و شعاع دایره  $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$  است، پس:

$$OM = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 1\right)^2 + (-1 - 0)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در  $\triangle OMB$  داریم:

$$MB = \sqrt{OB^2 - OM^2} = \sqrt{\frac{5}{4} - \frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AB = 2MB = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$



۱۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی خطی که از دو خط موازی  $ax + by + c = 0$  و  $ax + by + c' = 0$  به یک فاصله باشد،

$$\text{عبارتست از: } ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$$

مراکز این دایره‌ها از هر دو خط موازی  $y - x - 4$  و  $y - x + 2$  به یک فاصله هستند.

بنابراین بر روی خطی هستند که از این دو خط به یک فاصله است. با توجه به نکته‌ی بالا، معادله‌ی این خط عبارت

$$\text{است از: } y = x + \frac{-4 + 2}{2} = x - 1$$

۱۸۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $F(x, y) = 0$  بیانگر معادله‌ی یک دایره باشد، آن‌گاه مختصات مرکز این دایره از معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{cases} F'_x = 0 \\ F'_y = 0 \end{cases}$$

نکته: دایره، مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از یک نقطه‌ی ثابت به نام مرکز، به یک فاصله‌اند.

با توجه به نکته‌ی بالا، مرکز دایره‌ی  $M$  مرکز دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 7 = 0$  است. مختصات  $M$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} F'_x = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ F'_y = 0 \Rightarrow 2y + 4 = 0 \Rightarrow y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(1, -2)$$

بنابراین فاصله‌ی  $M$  تا مبدأ مختصات برابر است با:

$$OM = \sqrt{1^2 + 4} = \sqrt{5}$$

۱۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: نقطه  $F(x, y) = (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 - R^2$  مفروض است. اگر:

(۱)  $F(x, y) > 0$  باشد،  $M$  خارج دایره است.

(۲)  $F(x, y) = 0$  باشد،  $M$  روی دایره است.

(۳)  $F(x, y) < 0$  باشد،  $M$  داخل دایره است.

مطابق نکته، باید مبدا مختصات را در معادله دایره‌ها قرار دهیم:

$$\begin{cases} F_1(x, y) = x^2 + y^2 - 12x - 1 \Rightarrow F_1(0, 0) = -1 < 0 \Rightarrow \text{مبدا داخل } C_1 \text{ است} \\ F_2(x, y) = x^2 + y^2 + 16y - 36 \Rightarrow F_2(0, 0) = -36 < 0 \Rightarrow \text{مبدا داخل } C_2 \text{ است} \end{cases}$$

بنابراین مبدا مختصات داخل هر دو دایره است (ناحیه ۲).

۱۸۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله کلی دایره به صورت  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. گذرا بر سه نقطه مفروض باشد.

$$\begin{cases} 1 + a + c = 0 \\ 13 - 2a + 3b + c = 0 \\ 10 + 3a - b + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = -1 \\ 7a + 4c = -43 \end{cases} \Rightarrow a = -13, c = 12, b = -17$$

در معادله استاندارد دایره  $x^2 + y^2 - 13x - 17y + 12 = 0$  مقدار شعاع برابر است با

$$\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{17}{2}\right)^2 - 12} \quad \text{یا قطر دایره برابر } \sqrt{169 + 289 - 48} = \sqrt{410}$$

۱۸۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شعاع دایره برابر فاصله مرکز دایره از خط مماس برابر با  $R = \frac{2(5) - 2 - 3}{\sqrt{4+1}} = \sqrt{5}$

در نتیجه معادله‌ی دایره  $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 5$  است. اگر  $x = 0$  باشد عرض نقطه حاصل می‌شود.

$(y - 5)^2 = 1$  پس  $y = 5 \pm 1$  یا  $y = 4, 6$

۱۸۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله کلی دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است، از دو نقطه  $(1, 0)$  و  $(5, 0)$  گذشته است.

$$\begin{cases} 25 + 5a + c = 0 \\ 1 + a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -6, c = 5$$

دایره  $x^2 + y^2 - 6x + by + 5 = 0$  بر خط  $y = 2$  مماس است.

$$x^2 - 6x + 9 + 2b = 0 \Rightarrow \Delta' = 9 - 9 - 2b = 0 \Rightarrow b = 0$$

معادله دایره به صورت  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  می‌باشد.

۱۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نقطه  $M$  در امتدادهای وتر مشترک دو دایره متقاطع باشد، داریم:

$$MC^2 = MA \cdot MB, MD^2 = MA \cdot MB$$

در نتیجه  $MC = MD$  است، پس مکان دو نیم‌خط در بیرون دایره‌ها است.

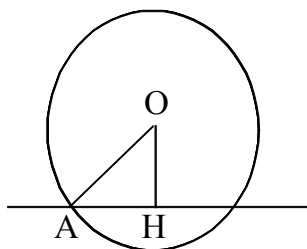
۱۹۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله کلی دایره  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  است. مختصات سه نقطه مفروض در آن قرار داده شود تا مقادیر  $a$  و  $b$  و  $c$  محاسبه شوند.

$$\begin{cases} -a + 2b + c = -17 \\ 7a + 2b + c = -53 \\ 5a + 2b + c = -21 \end{cases} \Rightarrow 6a = 17 - 41 \Rightarrow a = -4$$

از دو معادله  $\begin{cases} 2b + c = -21 \\ 2b + c = -25 \end{cases}$  خواهیم داشت  $b = 2$  و  $c = -29$  معادله دایره چنین است.

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - 29 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 34$$

پس:  $R = \sqrt{34}$



۱۹۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

می‌بایست فاصله نقطه  $O(\alpha, \beta)$  از خط  $x - y - 1 = 0$  تعیین شود. از طرفی بنا به فرض داریم:

$$(OA = 3, AH = 2) \Rightarrow OH = \sqrt{5} \Rightarrow$$

$$\left| \frac{2\beta + \alpha - 1}{\sqrt{4 + 1}} \right| = \sqrt{5} \Rightarrow 2\beta + \alpha - 1 = \pm 5$$

یکی از خط‌های مطلوب به معادله  $x + y + 4 = 0$  می‌باشد.

۱۹۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قطر دایره مطلوب برابر قطر کوچک‌تر بیضی است.

$$4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3(y + 1)^2 = 12$$

$$\frac{\left(x - \frac{1}{2}\right)^2}{3} + \frac{(y + 1)^2}{4} = 1 \Rightarrow b = \sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt{3}$$

مساحت دایره  $3\pi$  است.

۱۹۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مرکز دایره  $(\alpha, \alpha)$  است فاصله مرکز دایره از خط  $2x - y = 0$  برابر شعاع دایره است.

$$\frac{2\alpha - \alpha}{\sqrt{4 + 1}} = \sqrt{(\alpha - 6)^2 + (\alpha - 3)^2} \Rightarrow \frac{\alpha^2}{5} = 2\alpha^2 - 18\alpha + 45$$

پس از خلاصه شدن  $0 = \alpha^2 - 10\alpha + 25 = (\alpha - 5)^2$  پس  $\alpha = 5$  در نتیجه شعاع دایره  $\frac{\alpha}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$  است.

۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۹۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۲۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۲۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۹۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۰
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۳۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۳۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۳
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۵
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۴۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۹
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۰
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۸۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۲
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۴۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۳
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۲۴
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۲۵
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۸۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۵۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۲۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۲۸
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۹۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۲۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۵۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۵۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۳۱
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۲
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۵۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۹۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۳
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۹۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۶۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۹۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۳۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۶۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۳۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۶۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۸
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۰۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۳۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۰۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۴۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۰۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۴۱
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۴۲
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۶۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۶	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۳
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۴۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۵
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۰۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۶
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۷۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۷
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۱	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۸
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۱۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۴۹
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۷۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۷۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۵۱
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۲
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۷۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۳
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۸۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۱۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۶
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۵۹
					<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۰
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	-۱۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۱
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۱۲۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	-۶۲

۱- مختصات رأس سهمی که کانون آن  $F(3, 5)$  و معادله خط هادی آن  $x - 3$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $(-3, 3)$  (۲)  $(-3, 5)$  (۳)  $(0, 5)$  (۴)  $(3, 0)$

سراسری => تجربی => ۸۰

۲- سهمی با کانون  $F(1, 1)$  و خط هادی به معادله  $x - 3$  محور  $y$  ها را در دو نقطه  $A$  و  $B$  قطع می کند، فاصله  $AB$  چقدر است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)  $4\sqrt{2}$

سراسری => ریاضی => ۸۳

۳- در سهمی به معادله  $y^2 + 4y + 2x + 1 = 0$ ، خط هادی آن از نقطه ای با کدام مختصات می گذرد؟

- (۱)  $(1, -2)$  (۲)  $(1, 2)$  (۳)  $(2, 1)$  (۴)  $(0, 3)$

سراسری => تجربی => ۸۸

۴- نقطه  $S(2, 1)$  رأس سهمی است که محور تقارن آن موازی محور  $y$  ها است و از نقطه  $A(0, 5)$  می گذرد. معادله خط هادی آن، کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{1}{4}$  (۲)  $y = \frac{1}{2}$  (۳)  $y = \frac{3}{4}$  (۴)  $y = \frac{3}{2}$

سراسری => ریاضی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۵- سهمی به کانون  $F(2, 4)$  و خط هادی به معادله  $x - 1$ ، محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می کند؟

- (۱)  $\frac{17}{6}$  (۲)  $\frac{19}{6}$  (۳)  $\frac{10}{3}$  (۴)  $\frac{11}{3}$

سراسری => تجربی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۶- سهمی به کانون  $F(3, 2)$  و خط هادی به معادله  $x - 1$ ، محور  $x$  ها را در نقطه  $A$  قطع می کند. فاصله نقطه  $A$  تا کانون سهمی کدام است؟

- (۱)  $2/25$  (۲)  $2/5$  (۳)  $2/75$  (۴) ۳

سراسری => ریاضی => ۹۴

۷- خط هادی یک سهمی به معادله  $x = \frac{13}{4}$  است. هر پرتو که از نقطه  $(-\frac{5}{4}, -2)$  بر این سهمی بتابد، در امتداد محور  $x$ ها باز می‌تابد. این سهمی محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

سراسری <= تجربی <= ۹۴

۸- در یک بیضی به کانون‌های  $(-1, 2)$  و  $(2, 7)$ ، اندازه‌ی قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{64}$  (۳)  $\frac{1}{75}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۹- در یک بیضی به اقطار  $2\sqrt{5}$  و ۲ واحد، دایره‌ای هم مرکز با بیضی و شعاع ۲ واحد، بیضی را در نقطه‌ی  $M$  قطع می‌کند. مجموع مربعات فواصل  $M$  از دو کانون بیضی، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۱۰- معادله‌ی یک سهمی با کانون  $F(2, 1)$  و خط هادی به معادله  $x - 4$ ، کدام است؟

- (۱)  $y^2 - 2y + 4x = 11$  (۲)  $y^2 - 2y + 2x = 5$   
(۳)  $x^2 - 4x + 4y = 0$  (۴)  $x^2 - 6x + 2y = -5$

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۱۱- در یک بیضی به کانون‌های  $(-1, 2)$  و  $(2, 7)$ ، اندازه‌ی قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$  (۲)  $\frac{1}{64}$  (۳)  $\frac{1}{75}$  (۴)  $\frac{1}{8}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۱۲- در سهمی به معادله  $5y^2 - 10y + 4x - 3 = 0$ ، فاصله‌ی کانون تا نقطه‌ی تلاقی سهمی با محور  $x$ ها، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{25}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{45}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۱۳- در یک بیضی به کانون‌های  $F$  و  $F'$ ، اندازه قطر کوچک ۱۲ و فاصله کانونی  $FF' = 4\sqrt{6}$  است. خط  $T$  مماس بر بیضی است. قرینه کانون  $F'$  نسبت به خط  $T$  نقطه  $M$  است. اندازه  $MF$  کدام است؟

$$(1) 2\sqrt{15} \quad (2) 4\sqrt{15} \quad (3) 6\sqrt{3} \quad (4) 6\sqrt{2}$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۴- هر نقطه از سهمی به معادله  $xy^2 - 3x + 4y = 7$ ، از نقطه ثابت و یک خط ثابت به یک فاصله است. معادله این خط ثابت کدام است؟

$$(1) x = \frac{-27}{8} \quad (2) x = \frac{-21}{8} \quad (3) y = \frac{-9}{8} \quad (4) y = \frac{-7}{8}$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۵- در یک بیضی با فاصله کانونی ۷ واحد، اندازه قطر کوچک  $6\sqrt{2}$  واحد است. اگر نقطه  $M$  در خارج این بیضی باشد به طور قاطع مجموع فواصل  $M$  از دو کانون بیشتر از کدام است؟

$$(1) 11 \quad (2) 12 \quad (3) 5\sqrt{5} \quad (4) 8\sqrt{2}$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- اگر از نقطه  $(0, 3)$  دو شعاع نورانی بر سهمی به معادله  $xy^2 - 4y = 4x$  تابیده شود. بازتاب آن دو چگونه است؟  
(۱) موازی رو به بالا (۲) موازی با محور (۳) متقاطع (۴) دور از یکدیگر

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷- با فرض این که سهمی به معادله  $y^2 - 2y - 4x = 7$  آینه‌وار باشد، از نقطه  $(0, 1)$  دو شعاع نورانی بر آن تابیده است. بازتاب این دو شعاع نورانی چگونه‌اند؟

$$(1) \text{ با شیب‌های مثبت و منفی از هم دور می‌شوند.} \quad (2) \text{ هر دو با شیب منفی موازی} \\ (3) \text{ روی خط } y - 1 \text{ متقاطع} \quad (4) \text{ هر دو با شیب مثبت موازی}$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۸- سهمی به کانون  $(2, 4)$  و خط‌های  $x - 1$ ، محور  $X$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$(1) \frac{35}{6} \quad (2) \frac{19}{6} \quad (3) \frac{17}{3} \quad (4) \frac{28}{3}$$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۱۹- قطرهای بیضی منطبق بر محورهای مختصات و فاصله کانون  $F$  از مرکز بیضی و انتهای قطر بزرگ برابر ۴ واحد است. اگر خطی از کانون  $F$  بر قطر بزرگ عمود شود، بیضی را در  $M$  و  $N$  قطع می‌کند. طول  $MN$  کدام است؟

- (۱) ۱۲      (۲) ۱۰      (۳) ۹      (۴) ۸

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۰- دو نقطه  $(1, 5)$  و  $(1, -1)$  کانون‌های بیضی و  $B(5, 2)$  یک رأس آن است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

- (۱)  $0/4$       (۲)  $0/5$       (۳)  $0/6$       (۴)  $0/8$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۱- دو نقطه  $(1, 5)$  و  $(1, -1)$  کانون‌های بیضی و  $B(5, 2)$  یک رأس آن است. نقطه  $M(3, 4)$  نسبت به بیضی کدام وضع را دارد؟

