

گروه آموزشی کلاسیویچ

Classwich.ir



# نمونه سوالات تستی ماتریس و کاربردها

به همراه پاسخ کلیدی و تشریحی

فصل اول هندسه دوازدهم

تهیه کننده : عرفان خیامی



۱- اگر  $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $x + y$  کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۵

سراسری <= انسانی <= ۸۱

۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^7 - A^4$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۳

۳- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \alpha A + \beta I_2$  دوتایی  $(\alpha, \beta)$  کدام است؟

(۱)  $(11, 2)$  (۲)  $(2, 13)$  (۳)  $(4, 11)$  (۴)  $(4, 13)$

سراسری <= ریاضی <= ۸۴

۴- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  آن گاه،  $A^2 - A$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}$  ماتریس  $\left(\frac{1}{3}A\right)^3$  کدام است؟

(۱)  $I_2$  (۲)  $2I_2$  (۳)  $-2I_2$  (۴)  $-I_2$

سراسری <= ریاضی <= ۸۷

۶- اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  و  $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$  باشند، کدام ضرب ماتریس‌ها تعریف شده است؟

(۱)  $AB$  (۲)  $A^t B$  (۳)  $B^t A^t$  (۴)  $AB^t$

سراسری <= ریاضی <= ۹۴

۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A \times A$ ، کدام است؟

- ۳۶ (۱)      ۴۰ (۲)      ۴۲ (۳)      ۴۴ (۴)

سراسری => تجربی => ۹۷

۸- از رابطه‌ی ماتریس  $\begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix}$ ، عدد غیر صفر  $X$ ، کدام است؟

- $\frac{2}{9}$  (۱)       $\frac{3}{8}$  (۲)       $\frac{4}{9}$  (۳)       $\frac{3}{5}$  (۴)

سراسری => ریاضی => ۹۸

۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -2 & -5 & -6 \end{bmatrix}$ ، در ماتریس  $3A + B$  کدام درایه وجود ندارد؟

- ۵ (۱)      ۸ (۲)      ۷ (۳)      ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۰- ماتریس  $A = [a_{ij}]$  یک ماتریس  $3 \times 2$  است، به طوری که  $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases}$ ، مجموع درایه‌های

سطر دوم این ماتریس کدام است؟

- ۶ (۱)      ۸ (۲)      ۱۰ (۳)      صفر (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- ماتریس  $A$  دارای  $m - 2$  سطر و  $m$  ستون است. اگر  $A$  ماتریس سطری باشد، کدام یک از ماتریس‌های زیر قطری است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} m-3 & 1-m \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & m \\ 2m-6 & m \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} m & 1-m \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & m-3 \\ 0 & m \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲- اگر دو ماتریس  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x+y & x^2 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} x-y & 3 \\ 1-x & x^2 \end{bmatrix}$  برابر باشند، مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۱ (۱)      -۱ (۲)      ۵ (۳)      -۵ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳- ماتریس  $A$  به صورت  $3 \times 5$  مفروض است. در کدام حالت ماتریس‌های  $A \times B$  و  $B \times A$  قابل تعریف هستند؟

(۱)  $B = [b_{ij}]_{5 \times 4}$  (۲)  $B = [b_{ij}]_{3 \times 5}$  (۳)  $B = [b_{ij}]_{3 \times 5}$  (۴)  $B = [b_{ij}]_{4 \times 5}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix}$ ، حاصل  $(I - A)^{100}$  کدام است؟

(۱)  $A$  (۲)  $I$  (۳)  $I - A$  (۴)  $I + A$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۵- اگر  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $Y = |2 \ 1|$ ، حاصل  $(XY)^{1397}$  کدام است؟

(۱)  $XY$  (۲)  $I$  (۳)  $YX$  (۴)  $\bar{O}$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی هم‌مرتبه باشند و  $(A - B)^2 = A^2 + B^2$ ، کدام گزینه همواره درست است؟

(۱)  $AB - \bar{O}$  (۲)  $AB - BA$  (۳)  $BA - \bar{O}$  (۴)  $AB - -BA$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷- اگر  $A(A - I) - \bar{O}$  حاصل  $(A + I)^4$  کدام است؟

(۱)  $A + I$  (۲)  $12A + I$  (۳)  $16I$  (۴)  $15A + I$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۸- در ماتریس  $\left( \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \right)^{20}$ ، درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم کدام است؟

(۱)  $4^{20}$  (۲)  $2^{10}$  (۳)  $2^{20}$  (۴)  $4^{40}$

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۹- اگر  $A = [\tan(i^2 - j^2)]_{n \times n}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱)  $n$  (۲)  $n \tan 1$  (۳)  $n^2 \tan 1$  (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۲۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، مجموع درایه‌های  $A \times B$  کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) صفر (۳) ۶ (۴) -۶

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۱- اگر  $A = 3B^2 - 2B + I$ ، حاصل  $(A + B)^2 - (A - B)^2$  کدام است؟

- (۱)  $2BA$  (۲)  $2(A + B)$  (۳)  $4AB$  (۴)  $4(A + B)$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A^6$  کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۵۱۲

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۳- در ماتریس مربعی درایه‌ی سطر اول و ستون آخر،  $\frac{4}{3}$  برابر درایه‌ی سطر آخر و ستون اول است.