- (۱) خارج بیضی      (۲) داخل بیضی      (۳) روی بیضی      (۴) رأس بیضی

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۲- از نقطه  $A(-2, \frac{1}{2})$  دو شعاع نوری بر سهمی  $11 = y^2 - 4x - 2y$  می‌تابد. بازتاب آن‌ها چگونه باز می‌گردد؟

- (۱) متقاطع می‌شوند.      (۲) از هم دور می‌شوند.  
(۳) موازی هم غیرموازی با محور      (۴) هر دو موازی محور

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۳- فاصله‌ی رأس سهمی  $y = -2 + (x + 1)^2$  از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $\sqrt{3}$       (۳) ۲      (۴)  $\sqrt{5}$

آزمونهای گزینه ۲ = اول دبیرستان = مرحله ۴

۲۴- در سهمی به معادله  $y = 2x^2 + mx - 3$  به ازای کدام مقدار  $m$  خط  $x = 1$  محور تقارن آن است؟

- (۱) -۲      (۲) ۲      (۳) -۴      (۴) ۴

آزمایشی سنجش = انسانی = ۸۱

۲۵- معادله سهمی‌ای که  $y - 2$  محور تقارن آن و  $x - 2$  خط هادی آن بوده و از نقطه  $(4, 4)$  بگذرد کدام است؟

$$(y - 2)^2 = \frac{1}{4}(x + 4) \quad (2) \qquad (y - 2)^2 = 2(x - 2) \quad (1)$$

$$(y - 2)^2 = 4(x - 3) \quad (4) \qquad (y - 2)^2 = x \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۲۶- اگر خط  $x - 2$  خط هادی سهمی  $y^2 + 6y + 4x + k = 0$  باشد، مقدار  $k$  چیست؟

$$5 \quad (4) \qquad -1 \quad (3) \qquad -5 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۲۷- اگر در یک سهمی کانون  $F(7, 2)$  و خط هادی  $x - 5$  باشد معادله سهمی کدام است؟

$$y^2 + 4x - 4y + 28 = 0 \quad (2) \qquad y^2 + 4x + 4y + 28 = 0 \quad (1)$$

$$y^2 - 4x + 4y + 28 = 0 \quad (4) \qquad y^2 - 4x - 4y + 28 = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۲۸- کانون سهمی،  $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$  تا خط هادی آن به چه فاصله‌ای است؟

$$\frac{1}{4} \quad (4) \qquad 1 \quad (3) \qquad 4 \quad (2) \qquad 2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۲۹-  $S(-1, 1)$  رأس سهمی و  $x = -\frac{3}{4}$  خط هادی یک سهمی است. سهمی محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$\text{صفر} \quad (4) \qquad -4 \quad (3) \qquad -2 \quad (2) \qquad -3 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۳۰- معادله خط هادی سهمی  $x^2 - 4x = 2(x - 2y)$  کدام است؟

$$4y - 13 = 0 \quad (4) \qquad 4y - 5 = 0 \quad (3) \qquad y - 4 \quad (2) \qquad y - 2 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۳۱- فاصله کانون سهمی  $y^2 - 4y = 8x + 4$  تا مبدا مختصات کدام است؟

۲ (۴)

$\sqrt{5}$  (۳)

۳ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۳

۳۲- به موازات کدام خط نمی‌توان بر سهمی  $y^2 - 4y - 2x = 6$  مماس رسم کرد؟

$x - 1$  (۴)

$y - 3$  (۳)

$y - 2x$  (۲)

$y - x$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۳

۳۳- دهانه سهمی به معادله  $y^2 + ax - 2y + a = 0$  به سمت Xهای منفی است، فاصله کانون تا رأس سهمی ۱ واحد

است. طول رأس سهمی کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$-\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{5}{4}$  (۲)

$-\frac{5}{4}$  (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۳

۳۴- اگر فاصله کانون تا خط هادی سهمی به معادله  $y^2 - 2y + ax + a = 0$  برابر ۲ باشد، مختصات طول راس سهمی

کدام است؟

$\frac{5}{4}, \frac{-3}{4}$  (۴)

$-\frac{5}{4}, \frac{-3}{4}$  (۳)

$\frac{5}{4}, \frac{3}{4}$  (۲)

$-\frac{5}{4}, \frac{3}{4}$  (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

۳۵- فاصله راس سهمی  $y = x^2 - 2x$  از مبدا مختصات کدام است؟

۲ (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۳

۳۶- به ازای کدام مقدار  $b$  در سهمی به معادله  $2y^2 + 4y - x + b = 0$ ، طول کانون آن  $\frac{17}{8}$  است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۳

۳۷- مختصات کانون سهمی به معادله  $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$  کدام است؟  
 (۱)  $(1, -2)$  (۲)  $(1, -2)$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(-1, -2)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

۳۸- نقطه  $S(-1, 1)$  راس سهمی و خط  $4x + 3 - 0$  خط هادی سهمی است این سهمی محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می کند؟

(۱)  $-2$  (۲)  $1$  (۳)  $-3$  (۴) صفر  
 آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۳

۳۹- در سهمی  $4y^2 = (x - 2y)$  معادله خط هادی کدام است؟

(۱)  $16x + 5 - 0$  (۲)  $16x + 3 - 0$  (۳)  $16x - 5 - 0$  (۴)  $16x - 3 - 0$   
 آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۳

۴۰- دهانه سهمی به معادله  $y^2 + a(x-y) = 0$  رو به راست باز می شود و فاصله کانون تا خط هادی آن ۲ واحد است مختصات کانون این سهمی کدام است؟

(۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(0, -2)$  (۳)  $(0, -1)$  (۴)  $(1, 2)$   
 آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۳

۴۱- در سهمی به معادله  $3x^2 + 4y - 12x = 9$  فاصله کانون تا خط هادی آن کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴)  $\frac{4}{3}$   
 آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۴۲- مختصات کانون سهمی به معادله  $3y^2 - 4x + 6y + 5 = 0$  کدام است؟

(۱)  $(\frac{5}{6}, -1)$  (۲)  $(\frac{5}{6}, 1)$  (۳)  $(1, \frac{3}{2})$  (۴)  $(\frac{3}{2}, -1)$   
 آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۴

۴۳- کانون سهمی  $y^2 - 4y + 2x + 3 = 0$  تا نیمساز ناحیهی دوم و چهارم به کدام فاصله است؟

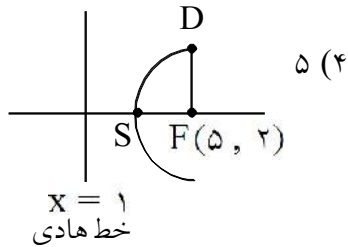
$\sqrt{2}$  (۴)

۲ (۳)

$2\sqrt{2}$  (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴



۴۴- در سهمی شکل مقابل، مقدار طول پاره خط FD چقدر است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۴۵- در سهمی که خطوط  $x = 2$  و  $y = 2$  به ترتیب خط هادی و محور کانونی آن بوده و نقطه‌ی  $(4, 4)$  روی آن باشد، فاصله‌ی کانون از رأس سهمی برابر است با:

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۴۶- در سهمی به معادله  $3x^2 - 2y + 6x = 5$  فاصله کانون تا خط هادی سهمی کدام است؟

$\frac{4}{3}$  (۴)

$\frac{1}{6}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۴

۴۷-  $a$  و  $b$  را چه مقدار بگیریم تا نقطه‌ی  $S$  رأس سهمی به معادله‌ی  $x^2 + ax + b + 2y = 0$  باشد؟

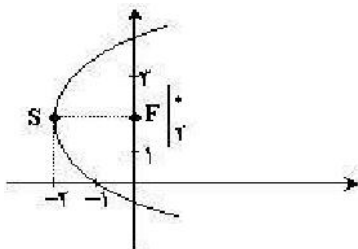
$b = -2, a = -3$  (۲)

$b = -2, a = -3$  (۱)

$b = -3, a = -2$  (۴)

$b = -3, a = -2$  (۳)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵



آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۵

۴۸- معادله سهمی شکل رو به رو کدام است؟

(۱)  $y^2 - 8x - 4y + 12 = 0$

(۲)  $y^2 - 4x - 4y - 12 = 0$

(۳)  $y^2 - 4y - 8x - 12 = 0$

(۴)  $y^2 + 4y - 8x - 12 = 0$

۴۹- مختصات کانون سهمی به معادله  $x^2 - 2x + 4y + 5 = 0$  کدام است؟

(۴)  $(2, 1)$

(۳)  $(1, 2)$

(۲)  $(1, -2)$

(۱)  $(-2, 1)$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۵

۵۰- در سهمی  $y = mx^2 + 2x + m - 1$  اگر طول رأس سهمی برابر  $(-1)$  باشد، مقدار  $m$  برابر است با:

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

آزمونهای گزینه ۲ => انسانی => ۸۵

۵۱- یک سهمی با کدام مشخصه کاملا یکتا است؟

(۴) خط هادی و یک نقطه

(۳) کانون و خط هادی

(۲) کانون و یک نقطه

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۵

۵۲- مختصات کانون سهمی به معادله  $x^2 + 2y + 10 = 4x$  کدام است؟

(۴)  $(-2, 3)$

(۳)  $(-2, \frac{5}{2})$

(۲)  $(2, -3)$

(۱)  $(2, \frac{-7}{2})$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۵

۵۳- در سهمی به معادله  $y^2 + 28 = 4(x + y)$  معادله خط هادی آن کدام است؟

(۴)  $x - 5$

(۳)  $y - 5$

(۲)  $y - 4$

(۱)  $x - 4$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۵

۵۴- معادله‌ی مکان هندسی نقاطی که از نقطه‌ی  $A(4, 1)$  و خط به معادله‌ی  $x - 2$  به یک فاصله باشند، کدام است؟

$$y^2 + 2y + 4x + 13 = 0 \quad (2)$$

$$y^2 - 2y - 4x + 13 = 0 \quad (1)$$

$$y^2 - 2y - 4x = 0 \quad (4)$$

$$y^2 - 2y - 4x + 1 = 0 \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۵۵- مختصات کانون سهمی به معادله‌ی  $y^2 - 4y + 8x + 12 = 0$  کدام است؟

$$(-1, 2) \quad (4)$$

$$(1, 2) \quad (3)$$

$$(-1, 0) \quad (2)$$

$$(-3, 2) \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۵۶- در سهمی گذرا از نقطه  $M(4, 4)$  که خطوط  $x - 2$  و  $y - 2$  به ترتیب محور کانونی و خط هادی سهمی می‌باشد، کوتاه‌ترین فاصله بین نقاط سهمی و خط هادی آن چقدر است؟

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۵۷- سهمی با کانون  $F(1, 1)$  و خط هادی  $x = 3$  محور  $y$  ها را در دو نقطه‌ی  $A$  و  $B$  قطع می‌کند، فاصله‌ی  $AB$  کدام است؟

$$4\sqrt{2} \quad (4)$$

$$5 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۵۸- معادله‌ی سهمی که  $F\left(-1, \frac{4}{3}\right)$  کانون آن و  $\Delta: y - 3$  معادله‌ی خط هادی آن باشد کدام است؟

$$(x - 4)^2 = -8(y - 1) \quad (2)$$

$$(y - 1)^2 = 8(x - 4) \quad (1)$$

$$(y - 1)^2 = -8(x - 4) \quad (4)$$

$$(x - 4)^2 = 8(y - 1) \quad (3)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۵۹- سهمی به معادله‌ی  $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$  دارای رأس  $S(\alpha, \beta)$  و خط هادی  $x - d$  می‌باشد.  $\alpha - \beta + d$  کدام است؟

$$-1 \quad (4)$$

$$\text{صفر} \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۶۰- منحنی سهمی  $y^2 = a(y - x)$  به طرف X های مثبت ادامه دارد، فاصله کانون تا خط هادی آن ۲ واحد است. مختصات کانون این سهمی کدام است؟

- (۱)  $(-۱, -۲)$  (۲)  $(۰, -۱)$  (۳)  $(۰, -۲)$  (۴)  $(۱, ۲)$
- آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۶۱- مختصات کانون سهمی به معادله  $y^2 - x = ۱$  کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{۳}{۴}, ۰)$  (۲)  $(-\frac{۱}{۲}, ۰)$  (۳)  $(۰, \frac{۳}{۴})$  (۴)  $(۰, \frac{۱}{۲})$
- آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۶۲- معادله ی خط هادی سهمی  $y^2 - ۲y + ۴x - ۳ = ۰$  کدام است؟

- (۱)  $x - ۲$  (۲)  $y - ۲$  (۳)  $y - ۰$  (۴)  $x - ۰$
- آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۶۳- به ازای کدام b طول کانون سهمی به معادله ی  $۲y^2 + ۴y - x + b = ۰$  برابر  $\frac{۱۷}{۸}$  است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷

۶۴- معادله ی خط هادی سهمی به معادله ی  $x^2 - ۲x + ۴y + ۵ = ۰$  کدام است؟

- (۱)  $y - ۰$  (۲)  $y - ۲$  (۳)  $x - ۱$  (۴)  $x - ۰$
- آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

۶۵- نقطه ی  $A(-۱, ۰)$  رأس سهمی است که محور y ها را در دو نقطه به عرض های ۱، -۱ قطع می کند. معادله ی خط هادی این سهمی کدام است؟

- (۱)  $x = -\frac{۳}{۴}$  (۲)  $x = -\frac{۵}{۴}$  (۳)  $x = -\frac{۵}{۲}$  (۴)  $x = -\frac{۳}{۲}$
- آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۷



۶۶- فاصله‌ی رأس سهمی به معادله‌ی  $y = x^2 + 2x$  تا نقطه‌ی  $(1, 1)$  کدام است؟

(۴)  $\sqrt{10}$

(۳)  $\sqrt{8}$

(۲)  $\sqrt{7}$

(۱)  $\sqrt{5}$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۶۷- معادله‌ی خط‌های سهمی به معادله‌ی  $5 = 0 + 2y^2 + 3x - 4y$ ، کدام است؟

(۴)  $x = -\frac{5}{4}$

(۳)  $x = -\frac{1}{4}$

(۲)  $x = -\frac{5}{8}$

(۱)  $x = -\frac{11}{8}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۶۸- مختصات کانون سهمی به معادله‌ی  $0 = 5 + 6y - 4x + 3y^2$  کدام است؟

(۴)  $(\frac{3}{2}, 1)$

(۳)  $(\frac{3}{2}, -1)$

(۲)  $(\frac{5}{6}, -1)$

(۱)  $(\frac{5}{1}, 1)$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۶۹- مختصات کانون سهمی به معادله‌ی  $0 = 11 + 3x - 8y + 2y^2$ ، کدام است؟

(۴)  $(\frac{-11}{8}, 2)$

(۳)  $(\frac{-5}{8}, 2)$

(۲)  $(-1, \frac{3}{4})$

(۱)  $(-1, \frac{5}{8})$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۷۰- در سهمی به معادله‌ی  $2(y^2 - 6y) = 3(x - 5)$ ، مختصات نقطه‌ی مشترک خط‌های و محور تقارن کدام است؟

(۴)  $(-\frac{11}{8}, 3)$

(۳)  $(3, -\frac{1}{4})$

(۲)  $(-1, -\frac{7}{4})$

(۱)  $(-\frac{5}{8}, 3)$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۷۱- معادله‌ی خط‌های سهمی که مبدأ مختصات رأس آن و محور  $y$ ها محور تقارن آن بوده و از نقطه‌ی  $(-4, -8)$  بگذرد، کدام است؟

(۴)  $y = 2$

(۳)  $x = 2$

(۲)  $y = 4$

(۱)  $x = 4$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۷۲- معادله‌ی خط هادی سهمی به معادله‌ی  $y^2 - 2y - x = -1$  کدام است؟

(۴)  $y = -\frac{1}{4}$

(۳)  $x = -\frac{1}{4}$

(۲)  $x = -1$

(۱)  $x = \frac{1}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۸۹ - ۸۸

۷۳- نقطه (۱ و -۱) رأس سهمی و خط هادی آن به معادله  $x = -\frac{3}{4}$  است. طول نقطه تلاقی این سهمی با محور xها کدام است؟

است؟

(۱) -۳

(۲) -۲

(۳) صفر

(۴) ۳

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۷۴- اگر  $F(1, 5)$  و  $F'(1, -1)$  کانونهای یک بیضی و  $M(4, 2)$  نقطه‌ای روی آن باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۷۵- نقطه‌ی (۱, -۱) کانون سهمی و خط هادی آن به معادله‌ی  $x = 3$  است. این سهمی محور yها را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله‌ی آن دو نقطه کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳)  $2\sqrt{2}$

(۴)  $4\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۷۶- نقطه‌ی (۱, -۱) کانون سهمی و خط هادی آن به معادله‌ی  $x = 3$  است. این سهمی محور yها را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصله‌ی دو نقطه‌ی تلاقی کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳)  $4\sqrt{2}$

(۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۷۷- معادله‌ی سهمی که  $F(0, 2)$  کانون و  $S(1, 2)$  رأس آن باشد، کدام است؟

(۴)  $x^2 = 2(x - y)$

(۳)  $x^2 = 4(x - y)$

(۲)  $y^2 = 2(y + x)$

(۱)  $y^2 = 4(y - x)$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۷۸- کمترین فاصله‌ی مبدأ مختصات از سهمی  $(x + 4)^2 = 8(x + y)$  چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۷۹- نقطه‌ی  $S(1, 2)$  رأس یک سهمی و  $f(0, 2)$  کانون آن است. این سهمی محور  $y$  ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

- (۱) ۵، -۱ (۲) -۱ (۳) ۰، ۴ (۴) ۴

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۹۰

۸۰- مختصات کانون سهمی به معادله‌ی  $y = 2x^2 - 3x + 4$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{3}{4}, 3)$  (۲)  $(\frac{3}{4}, 2)$  (۳)  $(\frac{3}{2}, 3)$  (۴)  $(\frac{3}{2}, 2)$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۹۰

۸۱- معادله‌ی سهمی که کانون آن  $F(-3, 2)$  و معادله‌ی خط هادی آن  $y - 1 = 0$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $x^2 - 4x + 8y = 0$  (۲)  $x^2 - 4x + 8y + 12 = 0$   
(۳)  $x^2 - 4x + 8x + 12 = 0$  (۴)  $x^2 + 4x - 8y + 8 = 0$

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۸۲- سهمی  $y = x^2$  و دایره‌ی  $x^2 + y^2 - 9y + 16 = 0$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟

- (۱) در دو نقطه متقاطع‌اند. (۲) در یک نقطه مماس‌اند. (۳) در دو نقطه مماس‌اند. (۴) یک‌دیگر را قطع نمی‌کنند.

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۸۳- در یک سهمی با کانون  $(2, 3)$  و خط هادی محور  $y$  ها، طول وتر کانونی کدام است؟

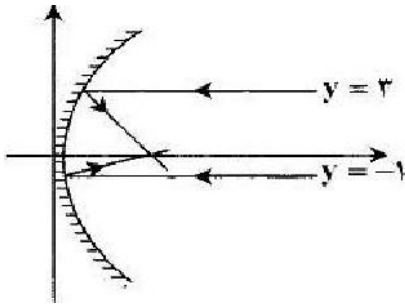
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۸۴- دو سر وتر کانون سهمی  $y^2 = 4(x + y)$  را نقاط  $A$  و  $B$  می‌نامیم. حاصل  $x_A + x_B + y_A + y_B$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱



۸۵- در امتداد خطوط  $y = 3$  و  $y = -1$ ، دو پرتو نورانی به یک آینه‌ی سهمی می‌تابانیم. اگر قطر قاعده‌ی آینه ۱۲ و عمق آینه در مرکز ۴ باشد، طول نقطه‌ی تلاقی بازتاب دو پرتو کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $\frac{5}{4}$   
 (۳)  $\frac{7}{4}$   
 (۴)  $\frac{9}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ = تجربه = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۸۶- معادله خط هادی سهمی  $2y^2 + 3x - y = 1$  کدام است؟

- (۱)  $x = -\frac{3}{8}$   
 (۲)  $x = -\frac{1}{8}$   
 (۳)  $x = \frac{3}{4}$   
 (۴)  $x = 0$

آزمایشی سنجش = تجربه = سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۸۷- مختصات کانون سهمی  $2y^2 + 3x = y + 1$  کدام است؟

- (۱)  $(0, \frac{3}{4})$   
 (۲)  $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$   
 (۳)  $(\frac{3}{4}, \frac{1}{4})$   
 (۴)  $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۸۸- نقطه‌ی M محل تلاقی خط  $y^2 - 2$  و سهمی  $y^2 = 8x$  است. شیب خط گذرنده از M و کانون سهمی کدام است؟

- (۱)  $-\frac{2}{3}$   
 (۲)  $-\frac{4}{3}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{4}{3}$

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۸۹- در سهمی  $y^2 + 4y + 8x = 12$ ، محل تلاقی خط هادی با محور سهمی کدام نقطه است؟

- (۱)  $(4, 2)$   
 (۲)  $(4, -2)$   
 (۳)  $(2, -2)$   
 (۴)  $(2, 2)$

آزمونهای گزینه ۲ = تجربه = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۰- به ازای کدام مقدار n، کانون سهمی  $x^2 + 4y - 2x + n = 0$  روی خط  $y^2 - 3x$  قرار دارد؟

- (۱) -۹  
 (۲) ۱۵  
 (۳) ۹  
 (۴) -۱۵

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۱- اگر سهمی  $y = x^2 - mx + 1$  بر محور طول مماس باشد، مقدار  $m$  چه قدر است؟

- (۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm \sqrt{2}$  (۴)  $\pm 2\sqrt{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۲- اگر نقطه‌ی  $A(3, 7)$  روی سهمی  $(y-1)^2 = 2a(x-b)$  باشد، کدام نقطه الزاماً روی این سهمی است؟

- (۱)  $(3, 1)$  (۲)  $(a, a+b)$  (۳)  $(1, a+b)$  (۴)  $(3, -5)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۳- معادله‌ی محور تقارن سهمی که کانون آن نقطه‌ی  $F(-1, 4)$  و خط هادی آن  $y-3$  باشد، کدام است؟

- (۱)  $x-1$  (۲)  $y-1$  (۳)  $x-1$  (۴)  $y-1$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

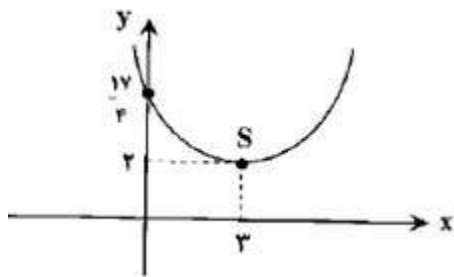
۹۴- در سهمی قائمی که کانون آن  $F(3, 5)$  بوده و بر محور  $x$ ها مماس است، طول وتر کانونی چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴)  $2/5$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۵- در سهمی شکل زیر، مختصات کانون کدام است؟

- (۱) (۳ و ۵) (۲) (۳ و ۴) (۳) (۳ و ۳) (۴) (۳ و ۶)



آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۹۶- اگر سهمی  $(a-1)y^2 + y - ax = 1$  بر محور  $y$ ها مماس باشد، معادله‌ی خط هادی آن کدام است؟

- (۱)  $x = \frac{1}{4}$  (۲)  $x = \frac{1}{2}$  (۳)  $x = \frac{3}{2}$  (۴)  $x = \frac{3}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۹۷- تمام دایره‌های به مرکز نقطه‌ی دلخواه  $M(x, y)$  واقع بر سهمی  $2 - 2x - x^2 = 3y$  و گذرنده بر کانون آن، بر کدام یک از خطوط زیر همواره مماس هستند؟

$$x = -\frac{13}{12} \quad (1) \quad y = -\frac{1}{4} \quad (2) \quad y = -\frac{7}{4} \quad (3) \quad x = \frac{3}{4} \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۹۸- در سهمی به معادله  $0 = 7 - 6y + 4x - 3y^2$  فاصله‌ی کانون از محور  $y$ ها کدام است؟

$$\frac{17}{6} \quad (1) \quad \frac{13}{6} \quad (2) \quad \frac{11}{6} \quad (3) \quad \frac{7}{6} \quad (4)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۹۹- از کانون سهمی  $4 = x^2 + 4x + 8y$  خطی به موازات خط هادی سهمی رسم شده است و سهمی را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع کرده است طول پاره خط  $AB$  کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 16 \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۰- سهمی با کانون  $F(1, 2)$  و خط هادی  $x - 3$  محور  $x$ ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۱- به ازای کدام مقدار  $m$ ، خط هادی سهمی  $4(y + m) = (x - 5)^2$  از مبدأ مختصات می‌گذرد؟

$$m - 1 \quad (1) \quad m = \frac{5}{2} \quad (2) \quad m - 1 \quad (3) \quad m = \frac{25}{4} \quad (4)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۲- خط هادی سهمی به معادله  $4 = 2y^2 + 3x - 4y$  برابر با کدام معادله است؟

$$x = \frac{11}{4} \quad (1) \quad x = \frac{19}{8} \quad (2) \quad x = \frac{13}{8} \quad (3) \quad x = \frac{5}{4} \quad (4)$$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۰۳- مختصات کانون سهمی  $x^2 - 4x + 4y = 8$  کدام است؟

- (۱) (۱, ۳) (۲) (۲, ۲) (۳) (۳, ۲) (۴) (۲, ۴)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۰۴- رأس یک سهمی و خط  $y - 5$  خط هادی آن است. معادله این سهمی کدام است؟

- (۱)  $(y - 2)^2 = -12(x - 3)$  (۲)  $(x - 3)^2 = 12(y - 2)$   
 (۳)  $(x - 3)^2 = -12(y - 2)$  (۴)  $(y - 2)^2 = 12(x - 3)$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۰۵- خط هادی سهمی  $y^2 = 4x$ ، خط هادی سهمی  $x^2 = 4y$  را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

- (۱) (-۲, -۲) (۲) (-۱, -۱) (۳) (-۴, -۴) (۴)  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

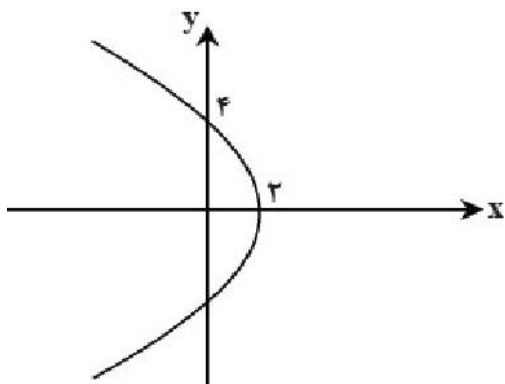
۱۰۶- معادله خط هادی سهمی  $x^2 - 2x - 3y = 2$  کدام است؟

- (۱)  $y = -\frac{5}{4}$  (۲)  $y = -\frac{7}{4}$  (۳)  $y = \frac{1}{2}$  (۴)  $y = \frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۷- محور Xها، محور تقارن سهمی شکل روبه‌رو است. معادله خط هادی سهمی کدام است؟

- (۱)  $x - 6$  (۲)  $x - 3$   
 (۳)  $x - 4$  (۴)  $x - 5$



آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۰۸- معادله خط هادی سهمی  $y^2 + 4y + 3x = 2$  کدام است؟

$y = -\frac{11}{4}$  (۴)

$x = \frac{11}{4}$  (۳)

$y = -\frac{5}{4}$  (۲)

$x = \frac{5}{4}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۰۹- با استفاده از تعریف، طول نقطه تلاقی سهمی با کانون (۴, ۶) و خط هادی  $x - 2$ ، با محور  $x$  ها کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۱۰- مبدأ مختصات، کانون یک سهمی است که خط  $x - 4$  خط هادی آن است. طول وترى که محور  $y$  ها از این سهمی جدا می کند، کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۱- نقاط  $F(3, 4)$  و  $S(3, 5)$  به ترتیب کانون و رأس یک سهمی می باشد. معادله خط هادی این سهمی کدام است؟

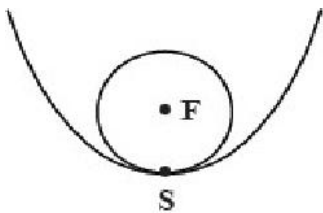
$y - 8$  (۴)

$x - 5$  (۳)

$y - 6$  (۲)

$x - 4$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶



۱۱۲- در سهمی به معادله  $(x + 1)^2 = 8(y - 2)$  دایره ای به مرکز کانون، از رأس سهمی گذشته است. معادله این دایره کدام است؟

$x^2 + (y - 4)^2 = 2$  (۲)

$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$  (۱)

$(x + 1)^2 + y^2 = 8$  (۴)

$(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$  (۳)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۳- اگر  $S(2, -1)$  رأس یک سهمی با خط هادی  $y - 2$  باشد، طول وترى که محور  $x$  ها از این سهمی جدا می کند، کدام است؟

۴ (۴)

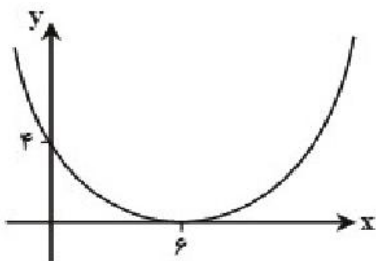
۶ (۳)

۲ (۲)

۸ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶





۱۱۴- سهمی شکل مقابل، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

- (۱)  $(7, 2)$
- (۲)  $(-1, 8)$
- (۳)  $(9, 1)$
- (۴)  $(-3, 7)$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۱۵- سهمی با کانون  $F(2, 4)$  و خط هادی  $x - 6$ ، محور  $x$  ها را در چه طولی قطع می‌کند؟

- (۱) ۲
- (۲) ۶
- (۳) -۴
- (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۱۶- اگر فاصله نقاط سهمی  $y = -4x^2 + 8x - 17$  از خط  $y = b$  و نقطه  $A(\alpha, \beta)$  برابر باشد، حاصل  $\alpha + 9\beta + 5b$  کدام است؟

- (۱) -۱۸۰
- (۲)  $-180/25$
- (۳) -۱۸۱
- (۴)  $-181/25$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۱۷- سهمی با کانون  $(-1, 5)$  و خط هادی به معادله  $x - 2$ ، محور  $x$  ها را با کدام طول قطع می‌کند؟

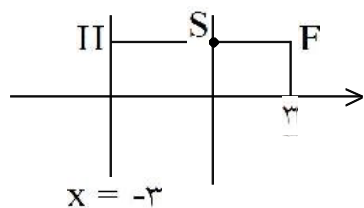
- (۱) ۳
- (۲)  $3/5$
- (۳)  $1/3$
- (۴)  $11/3$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۱۸- مختصات کانون سهمی  $y + 1 = 3x + 2y^2$ ، کدام است؟

- (۱)  $(0, 1/4)$
- (۲)  $(0, 3/4)$
- (۳)  $(3/4, 1/4)$
- (۴)  $(1/4, 3/4)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶



۱- فاصله کانون تا خط هادی سهمی ۲ برابر مساوی  $2a$  می باشد. رأس سهمی وسط خط عمود بین کانون و خط هادی سهمی است لذا با توجه به شکل  $H \begin{vmatrix} -3 \\ 5 \end{vmatrix}$  و  $F \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix}$  داریم:

$$S = \frac{F + H}{2} = (0, 5)$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = \alpha - a = 3$$

۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F \begin{vmatrix} \alpha + a - 1 \\ \beta = 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \\ \beta = 1 \\ a = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} (y - 1)^2 = -4(x - 2)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \pm 2\sqrt{2} \quad A \begin{vmatrix} 1 + 2\sqrt{2} \\ 1 - 2\sqrt{2} \end{vmatrix} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(y + 2)^2 = -2x + 3 = -2 \left( x - \frac{3}{2} \right) \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, S \left( \frac{3}{2}, -2 \right)$$

در سهمی افقی معادله ی خط هادی به صورت  $x = -a + \alpha$  است.

$$\text{خط هادی } x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

بین گزینه ها تنها نقطه ی  $(2, 1)$  روی این خط هادی قرار دارد.

۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این سهمی قائم است و معادله ی آن به صورت زیر می باشد.

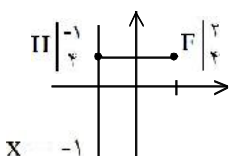
$$(x - 2)^2 = 4a(y - 1) \xrightarrow{(0, 5)} 4 = 4a \times 4 \rightarrow a = \frac{1}{4}$$

خط هادی سهمی قائم به صورت  $y = -a + \beta$  است.

$$y = -\frac{1}{4} + 1 \Rightarrow y = \frac{3}{4}$$

۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. سهمی افقی است. با توجه به شکل، رأس سهمی وسط FH می باشد پس رأس سهمی

$$a = FS = \frac{3}{2} \text{ و } S = \frac{F+H}{2} = \frac{1}{4}$$



$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha) \rightarrow (y - 4)^2 = 4 \times \frac{3}{2} \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{y=0} 16 = 6 \left(x - \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{8}{3} = x - \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{19}{6}$$

۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله ی سهمی را به دست می آوریم.

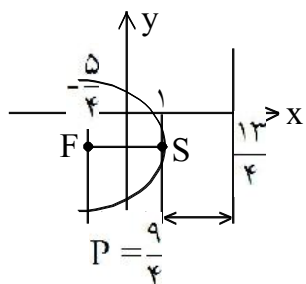
$$M(x, y) \in \text{سهمی} \Rightarrow \text{فاصله ی } M \text{ تا کانون} \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2} = 1x + 11$$

$$\Rightarrow x^2 + 9 - 6x + (y-2)^2 = x^2 + 1 + 2x \Rightarrow (y-2)^2 = 8x - 8$$

حال برخورد این سهمی با محور Xها را به دست می آوریم.

$$y=0 \Rightarrow 4 = 8x - 8 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \Rightarrow A\left(\frac{3}{2}, 0\right)$$

$$AF = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - 3\right)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2} = 2.5$$



۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. چون هر پرتویی که از نقطه ی  $\left(-\frac{5}{4}, -2\right)$  می گذرد در

امتداد محور Xها باز می تابد پس نقطه ی  $\left(-\frac{5}{4}, -2\right)$  کانون سهمی است. در نتیجه با

توجه به این که خط هادی سهمی  $x = \frac{13}{4}$  است، بنابراین نمودار سهمی به صورت فوق

است. پس ضابطه ی سهمی افقی به صورت زیر است:

$$(y - y_s)^2 = -4P(x - x_s) \Rightarrow (y - (-2))^2 = -4\left(\frac{9}{4}\right)(x - 1) \Rightarrow (y + 2)^2 = -9(x - 1)$$

برای تلاقی منحنی با محور Xها، در ضابطه ی سهمی  $y = 0$  قرار می دهیم:

$$(0 + 2)^2 = -9(x - 1) \Rightarrow -\frac{4}{9} = x - 1 \Rightarrow x = 1 - \frac{4}{9} \Rightarrow x = \frac{5}{9}$$

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در بیضی فاصله‌ی دو کانون برابر  $2C$  است.

$$2C = FF' = \sqrt{(2-2)^2 + (7+1)^2} = 8 \Rightarrow C = 4$$

$$\text{قطر کوچک بیضی} = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow a = 5$$

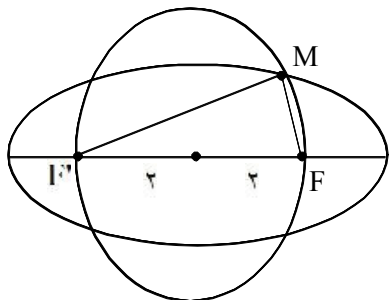
بنابراین:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال  $2a = 2\sqrt{5}$  پس  $a = \sqrt{5}$  و  $2b = 2$  پس  $b = 1$  بنابراین:

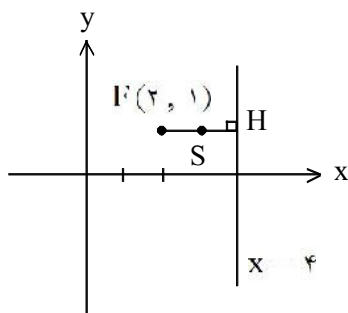
$$c^2 = a^2 - b^2 = 5 - 1 = 4 \Rightarrow c = 2$$

پس دایره به مرکز بیضی و شعاع ۲ از کانون‌های بیضی عبور می‌کند. پس زاویه‌ی  $M$  روبه‌رو به قطر  $FF'$  است بنابراین قائمه است به عبارت دیگر مثلث  $MFF'$  قائم‌الزاویه است در نتیجه:



$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 = 4^2 = 16$$

۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به جایگاه کانون و خط هادی دهانه‌ی سهمی رو به چپ است. اگر عمود  $FH$  را بر خط هادی وارد کنیم آن‌گاه  $H = (4, 1)$  پس رأس  $S$  به صورت زیر است.



$$S = \frac{F+H}{2} = \frac{(2, 1) + (4, 1)}{2} = (3, 1), a = SF = 1$$

معادله این سهمی در حالت کلی به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} (y - \beta)^2 &= -4a(x - \alpha) \Rightarrow (y - 1)^2 = -4(x - 3) \Rightarrow y^2 + 1 - 2y \\ &= -4x + 12 \Rightarrow y^2 - 2y + 4x = 11 \end{aligned}$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم فاصله‌ی هر نقطه روی سهمی از کانون و خط هادی یکسان است. بنابراین کافی است فاصله‌ی نقطه‌ی تلاقی سهمی با محور  $x$  ها را تا خط هادی به دست آوریم. ابتدا معادله‌ی سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} 5y^2 - 10y + 4x - 3 &= 0 \Rightarrow 5(y^2 - 2y) = -4x + 3 \Rightarrow 5[(y-1)^2 - 1] = -4x + 3 \\ \Rightarrow 5(y-1)^2 &= -4x + 8 = 5(y-1)^2 = -4(x-2) \Rightarrow (y-1)^2 = -\frac{4}{5}(x-2) \end{aligned}$$

پس دهانه‌ی این سهمی رو به چپ است و رأس آن  $S(2, 1)$  و  $a = \frac{4}{5} \Rightarrow a = \frac{1}{5}$ . بنابراین خط هادی سهمی به

$$x = a + \alpha \Rightarrow x = \frac{1}{5} + 2 = \frac{11}{5}$$

صورت زیر است.

$$5y^2 - 10y + 4x - 3 = 0 \xrightarrow{y=0} 4x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{4} \Rightarrow A\left(\frac{3}{4}, 0\right)$$

بنابراین:

$$\text{فاصله } A \text{ تا هادی} = \text{فاصله } A \text{ تا کانون} = \left| \frac{11}{5} - \frac{3}{4} \right| = \left| \frac{44}{20} - \frac{15}{20} \right| = \frac{29}{20} = 1\frac{9}{20}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$c = 2\sqrt{6}, b = 6 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 = 60$$

$AF$  و  $AF'$  با خط مماس  $T$  زاویه‌های مساوی می‌سازند.

$$MF = MA \mid AF = AF' \mid AF = 2a = 2\sqrt{60} = 4\sqrt{15}$$

۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

معادله استاندارد سهمی:  $2(y+1)^2 = 3(x+3) \Rightarrow (y+1)^2 = \frac{3}{2}(x+3)$  رأس سهمی  $S(-3, -1)$  و به طرف

$$x \text{ های مثبت باز می‌شود } a = \frac{3}{8} \text{ محور تقارن سهمی افقی است معادله خط هادی } x = -3 - \frac{3}{8} = -\frac{27}{8}$$

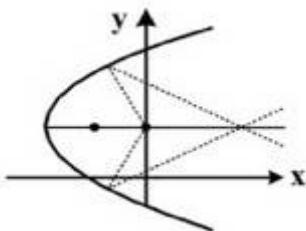
۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2c = 7, 2b = 6\sqrt{2} \Rightarrow (2a)^2 = (6\sqrt{2})^2 + (7)^2 = 121$$

در نتیجه  $2a = 11$  در نقاط خارجی بیضی مجموع فواصل از دو کانون بیشتر از  $2a$  می‌باشد.

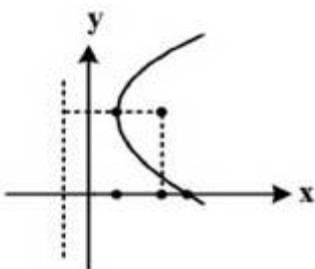
۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مختصات کانون سهمی  $(y-2)^2 = 4(x+1)$  به صورت  $(0, 2) - (-1, 2)$  است. منبع نورانی از نقطه  $(0, 3)$  به سهمی تابیده است. پس بازتاب‌ها موازی و رو به بالا خارج می‌شوند.

۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



معادله استاندارد سهمی نوشته شود  $a = 1 \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4(x + 2)$  رأس سهمی  $(-2, 1)$  و کانون آن  $F(-1, 1)$  است. نقطه تابش شعاع نورانی روی محور سهمی و در طرف راست کانون است. بازتاب آنها روی محور سهمی  $y = 1$  متقاطع اند.

۱۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



رأس سهمی  $S\left(\frac{1}{2}, 4\right)$  و  $4a = 6$  معادله سهمی به صورت  $(y - 4)^2 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)$  است.

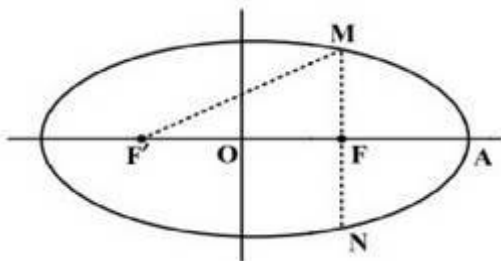
اگر  $y = 0$  باشد  $6x - 3 - 16 = 0$  پس  $x = \frac{19}{6}$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$FO - FA = 4 \Rightarrow c = 4, a = 8$$

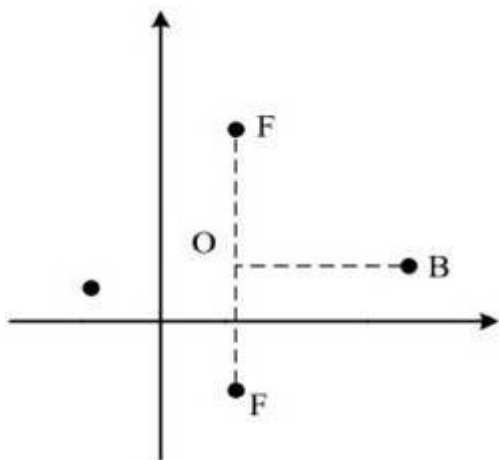
$$(MF = y, MF' = 16 - y, FF' = 8) \Rightarrow (16 - y)^2 = y^2 + 64$$

در نتیجه  $MN = 12, y = 16$

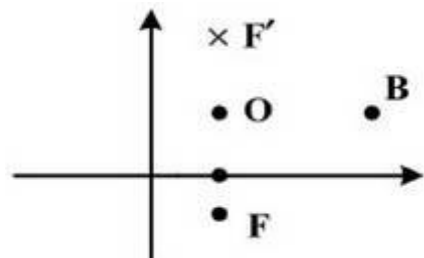


۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرکز بیضی (۱, ۲) و فاصله کانونی  $FF' = ۶$  پس  $c = ۳$  و  $b = OB = ۴$  در نتیجه

$$\frac{c}{a} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶ \text{ خروج از مرکز آن } a = \sqrt{b^2 + c^2} = ۵$$



۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$O(1, 2) \Rightarrow FF' = 2c = 6 \Rightarrow c = 3$$

$$OB = b = 4 \Rightarrow a = \sqrt{b^2 + c^2} = 5$$

فاصله نقطه از دو کانون بیضی محاسبه شود.  $MF = \sqrt{4 + 25} = \sqrt{29}$  و  $MF' = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$  چون

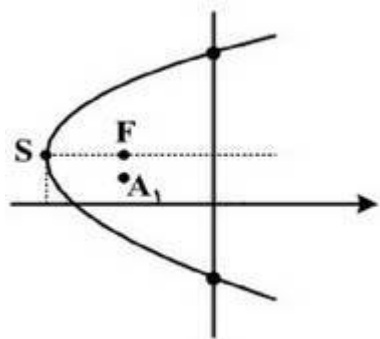
$$MF + MF' < 10 \text{ پس نقطه } M \text{ داخل بیضی است.}$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله سهمی به صورت متعارف نوشته شود تا کانون معلوم شود رأس سهمی

$$(y - 1)^2 = 4(x + 3) \Rightarrow a = 1, S(-3, 1)$$

کانون وزیر محور سهمی است. با توجه به صفحه ۵۶ کتاب درسی هندسه ۳، بازتاب آنها موازی هم و غیر موازی با

محور سهمی است.



۲۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x + 1)^2 = y + 2 \Rightarrow S(-1, -2)$$

$$OS = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

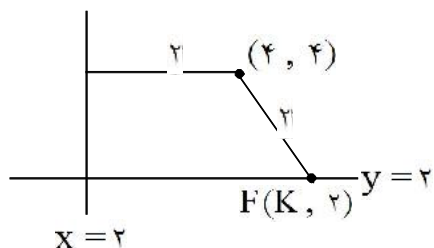
۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$ ، محور تقارن  $x = \frac{-b}{2a}$  است.

$$-\frac{m}{4} = 1 \Rightarrow m = -4 \qquad \text{محور تقارن سهمی } x = -\frac{m}{4} \text{ است، پس:}$$

راه دوم: در سهمی قائم  $F'_x = 0$  معادله محور سهمی را به دست می دهد.

$$F'_x = 0 \Rightarrow 4x + m = 0 \xrightarrow{x=1} m = -4$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$(4 - K)^2 + 4 = 4 \Rightarrow K = 4$$

$$F(4, 2) \Rightarrow S(3, 2) \quad a = 1$$

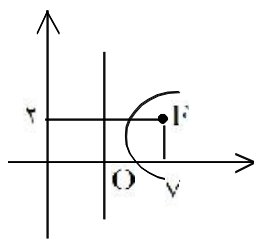
$$(y - 2)^2 = 4(x - 3)$$

۲۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y^2 + 6y + 4x + K = 0 \Rightarrow (y + 3)^2 = -4x - K + 9 \Rightarrow (y + 3)^2 = -4\left(x + \frac{(K - 9)}{4}\right)$$

$$4a = -4 \Rightarrow a = -1 \text{ رأس آن می باشد و } S \begin{cases} 9 - k \\ 4 \\ -3 \end{cases} \text{ بنابراین سهمی فوق افقی است و}$$

$$\text{معادله خط هادی} \Rightarrow x = -a + \alpha \Rightarrow x = 1 + \frac{9 - k}{4} \xrightarrow{x=2} 2 = 1 + \frac{9 - k}{4} \Rightarrow k = 5$$



۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سهمی افقی است و معادله ی آن به صورت

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha) \text{ است که با توجه به شکل } S \begin{cases} 6 \\ 2 \end{cases} \text{ از طرفی}$$

$$2a = 2 \text{ پس } a = 1$$

$$(y - 2)^2 = 4(x - 6) \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x - 24 \Rightarrow y^2 - 4y - 4x + 28 = 0$$



۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
 $(x - 1)^2 = -4y - 4 \Rightarrow (x - 1)^2 = -4(y + 1)$   
 فاصله کانون تا خط هادی همواره برابر  $|2a|$  است، پس گزینه‌ی صحیح گزینه‌ی (۱) است.

$$4a - -4 \Rightarrow 2a - -2$$

$$\text{فاصله کانون تا خط هادی} = |2a| = 2$$

۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سهمی افقی است. معادله‌ی خط هادی سهمی افقی به صورت  $x = -a + \alpha$  است پس:

$$(y - 1)^2 = 4a(x + 1)$$

$$(y - 1)^2 = -(x + 1)$$

$$y - 1 = 0 \Rightarrow x + 1 = -1 \Rightarrow x = -2$$

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x^2 - 4x = 2x - 4y \Rightarrow x^2 - 6x = -4y \Rightarrow (x - 3)^2 = -4y + 9 \Rightarrow (x - 3)^2 = -4\left(y - \frac{9}{4}\right)$$

سهمی یک سهمی قائم با رأس  $\left(3, \frac{9}{4}\right)$  و  $a = -1$  است پس خط هادی آن  $y = \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$  است زیرا معادله‌ی خط هادی سهمی قائم  $y = -a + \beta$  است.

۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این سهمی افقی است.

$$(y - 2)^2 = 8(x + 1) \Rightarrow S(-1, 2), 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

در سهمی افقی کانون به صورت  $F(a + \alpha, \beta)$  است.

$$F(2 - 1, 2) = (1, 2) \Rightarrow OF = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

این سهمی یک سهمی افقی است. در سهمی تنها راستایی را که نمی‌توان در امتداد آن راستا بر سهمی مماس رسم کرد به موازات محور سهمی است پس بر این سهمی به موازات  $y = 2$  نمی‌توان مماس رسم کرد پس مماس خط افقی نمی‌تواند باشد.

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y^2 - 2y = -ax - a : (y - 1)^2 - 1 = -ax - a \Rightarrow (y - 1)^2 = -a \left( x + 1 - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow 2p = a$$

$$\text{فاصله کانون تا رأس سهمی} = p = 1 \Rightarrow \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow S_{\text{راس}} \begin{vmatrix} 1 & -\frac{1}{a} \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow S \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{vmatrix} \Rightarrow p = \frac{a}{4}$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در این تست مقدار ثابت سهمی را با  $p$  نمایش می‌دهیم تا عدد  $a$  موجود در معادله‌ی داده شده اشتباه نشود. در سهمی فاصله کانون تا خط هادی برابر  $|2p|$  است پس  $|2p| = 2$  بنابراین  $p = \pm 1$ .

$$y^2 - 2y + ax + a = 0 \Rightarrow (y - 1)^2 = -a \times -a + 1$$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 = -a \left( x + 1 - \frac{1}{a} \right) \Rightarrow 2p = -a, S \begin{vmatrix} -1 & +\frac{1}{a} \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

چون  $p = \pm 1$  بنابراین  $a = \pm 4$  در نتیجه رأس  $S \begin{vmatrix} -1 & +\frac{1}{4} \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  یا  $S \begin{vmatrix} -1 & -\frac{1}{4} \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  می‌باشد بنابراین طول رأس سهمی می‌تواند

$$\frac{3}{4} \text{ و } -\frac{5}{4} \text{ باشد.}$$

$$S(1, -1) \Rightarrow OS = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{توجه: رأس سهمی } A \begin{vmatrix} -\frac{b}{2a} \\ f\left(-\frac{b}{2a}\right) \end{vmatrix}$$

۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2y^2 + 2y = x - b \Rightarrow 2(y + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{2} = x - b \Rightarrow \begin{cases} (y + \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}(x - b + \frac{1}{2}) \rightarrow S_{\text{راس}} \begin{vmatrix} b - \frac{1}{2} \\ -1 \end{vmatrix} \\ \text{سهمی افقی} \\ 2a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{4} \text{ و راست باز} \\ \text{در سهمی افقی کانون به صورت } F(a + \alpha, \beta) \text{ است.} \end{cases}$$

$$F\left(\frac{1}{4} + b - \frac{1}{2}, -1\right) \xrightarrow{x_F = \frac{17}{8}} \frac{1}{8} + b - \frac{1}{2} = \frac{17}{8} \Rightarrow b = 2$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} (x-1)^2 = -4(y+1) \\ 4a = -4 \Rightarrow a = -1 \end{cases}$$

راس  $S(1, -1)$  و قائم رو به پایین و  $a = -1$

کانون سهمی قائم به صورت  $F(\alpha, 3\alpha + \beta)$  است.

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بدیهی است سهمی افقی است، پس معادله‌ی خط هادی  $x = -a + \alpha$  است پس

$$-a - 1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{4} \text{، در نتیجه: } a = -\frac{1}{4} \text{، داریم:}$$

$$(y-1)^2 = 4a(x+1) \Rightarrow (y-1)^2 = -(x+1) \xrightarrow{y=0} x = -2$$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $4y^2 + 2y = x \Rightarrow y^2 + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}x$

$$\left(y + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{16} \Rightarrow \left(y + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{4}\right)$$

یک سهمی افقی با رأس  $S\left(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}\right)$  و  $4a = \frac{1}{4}$  پس  $a = \frac{1}{16}$  است. در سهمی افقی معادله خط هادی به صورت  $x = -a + \alpha$  است.

$$x = -\frac{1}{4} - \frac{1}{16} = \frac{-5}{16} \Rightarrow 16x + 5 = 0 \text{، خط هادی}$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $y^2 - ay = -ay \Rightarrow \left(y - \frac{a}{2}\right)^2 = -ax + \frac{a^2}{4} = -a\left(x - \frac{a}{4}\right)$

فاصله خط هادی تا کانون برابر ۲ است پس پارامتر سهمی ۱ است.  $S\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{2}\right)$

$$\frac{-a}{4} = 1 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow S\left(-1, -2\right) \Rightarrow F\left(-1+1, -2\right) \Rightarrow F\left(0, -2\right)$$

۴۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$3(x-2)^2 + 4y = 21$$

$$(x-2)^2 = \frac{4}{3} \left( y - \frac{21}{4} \right) \Rightarrow 2a = -\frac{4}{3} \Rightarrow 2a = -\frac{2}{3}$$

$$\text{فاصله کانون تا خط هادی سهمی} = |2a| = \frac{2}{3}$$

۴۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در این جا عدد ثابت سهمی را به جای  $a$  با  $p$  نمایش داده ایم.

$$3(y+1)^2 = 4 \left( x - \frac{1}{3} \right) \quad (y+1)^2 = \frac{4}{3} \left( x - \frac{1}{3} \right) \Rightarrow \begin{cases} \text{افقی راست باز} \\ \Lambda \left( \frac{1}{3}, -1 \right) \\ 4p = \frac{4}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

۴۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(y-2)^2 - 4 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow (y-2)^2 = -2x + 1 \Rightarrow (y-2)^2 = -2 \left( x - \frac{1}{2} \right)$$

سهمی فوق یک سهمی افقی به مرکز  $S \left| \frac{1}{2} \right|$  است به طوری که  $F \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right|$  کانون آن است. زیرا دهانه ی سهمی به

چپ باز می شود. لذا  $F \left| \frac{\alpha - a}{\beta} \right|$  که  $2a = -2$  یعنی  $a = \frac{1}{2}$ .

$$F \left| \frac{0}{2} \right| \xrightarrow{\text{فاصله از}} y + x = 0 \quad d = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \quad \text{فاصله ی کانون تا نیمساز ناحیه ی دوم و چهارم}$$

۴۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$S\left(\frac{5+1}{2}, 2\right) = S(3, 2), a = 2$$

$$(y - 2)^2 = 4(x - 3)$$

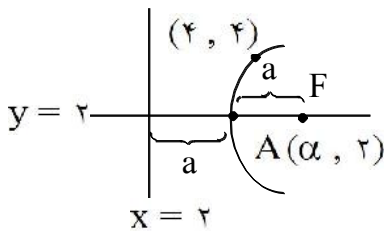
معادله ی سهمی عبارت است از:

$$x = 5 \Rightarrow (y_D - 2)^2 = 4(5 - 3)$$

$$(y_D - 2)^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} y_D - 2 = 2 \Rightarrow y_D = 4 \Rightarrow |FD| = 4 \\ y_D' - 2 = -2 \Rightarrow y_D' = 0 \end{cases}$$

توجه: FD نصف وتر کانونی عمود بر محور کانونی است که اندازه ی آن ۲a می باشد.

۴۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$(y - 2)^2 = 4a(x - \alpha)$$

$$(4, 4) \in \text{سهمی} \Rightarrow 4 = 4a(4 - \alpha) \Rightarrow 1 = a(4 - \alpha)$$

$$\text{با توجه به شکل: } a - \alpha - 2$$

$$\Rightarrow (\alpha - 2)(4 - \alpha) = 1$$

$$-\alpha^2 + 4\alpha + 2\alpha - 8 = 1$$

$$\alpha^2 - 6\alpha + 9 = 0$$

$$\alpha - 3 \Rightarrow a = 1 \text{ - فاصله ی کانون تا رأس سهمی}$$

۴۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

توجه: فاصله ی کانون تا هادی برابر ۲a می باشد.

$$(x + 1)^2 = \frac{2}{3}(y + 4) \Rightarrow 4a = \frac{2}{3} \Rightarrow 2a = \frac{1}{3}$$

۴۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

می دانیم که در سهمی به معادله ی  $y = ax^2 + bx + c$ ، طول نقطه ی  $S$  رأس سهمی برابر  $-\frac{b}{2a}$  است.

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{2}x^2 - \frac{a}{2}x - \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow \text{راس } S \left| \begin{array}{l} \frac{-b}{2a} = \frac{\frac{a}{2}}{-1} = -\frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = -2 \\ f\left(\frac{-b}{2a}\right) = f(1) = \frac{-1}{2} - \frac{a}{2} - \frac{b}{2} = 2 \xrightarrow{a = -2} b = -3 \end{array} \right.$$

راه دوم: در سهمی قائم  $F'_x = 0$  طول رأس را ایجاد می کند.

$$F'_x = 0 \Rightarrow 2x + a = 0 \xrightarrow{x=1} a = -2$$

از طرفی رأس سهمی در معادله ی آن صدق می کند.

$$S(1, 2) \in \text{ سهمی} \Rightarrow 1 + a + b + c = 0 \xrightarrow{a = -2} 1 - 2 + b + c = 0 \Rightarrow b = -3$$

۴۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

از شکل پیداست که سهمی افقی رو به راست است و  $S \left| \begin{array}{l} -2 \\ 2 \end{array} \right.$  و  $F \left| \begin{array}{l} 0 \\ 2 \end{array} \right.$  لذا  $a = -2$  بنابراین داریم:

$$(y - 2)^2 = 8(x + 2) \Rightarrow y^2 - 4y - 8x - 12 = 0$$

۴۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(x - 1)^2 - 1 = -4y - 5$$

$$(x - 1)^2 = -4(y + 1) \xrightarrow{\text{سهمی قائم رو به پایین}} \begin{array}{l} +1 \\ S \left| \begin{array}{l} +1 \\ -1 \end{array} \right. \end{array} \rightarrow 4a = -4 \rightarrow a = -1$$

$$F(1, -1 - 1) = (1, -2)$$

در سهمی قائم کانون به صورت  $F(\alpha, a + \beta)$  است.

۵۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  طول رأس سهمی برابر است با:  $x = \frac{-b}{2a}$ .

$$y - mx^2 + 2x + m - 1 \xrightarrow{\text{طول رأس سهمی}} \frac{-2}{2m} - 1 \rightarrow m - 1$$

راه دوم: طول رأس سهمی قائم به صورت زیر به دست می آید:

$$F'_x = 0 \Rightarrow 2mx + 2 = 0 \xrightarrow{x = -1} -2m + 2 = 0 \quad m = 1$$

۵۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. هرگاه کانون و خط هادی معلوم باشند آن گاه رأس که وسط آنها می باشد معلوم بوده و فاصله ی کانون تا خط هادی برابر  $|2a|$  است. مقدار ثابت  $a$  معلوم است پس سهمی کاملاً مشخص و یکتا است.

۵۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(x - 2)^2 + 2y + 6 = 0 \rightarrow (x - 2)^2 = -2(y + 3) \rightarrow$$

$$\xrightarrow{\text{سهمی قائم رو به پایین}} \begin{cases} 4a = -2 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ S(2, -3) \end{cases}$$

در سهمی قائم کانون به صورت  $F(\alpha, a+\beta)$  است.

$$F\left(2, -\frac{1}{2} - 3\right) = \left(2, -\frac{7}{2}\right)$$

۵۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(y - 2)^2 = 4x - 24 \rightarrow (y - 2)^2 = 4(x - 6) \rightarrow S \left| \frac{6}{2}, 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \right.$$

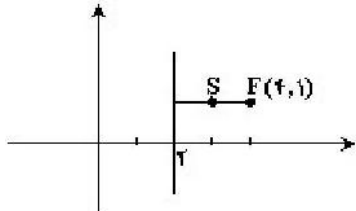
$$\text{معادله خط هادی سهمی افقی} \Rightarrow x = -a + \alpha \Rightarrow x = -1 + 6 \Rightarrow x = 5$$

۵۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

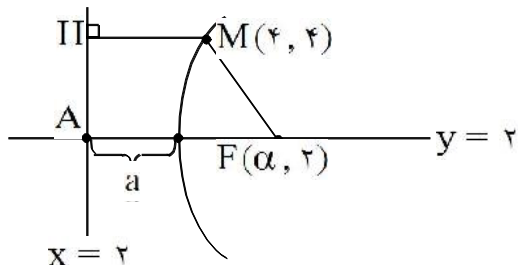
چون خط هادی  $x = 2$  قائم است، لذا سهمی افقی می باشد در نتیجه کانون و رأس، هم عرض خواهند بود.

$$F(4, 1), \quad \text{خط هادی: } x = 2 \Rightarrow S(3, 1)$$

$$a = 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 4(x - 3) \Rightarrow y^2 - 2y - 4x + 13 = 0$$



۵۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله سهمی را به شکل استاندارد می‌نویسیم:  $(y - 2)^2 = -8(x + 1)$ . بنابراین داریم:  $-8 = -4a$  لذا  $a = 2$ . هم‌چنین از معادله استاندارد نتیجه می‌شود که مختصات رأس  $S(-1, 2)$  است. در سهمی افقی کانون به صورت  $F(a + \alpha, \beta)$  است پس  $F(-2 - 1, 2)$  یعنی  $F(-3, 2)$  می‌باشد.



۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به وضعیت خطوط داده شده و نقطه  $M$  شکل سهمی به صورت روبه‌رو است. با توجه به تعریف سهمی می‌دانیم:  $|MH| = |MF|$

$$|MH| = 2$$

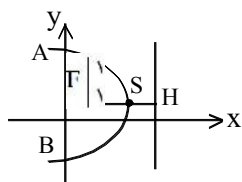
$$|MF| = \sqrt{(4 - \alpha)^2 + 4} \Rightarrow \alpha = 4 \Rightarrow F = (4, 2)$$

$$a = \frac{1}{2}|FA| = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

کوتاه‌ترین فاصله نقاط روی سهمی از خط هادی = نصف فاصله ی کانون سهمی تا خط هادی یا فاصله ی رأس سهمی تا خط هادی

نکته ی درسی: (۱) سهمی مکان هندسی نقاطی است که فاصله ی آن‌ها از نقطه ی ثابتی به نام کانون تا خط ثابتی به نام خط هادی یکسان باشد. (۲) همواره رأس سهمی نقطه ی دقیقاً وسط کانون و خط هادی سهمی می‌باشد.

۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل سهمی افقی است و  $a < 0$  می‌باشد و رأس  $S$  وسط کانون و خط هادی است پس  $S(2, 1)$  و  $a = -1$  داریم:



$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha) \Rightarrow (y - 1)^2 = -4(x - 2) \xrightarrow{x=0} (y - 1)^2 = 8$$

$$y - 1 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y_A = 1 + 2\sqrt{2} \\ y_B = 1 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \Delta B = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق تعریف:  $MF = MH \Rightarrow \sqrt{(x - 4)^2 + (y + 1)^2} = |y - 3|$

$$(x - 4)^2 + y^2 + 2y + 1 = y^2 - 6y + 9 \Rightarrow (x - 4)^2 = -8(y - 1)$$

راه حل دیگر: چون خط  $y = 3$  بر محور  $y$  ها عمود است پس سهمی قائم است.

$$F \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta + a = -1 \quad \beta = 1 \quad \text{و} \quad a = -2 \end{cases}$$

$$\Delta : y - \beta - a = 3$$

$$\text{رأس } S \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases} \quad a = -2$$

$$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta) \Rightarrow (x - 4)^2 = -8(y - 1)$$

تشریح گزینه‌های نادرست: گزینه ۱) اگر سهمی افقی فرض شود. گزینه ۳) در صورتی که  $a = 2$  به دست آید. گزینه ۴) اشتباه دو گزینه ی بالا



۵۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y^2 - 4y = 8x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 8(x + 1) \Rightarrow 4a = 8 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین (۲ و -۱) S رأس سهمی و معادله خط هادی  $x = -3$  می‌باشد. در نتیجه  $\alpha = -1$  و  $\beta = 2$  و  $d = -3$  پس:  
 $\alpha - \beta + d = -1 - 2 - 3 = -6$

۶۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در سهمی فاصله‌ی کانون تا خط هادی برابر  $2p$  است پس  $2p = 2$ . از طرفی داریم:

$$y^2 = a(y - x) \Rightarrow y^2 - ay = -ax \Rightarrow 2p = -a \xrightarrow{2p = 2} a = -4$$

$$y^2 + 4y = 4x \Rightarrow (y + 2)^2 - 4 = 4x \Rightarrow (y + 2)^2 = 4x + 4 \Rightarrow (y + 2)^2 = 4(x + 1)$$

رأس این سهمی  $S(-1, -2)$  است و کانون سهمی افقی به صورت زیر می‌باشد:

$$F(p + \alpha, \beta) = (1, -2) - (0, -2)$$

۶۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. این سهمی افقی است و  $a = \frac{1}{4} \Rightarrow 4a = 1$  و  $S(-1, 0)$ . از طرفی در سهمی افقی

$$F(a + \alpha, \beta) = \left(\frac{1}{4} - 1, 0\right) = \left(-\frac{3}{4}, 0\right) \quad \text{کانون به صورت } F(a + \alpha, \beta) \text{ است، بنابراین:}$$

$$\begin{array}{c} \times \qquad \qquad \times \\ \hline A \left| \begin{array}{c} \alpha \\ \beta \end{array} \right. \qquad \qquad \left| \begin{array}{c} \alpha + a \\ \beta \end{array} \right. \end{array}$$

۶۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. کافی است معادله‌ی سهمی را تبدیل به معادله‌ی استاندارد سهمی کنیم تا پارامترهای

سهمی مشخص شود: سهمی افقی روبه چپ  $(y - 1)^2 = -4(x - 1) \Rightarrow (y - 1)^2 = -4x + 4$

$$S \left| \begin{array}{c} \alpha - 1 \\ \beta - 1 \end{array} \right., \quad 4a = -4 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow \Delta : x = \alpha - a \Rightarrow x = 1 + 1 \Rightarrow x = 2$$

۶۳- گزینه‌ی ۳ صحیح است.

$$2(y + 1)^2 = x - b + 2 \Rightarrow (y + 1)^2 = \frac{1}{2}(x - b + 2)$$

پس رأس این سهمی افقی  $(b - 2, -1)$  است و  $4a = \frac{1}{2}$  می‌باشد.

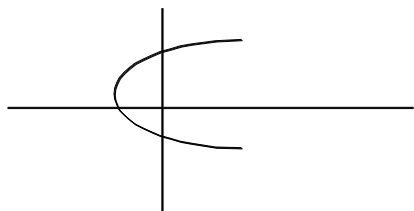
$$F(a + \alpha, \beta) = \left(\frac{1}{8} + b - 2, -1\right)$$

طبق فرض  $\frac{1}{8} + b - 2 = \frac{17}{8}$  پس  $b = 4$ .

۶۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.  $(x-1)^2 - 1 + 4y + 5 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = -4y - 4$

$\Rightarrow (x-1)^2 = -4(y+1) \Rightarrow 4a = -4 \Rightarrow a = -1$  و رأس  $S = (1, -1)$   
 معادله ی خط هادی سهمی قائم  $\Rightarrow y - a + \beta \Rightarrow y - 1 - 1 \Rightarrow y - 2$

۶۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل سهمی افقی با رأس  $(-1, 0)$  است.



$$y^2 - 4a(x+1) \xrightarrow{(0,1) \in \text{سهمی}} 1 - 4a \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

معادله ی خط هادی سهمی افقی به صورت زیر است:

$$x = -a + \alpha \Rightarrow x = -\frac{1}{4} - 1 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$$

۶۶- گزینه ی ۳ صحیح است.

$$y = x^2 + 2x \Rightarrow (x+1)^2 = y+1 \Rightarrow S(-1, -1), A(1, 1) \Rightarrow AS = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

۶۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

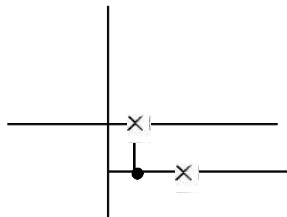
$$2(y-1)^2 = -3x - 3 \Rightarrow (y-1)^2 = -\frac{3}{2}(x+1)$$

در این سهمی افقی رأس  $S(-1, 1)$  و  $4a = -\frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$  است و خط هادی سهمی افقی به صورت زیر است:

$$x = -a + \alpha \Rightarrow x = \frac{3}{4} - 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{4}$$

۶۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$3(y+1)^2 - 3 = 4x - 5 \Rightarrow (y+1)^2 = \frac{4}{3}\left(x - \frac{1}{3}\right)$$



این سهمی افقی با رأس  $S\left(\frac{1}{3}, -1\right)$  و  $4a = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{3}$  است و کانون سهمی افقی به صورت زیر است:

$$F(a + \alpha, \beta) \Rightarrow F\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}, -1\right) \Rightarrow \left(\frac{2}{3}, -1\right)$$

۶۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.  
 $2(y - 2)^2 = -3x - 3 \Rightarrow (y - 2)^2 = -\frac{3}{2}(x + 1)$

این سهمی افقی با رأس  $S(-1, 2)$  و  $a = -\frac{3}{8}$  است و  $4a = -\frac{3}{2}$  می باشد.

$$F(a + \alpha, \beta) \Rightarrow F\left(-1 - \frac{3}{8}, 2\right) \Rightarrow F\left(-\frac{11}{8}, 2\right)$$

۷۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله سهمی را به صورت استاندارد درمی آوریم:

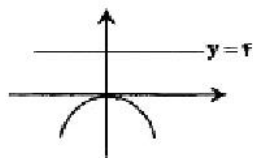
$$(y - 3)^2 = \frac{3}{2}(x + 1)$$

این سهمی افقی و رأس آن  $S(-1, 3)$  و  $a = \frac{3}{8}$  می باشد.

$$\text{خط هادی: } x = -a + \alpha \Rightarrow x = -\frac{3}{8} - 1 \Rightarrow x = -\frac{11}{8}$$

$$\text{محور سهمی: } y = 3$$

$$\text{برخورد خط هادی و محور} \begin{cases} x = -\frac{11}{8} \\ y = 3 \end{cases}$$

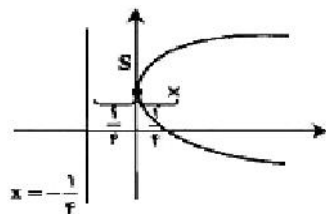


۷۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. چون محور  $y$ ها محور تقارن سهمی بوده و رأس آن مبدأ مختصات است لذا معادله سهمی به صورت  $x^2 = 4ay$  می باشد و با توجه به اینکه سهمی از نقطه  $(-8, -4)$  می گذرد، داریم:

$$64 = 4a(-4) \Rightarrow a = -4 \Rightarrow y = -a \Rightarrow y = 4$$

۷۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا معادله سهمی را به فرم استاندارد تبدیل می کنیم:



$$y^2 - 2y - x = -1 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 1 = x - 1$$

$$\Rightarrow (y - 1)^2 = x \Rightarrow S\left(1, \frac{1}{4}\right), 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

معادله خط هادی سهمی افقی به صورت  $x = -a + \alpha$  است پس  $x = -\frac{1}{4}$ .

۷۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. رأس این سهمی افقی سمت چپ خط هادی قرار دارد پس  $a < 0$  است.

$$(y - 1)^2 = 4a(x + 1) \Rightarrow |a| = \left| -1 + \frac{3}{4} \right| = \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{1}{4} \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

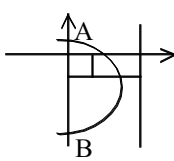
$$\Rightarrow (y - 1)^2 = -x - 1 \xrightarrow[\text{برخورد با محور } x \text{ ها}]{y = 0} 1 = -x - 1 \Rightarrow x = -2$$

۷۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} EF' = 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \\ MF + MF' = 2a = \sqrt{9+9} + \sqrt{9+9} = 6\sqrt{2} \Rightarrow a = 3\sqrt{2} \end{cases}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{18 - 9} = 3 \Rightarrow 2b = 6$$

۷۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$S(2, -1) \begin{cases} (y + 1)^2 = -4(x - 2) \Rightarrow (y + 1)^2 = 8 \\ x = 0 \end{cases}$$

$$y = -1 + 2\sqrt{2}$$

$$y = -1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

۷۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. این سهمی افقی با رأس  $(2, -1)$  و  $a = -1$  است پس معادله ی آن به صورت

$$(y + 1)^2 = -4(x - 2) \text{ است.}$$

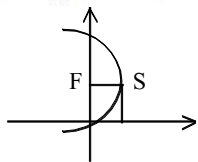
$$x = 0 \Rightarrow (y + 1)^2 = 8 \Rightarrow y + 1 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -1 + 2\sqrt{2} \\ y_2 = -1 - 2\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

۷۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نقطه ی  $F(0, 2)$  کانون و  $S(1, 2)$  رأس سهمی است. پس سهمی به طرف  $x$  های

$$P - SF = -1$$

منفی است.

معادله ی آن چنین است:



$$(y - 2)^2 = -4(x - 1)$$

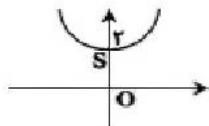
$$y^2 - 4y = -4x \Rightarrow y^2 = 4(y - x)$$

۷۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

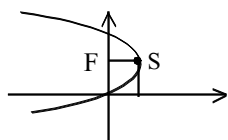
$$x^2 + 8x + 16 = 8x + 8y$$

$$x^2 = 8(y - 2) = 4a(y - 2) \Rightarrow a = 2$$

پس سهمی فوق، قائم و رو به بالاست که رأس آن  $S(0, 2)$  است، پس کمترین فاصله ی مبدأ مختصات تا سهمی  $OS - a - 2$  می باشد.



۷۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.  $S(1, 2)$  رأس و  $F(0, 2)$  کانون است. سمت به طرف  $x$  های منفی و فاصله ی کانون تا رأس  $a - 1$  می باشد.



پس معادله ی سهمی به صورت  $(y - 2)^2 = -4(x - 1)$  است. با جایگزینی  $x = 0$  خواهیم داشت:

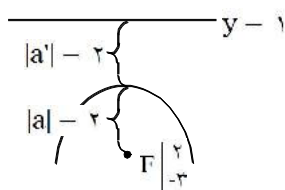
$$y - 2 = \pm 2 \Rightarrow y = 2 \pm 2 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4$$

۸۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. کانون سهمی قائم به صورت  $F(\alpha, a + \beta)$  است.

$$y = 2 \left( x^2 - \frac{3}{2}x \right) + 4 \Rightarrow 2 \left( x - \frac{3}{4} \right)^2 = y - 4 + \frac{9}{8} \Rightarrow \left( x - \frac{3}{4} \right)^2 = \frac{1}{2} \left( y - \frac{23}{8} \right)$$

$$a = \frac{1}{8}, S \left( \frac{3}{4}, \frac{23}{8} \right) \Rightarrow F \left( \frac{3}{4}, 3 \right)$$

۸۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که مختصات کانون  $F(2, -3)$  و معادله ی خط هادی آن  $y = 1$  است، لذا سهمی قائم است و نمودارش شبیه شکل مقابل است:



$$\Rightarrow \text{رأس } S \left| \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix} \right., a = -2$$

معادله ی سهمی قائم به صورت کلی  $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$  است، داریم:

$$(x - 2)^2 = 4(-2)(y + 1)$$

$$(x - 2)^2 = -8y - 8 \Rightarrow x^2 - 4x + 8y + 12 = 0$$

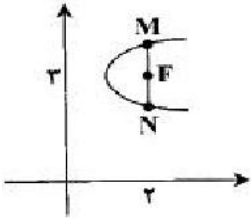
۸۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 9y + 16 = 0 \\ v = x^2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x^2 - 9x^2 + 16 = 0 \Rightarrow x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$

ریشه های مضاعف  $x^2 = 1 \rightarrow t^2 - 8t + 16 = 0 \Rightarrow (t - 4)^2 = 0 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$   
چون معادله ی تلاقی سهمی و دایره دو ریشه ی مضاعف دارد، پس در دو نقطه بر هم مماس اند.

۸۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

این سهمی باید به شکل روبه رو باشد.



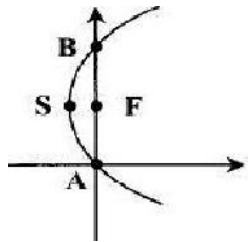
فاصله ی کانون از هادی  $2p - 2$  است، پس:  $p - 1$  و داریم:  $MN = 4p - 4$

۸۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله ی سهمی را مرتب می کنیم:

$$y^2 - 4y = 4x \xrightarrow{+4} (y - 2)^2 = 4(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{افقی رو به راست } S = (-1, 2), P = 1$$

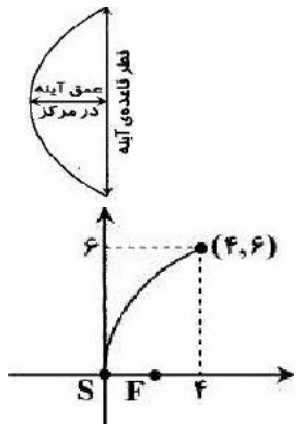
دو سر وتر کانونی، از نقطه ی  $F(0, 2)$  به اندازه ی  $2P$  یعنی ۲ واحد فاصله دارند، پس  $A(0, 0)$  و  $B(0, 4)$  است.  
بنابراین مجموع مختصات  $A$  و  $B$  روی هم برابر  $0 + 0 + 0 + 4$  خواهد بود.



۸۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

به شکل روبه رو دقت کنید:

چون قطر قاعده ی آینه ۱۲ است، شعاع آن ۶ و عمقش ۴ است.  
پس نقطه ی بالای آینه  $(4, 6)$  می شود.



$$6^2 = 4P(4)$$

در معادله ی  $y^2 = 4Px$  داریم:

بنابراین  $P = SF = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$  و در نتیجه کانون (محل برخورد بازتابش ها) در

است  $(\frac{9}{4}, 0)$ .

۸۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد سهمی را می نویسیم:

$$2\left(y^2 - \frac{1}{2}y\right) = -3x + 1 \Rightarrow 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} = -3x + 1 \Rightarrow 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -3x + \frac{9}{8} \Rightarrow \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{8}\right)$$

رأس سهمی  $\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right)$  و  $a = -\frac{3}{2}$  داریم:

خط هادی سهمی افقی:  $x = (-a + \alpha) \Rightarrow x = \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = \frac{6}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$

۸۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد سهمی را می نویسیم:

$$2y^2 - y = -3x + 1$$

$$2\left(y^2 - \frac{1}{2}y\right) = -3x + 1 \Rightarrow 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -3x + \frac{9}{8}$$

$$\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{8}\right) \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad a = -\frac{3}{2}$$

و  $S = \left(\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right)$  رأس سهمی است و سهمی به طرف Xهای منفی است. پس کانون سهمی  $F\left(\frac{3}{8} - \frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right)$  یا  $F\left(-\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right)$

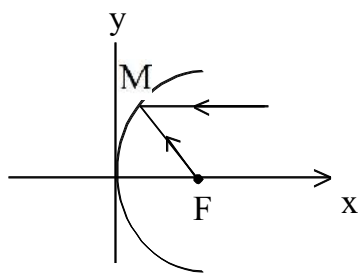
توجه کنید در سهمی افقی کانون به صورت  $F(a + \alpha, \beta)$  می باشد.

۸۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. مختصات کانون سهمی F و نقطه ی M را می یابیم:

$$y^2 = 8x \Rightarrow \begin{cases} 4a^{-8} \Rightarrow a^{-2} \Rightarrow F = (0 + 2, 0) \Rightarrow F(2, 0) \\ s = (0, 0) \end{cases}$$

$$y = 2 \Rightarrow 8x = 4 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow M = \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

شیب گذرنده بر  $F(2, 0)$  و  $M\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  برابر  $\frac{2-0}{\frac{1}{2}-2}$  یا  $-\frac{4}{3}$  است.





۸۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

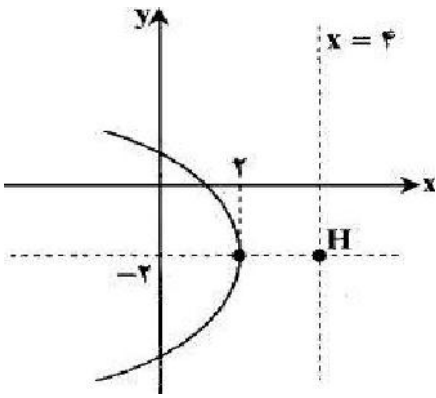
اول معادله ی سهمی را مرتب کنیم:

$$y^2 + 4y + 8x = 12 \xrightarrow{+4} (y+2)^2 = -bx + 16 = -8(x-2)$$

پس این سهمی افقی رو به چپ است. رأس آن  $S(2, -2)$  و  $P = 8$  است یعنی  $P - 2$  است.

خط هادی آن  $x = 2 + P - 4$  می شود.

بنابراین محل تلاقی خط هادی با محور سهمی  $H(4, -2)$  است.

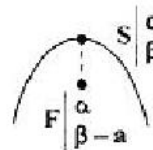


۹۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. سهمی قائم است:

$$(x-1)^2 = -4\left(y + \frac{n-1}{4}\right) \Rightarrow s\left(1, \frac{1-n}{4}\right)$$

$$4a^{-4} \Rightarrow a^{-1}$$

$$F\left(1, \frac{1-n}{4} + (-1)\right) = \left(1, -\frac{n+3}{4}\right) \xrightarrow{y=-3x} -\frac{n+3}{4} = -3 \Rightarrow n=9$$



۹۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. سهمی بر محور طول مماس است، بنابراین عرض رأس سهمی برابر صفر خواهد بود.

$$-\frac{\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m = \pm 2$$

۹۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. این سهمی افقی است. مختصات رأس سهمی  $(b, 1)$  است، یعنی  $y=1$  معادله ی محور

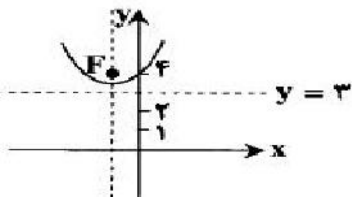
تقارن سهمی می باشد، پس قرینه ی نقطه ی  $A(3, 7)$  نسبت به  $y=1$  نیز روی سهمی قرار دارد. قرینه ی  $A(3, 7)$  نسبت به  $y=1$ ،  $A'(3, -5)$  می باشد.

۹۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم محور تقارن سهمی، خطی است

که از کانون بر خط هادی عمود می شود.

$$x = x_F = -1$$

پس معادله ی محور تقارن  $x = -1$  است.



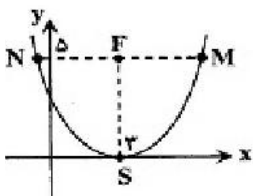
۹۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. شکل سهمی را رسم می کنیم.

فاصله ی رأس از کانون برابر ۵ است.

پس طول وتر کانونی برابر است با:

$$SF = p = 5$$

$$MN = 4p = 20$$





۹۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌ی کلی سهمی قائم با رأس  $S(3, 2)$  را می‌نویسیم:

$$(x - 3)^2 = 4a(y - 2)$$

مطابق شکل نقطه‌ی  $(0, \frac{17}{4})$  روی سهمی است و باید در معادله‌ی آن صدق کند:

$$(0 - 3)^2 = 4a \left( \frac{17}{4} - 2 \right) = 4a \times \frac{9}{4} \Rightarrow 9a = 9 \Rightarrow a = 1$$

$$(x - 3)^2 = 4a(y - 2) \Rightarrow (x - 3)^2 = 4(y - 2)$$

چون سهمی قائم و دهانه‌ی آن رو به بالا است:

$$\begin{cases} x_F = x_S = 3 \\ x_F = y_S + a = 2 + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow F(3, 3)$$

توجه کنید چون دهانه‌ی سهمی رو به بالاست،  $a > 0$  به دست آمد.

۹۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط تماس با محور  $y$  ها آن است که اگر معادله‌ی سهمی را با محور  $y$  ها قطع دهیم، دلتای معادله‌ی حاصل صفر باشد:

$$(a - 1)y^2 + y - ax = 1 \xrightarrow{x=0} (a - 1)y^2 + y - 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow 1 + 4(a - 1) = 0 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$\left(\frac{3}{4} - 1\right)y^2 + y - \frac{3}{4}x = 1 \Rightarrow y^2 - 2y + 3x + 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)^2 - 4 + 3x + 4 = 0$$

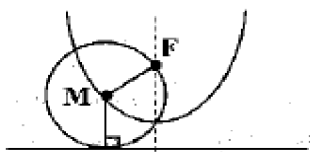
$$\Rightarrow (y - 2)^2 = -3x$$

این سهمی افقی است و نقطه‌ی  $(0, 2)$  رأس آن و  $a = -\frac{3}{4}$  است.

$$x = \alpha - a \Rightarrow x = 0 - \left(-\frac{3}{4}\right) \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

معادله‌ی خط‌های سهمی افقی به صورت زیر است:

۹۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



می دانیم فاصله ی هر نقطه روی سهمی از کانون و از خط هادی با هم برابر است. پس دایره ای به مرکز M و شعاع MF بر خط هادی مماس است. پس در حقیقت باید معادله ی خط هادی سهمی را به دست آوریم. معادله را استاندارد می کنیم:

$$x^2 - 2x - 2 = 3y \Rightarrow (x - 1)^2 = 3y + 3 \Rightarrow (x - 1)^2 = 3(y + 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases} \\ 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \end{cases}$$

این سهمی قائم و دهانه اش به طرف بالا است، پس خط هادی از رأس به اندازه ی a پایین تر است.

$$y = -1 - \frac{3}{4} \Rightarrow y = -\frac{7}{4}$$

معادله ی خط هادی

نکته: مکان هندسی مراکز دایره ی که از نقطه ی ثابت F گذشته و بر خط ثابت  $\Delta$  مماس باشند، سهمی ای با کانون F و خط هادی  $\Delta$  است.

۹۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. معادله ی استاندارد سهمی را می نویسیم:

$$3(y - 1)^2 = -4\left(x - \frac{5}{2}\right) \rightarrow (y - 1)^2 = -\frac{4}{3}\left(x - \frac{5}{2}\right)$$

$a = -\frac{1}{3}$  و سهمی به طرف x های منفی باز می شود پس طول کانون سهمی  $\frac{5}{2} - \frac{1}{3} = \frac{13}{6}$  می باشد. مسلماً طول کانون سهمی برابر فاصله ی کانون آن تا محور y ها است.

۹۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. ابتدای معادله ی داده شده را استاندارد می کنیم:

$$x^2 + 4x + 8y = 4 \Rightarrow (x + 2)^2 - 4 + 8y = 4$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 = -8(y - 1)$$

راه حل اول: طبق تعریف سهمی،  $AF = AE$  و چهارضلعی AFHE مربع است.

$$AB = 2AF = 2FH = 2|a| \Rightarrow AB = 4 \times 2 = 8$$

بنابراین:  
راه حل دوم:

$$(x + 2)^2 = -8(y - 1)$$

بنابراین پارامتر سهمی،  $a = -2$  است. در نتیجه مختصات کانون و معادله ی خط هادی عبارت است از:

$$\Delta: y - 1 - (-2) = 3 \quad F(-2, 1 - 2) = F(-2, -1)$$

طبق فرض، A و B نقاط برخورد سهمی با خط  $y = -1$  است. بنابراین:

$$y = -1 \Rightarrow (x + 2)^2 = -8(-1 - 1) = 16 \Rightarrow x + 2 = \pm 4 \Rightarrow x = 2, -6 \Rightarrow A(2, -1), B(-6, -1)$$

$$|AB| = \sqrt{(2 + 6)^2 + (-1 + 1)^2} = 8$$

بنابراین طول پاره خط AB برابر است با: ۸

۱۰۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

نکته ی ۱: در سهمی افقی، خط هادی موازی محور  $y$  هاست، هم چنین عرض رأس و کانون سهمی برابر است.

نکته ی ۲: معادله ی سهمی افقی با پارامتر  $a$  و رأس  $(\alpha, \beta)$  عبارت است از:  $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$

نکته ی ۳: فاصله ی رأس سهمی از کانون و خط هادی برابر  $|a|$  است.

از نکته ی ۱ داریم:  $y_S = y_F = 2$

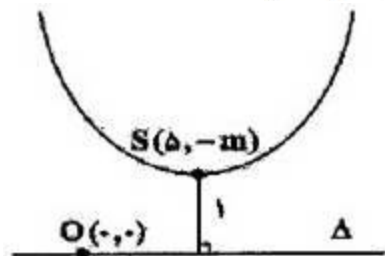
از نکته ی ۳ داریم:  $x_S = \frac{1+3}{2} = 2$

بنابراین رأس سهمی را می نویسیم:  $(y - 2)^2 = -4(x - 2)$

برای به دست آوردن محل تقاطع سهمی با محور  $x$  ها،  $y = 0$  را در معادله قرار می دهیم:

$$y = 0 \Rightarrow (0 - 2)^2 = -4(x - 2) \Rightarrow x - 2 = -1 \Rightarrow x = 1$$

۱۰۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معادله ی سهمی با رأس  $(\alpha, \beta)$  و خط هادی  $y - \beta - \alpha$  عبارتست از:



$$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$$

$$(x - 5)^2 = 4(y + m) \Rightarrow S(\Delta, -m) \text{ رأس سهمی}$$

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1 > 0. \text{ سهمی قائم روبره بالا است.}$$

مطابق شکل، معادله ی خط  $\Delta$ :  $y - m - 1$

$$-m - 1 = 0 \Rightarrow m = -1$$

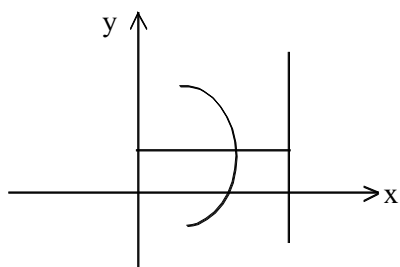
۱۰۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد سهمی نوشته شود:

$$2(y - 1)^2 = -3x + 6 \Rightarrow (y - 1)^2 = -\frac{3}{2}(x - 2)$$

نقطه  $S(2, 1)$  رأس سهمی و دهانه آن به سمت  $x$  های منفی است. فاصله

رأس سهمی تا خط هادی برابر  $\frac{3}{8}$  است. پس معادله خط هادی به صورت

$$x = 2 + \frac{3}{8} = \frac{19}{8} \text{ است.}$$

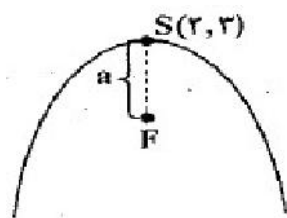


۱۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی قائم  $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$  داریم:

رأس:  $O(\alpha, \beta)$       کانون:  $F(\alpha, \beta + a)$

خط هادی:  $y - \beta - a$       محور تقارن:  $x - \alpha$

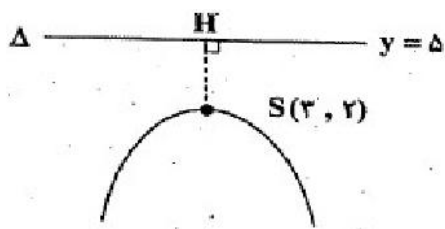


$$x^2 - 4x + 4y = 8 \Rightarrow (x - 2)^2 - 4 = 8 - 4y \Rightarrow (x - 2)^2 = -4(y - 2)$$

$\Rightarrow$  رأس سهمی:  $S(2, 2)$       و      پارامتر سهمی:  $a = -1$

با توجه به شکل، مختصات کانون این سهمی عبارتست از:  $F(2, 2)$

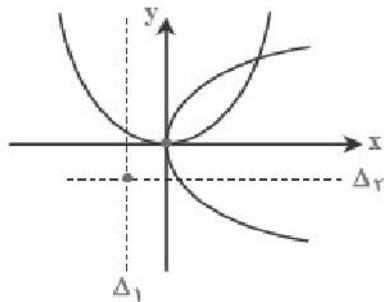
۱۰۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$|a| = SH = 5 - 2 = 3$$

با توجه به این که خط هادی بالاتر از سهمی قرار دارد، سهمی قائم رو به پایین است، پس معادله آن عبارت است از:

$$(x - 2)^2 = -12(y - 2)$$



۱۰۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: معادله  $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$  نشانگر

یک سهمی افقی با رأس  $(\alpha, \beta)$ ، کانون  $F(\alpha + a, \beta)$  و خط هادی  $x - \alpha + a$  است.

نکته: معادله  $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$  نشانگر یک سهمی عمودی با رأس  $(\alpha, \beta)$ ، کانون  $F(\alpha, \beta + a)$  و خط هادی  $y - \beta - a$  است.

با توجه به نکات فوق ابتدا مقدار  $a$  و سپس معادله خط هادی در هر سهمی را به دست می آوریم.

$$\begin{cases} y^2 = 4x \Rightarrow S(0, 0), a = 1 \\ x^2 = 4y \Rightarrow S'(0, 0), a' = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta_1 : x = -1 \\ \Delta_2 : y = -1 \end{cases}$$

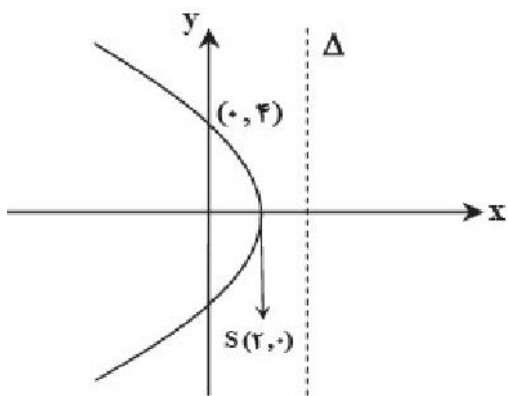
بنابراین محل تلاقی این دو خط، نقطه  $(-1, -1)$  است.

۱۰۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. صورت استاندارد سهمی را می نویسیم.

$$x^2 - 2x + 1 = 3y + 3 \Rightarrow (x - 1)^2 = 3(y + 1)$$

رأس سهمی  $(1, -1)$  و سهمی به طرف  $y$  های مثبت باز می شود.  $4p = 3 \Rightarrow p = \frac{3}{4}$  معادله خط هادی  $y = -1 - \frac{3}{4}$  یا

$$y = -\frac{7}{4}$$



۱۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

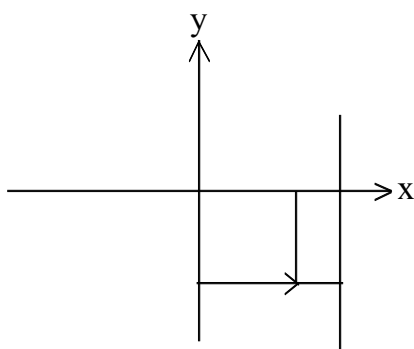
نکته: در سهمی  $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ ، مختصات کانون  $F(\alpha + a, \beta)$  و معادله خط هادی  $x - \alpha - a$  است. معادله سهمی با معلوم بودن رأس  $S(2, 0)$  و نقطه  $(0, 4)$  مشخص می‌گردد.

$$(Y - 0)^2 = 4A(X - 2)$$

نقطه  $(0, 4)$  باید در این معادله صدق کند، پس:

$$4^2 = 4A(0 - 2) \Rightarrow A = -2$$

با استفاده از نکته بالا، معادله خط هادی  $x - 2 + 2$ ، یعنی  $x - 4$  است.



۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$(y + 2)^2 = -3(x - 2)$$

رأس سهمی  $S(2, -2)$  و سهمی به طرف  $x$  های منفی باز می‌شود،

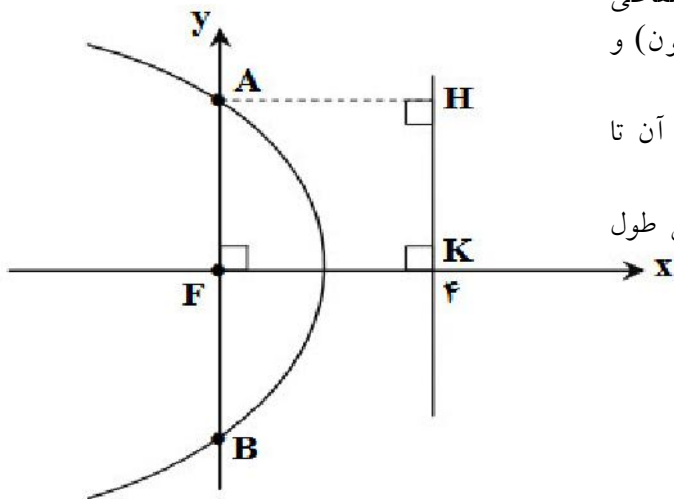
فاصله رأس تا خط هادی  $\frac{3}{4}$  است معادله خط هادی  $x = 2 + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$

است.

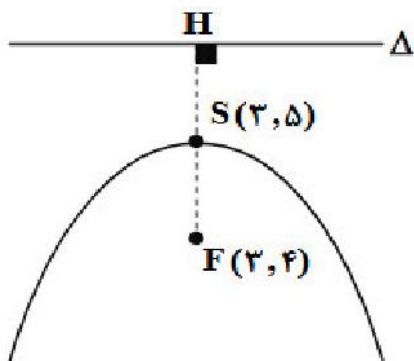
۱۰۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر  $M(x, y)$  روی سهمی باشد فاصله  $M$  از نقطه  $(6, 4)$  برابر فاصله  $M$  از خط  $x - 2$  است.

$$\sqrt{(x - 6)^2 + (y - 4)^2} = x - 2 \Rightarrow (y - 4)^2 = (x - 2)^2 - (x - 6)^2$$

معادله سهمی  $(y - 4)^2 = 8(x - 4)$  به ازای  $y = 0$  مقدار  $x = 6$  است.

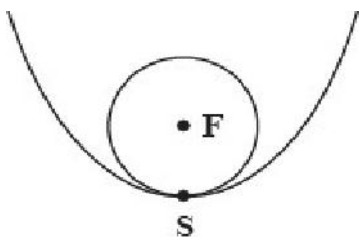


- ۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که فاصله آن‌ها از یک نقطه ثابت (کانون) و یک خط ثابت (هادی) برابر است. طبق تعریف سهمی، فاصله نقطه A تا خط هادی با فاصله آن تا کانون برابر است  $(AF - Ah)$ . پس چهارضلعی AHKF مربعی به ضلع  $h$  است، بنابراین طول وتر  $AB$  برابر است با:
- $$AB = \sqrt{AF^2 - h^2}$$



- ۱۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، با توجه به مختصات F و S، سهمی قائم و رو به پایین است.
- $$SH = FS$$
- $$FS = 5 - 4 = 1 \rightarrow SH = 1$$
- بنابراین معادله خط هادی عبارت است از:

$$y - 5 + 1 = 6$$



- ۱۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در سهمی  $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$  راس نقطه  $S(\alpha, \beta)$  و کانون نقطه  $F(\alpha, \beta + a)$  است.

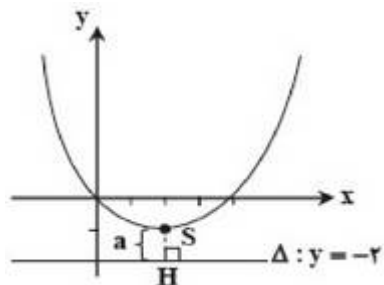
$$(x + 1)^2 = 4(y - 2) \Rightarrow \begin{cases} S(-1, 2) \\ 4a = 4 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S(-1, 2) \\ F(-1, 3) \end{cases}$$

- بنابراین مرکز دایره نقطه  $F(-1, 3)$  و شعاع آن برابر  $|FS| = 1$  است. در نتیجه

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$$

معادله این دایره عبارت است از:

۱۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی یک سهمی قائم با رأس  $S(\alpha, \beta)$  و پارامتر  $a$  عبارت است از:



$$(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$$

$$a = SH = 1$$

$$(x - 2)^2 = 4(y + 1)$$

برای به دست آوردن محل تقاطع سهمی با محور  $x$  ها، در معادله‌ی آن  $y = 0$  را قرار می‌دهیم.

$$y = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 4$$

$$\begin{cases} x - 2 = 2 \Rightarrow x = 4 \\ x - 2 = -2 \Rightarrow x = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{طول وتر} = 4$$

۱۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله‌ی یک سهمی قائم به رأس  $S(6, 0)$  عبارتست از:  $(x - 6)^2 = 4ay$  با توجه به شکل، این سهمی از نقطه‌ی  $(0, 4)$  می‌گذرد، بنابراین:

$$(0 - 6)^2 = 4a \times 4 \Rightarrow 36 = 4a \times 4 \Rightarrow 4a = 9$$

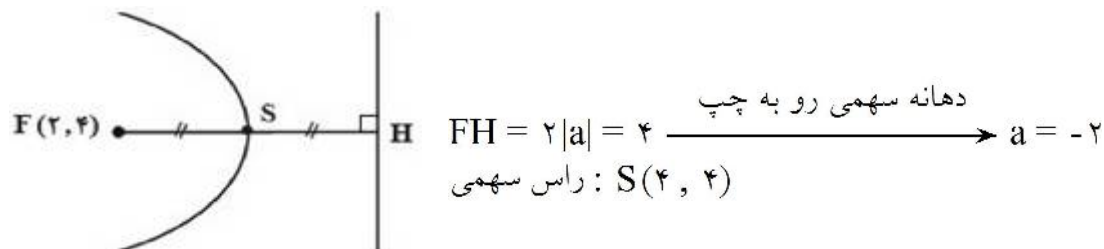
در نتیجه معادله‌ی این سهمی عبارتست از:  $(x - 6)^2 = 9y$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه‌ی  $(9, 1)$  در معادله‌ی این سهمی صدق می‌کند:  $(9 - 6)^2 = 9$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معادله‌ی سهمی افقی با رأس  $(\alpha, \beta)$  و پارامتر  $a$ ، عبارتست از:

$$(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$$

با توجه به شکل، داریم:



حال با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$(y - 4)^2 = -8(x - 4) \xrightarrow{y=0} 16 = -8(x - 4) \Rightarrow x = 2$$

۱۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(x-1)^2 = -\frac{1}{4}(y+13) \Rightarrow \text{مرکز } S = (1, -13), \frac{-1}{4} = -\frac{1}{16}$$

$$\text{خط هادی } y = -13 - \left(-\frac{1}{16}\right) = -\frac{207}{16} \Rightarrow b = -\frac{207}{16}$$

$$\text{کانون } \left(1, -13 + \left(-\frac{1}{16}\right)\right) = \left(1, -\frac{209}{16}\right) \Rightarrow \alpha = 1, \beta = -\frac{209}{16}$$

$$\alpha + 9\beta + 5b = -181/25$$

۱۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فاصله  $M(x, y)$  روی سهمی از کانون  $F(5, -1)$  و خط هادی  $x-2$  برابر یکدیگرند.

$$\sqrt{(x-5)^2 + (y+1)^2} = \sqrt{(x-2)^2} \Rightarrow (y+1)^2 = 6x - 21$$

$$x = \frac{11}{3} \text{ به ازای } y = 0 \text{ مقدار}$$

۱۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله استاندارد سهمی نوشته شود.

$$2y^2 - y = -3x + 1$$

$$2\left(y^2 - \frac{1}{2}y\right) = -3x + 1 \Rightarrow 2\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -3\left(x - \frac{3}{8}\right)$$

یا  $\left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{3}{8}\right)$  سهمی به رأس  $\left(\frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right)$  و فاصله رأس از کانون  $\frac{3}{8}$  به طرف  $x$  های منفی است، پس کانون  $F\left(\frac{3}{8} - \frac{3}{8}, \frac{1}{4}\right)$  یا  $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$  است.



۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۴۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۰	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۰	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۳	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۴	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۵۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۹۹	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۸	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۰۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۴	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۲	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۵	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۶۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۷	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۸	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۱	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶۹	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۲	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۵	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۳	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۶	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۴	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱۷	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۵	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۱۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۶	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۴
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۷	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۵
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۷۸	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷۹	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۷
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۸۰	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۸
					<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۱	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۹
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۲	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰
					<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸۳	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۱