این ماتریس چند سطر دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۴- اگر  $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $B, A$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ -4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$  (۴) قابل محاسبه نیست.

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۵- مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $3 \times 3$   $A = [i^2 \mid 3j]$  کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۷ (۳) ۳۸ (۴) ۳۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۶- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 8 \\ -8 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، درایه‌های سطر اول ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱)  $[-25 \quad 71 \quad 92]$  (۲)  $[-25 \quad 51 \quad 92]$  (۳)  $[-27 \quad 71 \quad 112]$  (۴)  $[-27 \quad 51 \quad 112]$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- در ماتریس  $A = [3i - 5j - ij]_{(p \times q)}$  درایه‌ی سطر آخر و ستون آخر برابر صفر است. این ماتریس چند درایه دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- در ماتریس  $A = [{}_2(i^2 + j^2)]_{(3 \times 3)}$ ، مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی  $X$  و مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی  $Y$  است. نسبت  $\frac{X}{Y}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2^2$  (۳)  $2^4$  (۴)  $2^8$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- اگر  $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $A = f(0) + f(\pi) + f(2\pi)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- ماتریس‌های  $A = \begin{bmatrix} a & b-2 \\ 2c & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -2 & 3b \\ -c+4 & 1 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر ماتریس  $A+B$  ماتریسی

اسکالر باشد، مقدار  $a + 2b - c$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۸ (۳) ۳ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^2 - 2A$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

۳۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^2 - A$  کدام است؟

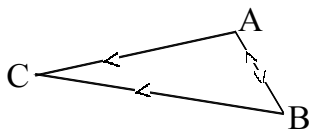
- (۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

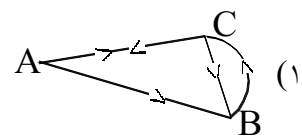
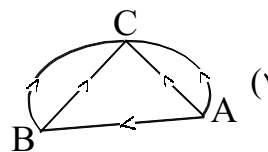
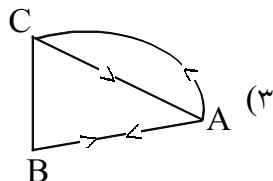
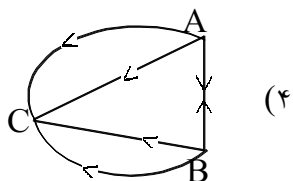
۳۴- در ماتریس شبکه مقابل عناصر مربوط به سطر A به ترتیب ستون‌ها ABC کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$



آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

۳۵- ماتریس کدام شبکه به صورت  $\begin{matrix} & A & B & C \\ A & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$  است؟



آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  مجموع دایره‌های ماتریس  $A^2$  کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

۳۷- در ماتریس  $2 \times 2$   $\begin{bmatrix} i & j \\ j & i \end{bmatrix}$  مجموع دایره‌ها برابر کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۸- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  مقدار  $b$  کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۴ (۳) -۳ (۴) -۱

آزمایشی سنجش => انسانی => ۸۱

۳۹- از تساوی  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$  مقدار  $x + y$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

۴۰- اگر  $I$  ماتریس واحد و  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۱)  $4I$  (۲)  $2I$  (۳)  $-2I$  (۴)  $-4I$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲

۴۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A \times (A + I)$  کدام است؟ ( $I$  ماتریس واحد است.)

(۱)  $3 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $3 \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۴۲- از رابطه ماتریسی  $\begin{vmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{vmatrix} = 1 - x$  مقدار  $x$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۲

۴۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، به طوریکه  $A^2 = \alpha A + \beta I$  مقدار  $\alpha\beta$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۲

۴۴- اگر بدانیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \begin{bmatrix} 11 & 15 \\ a & b \end{bmatrix}$  آنگاه حاصل  $x + y$  کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۵- اگر برای دو ماتریس  $A$  و  $B$  بدانیم  $A + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  آنگاه مجموع تمام درایه‌های ماتریس  $B^2$  کدام است؟

- ۶ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۶- اگر برای دو ماتریس  $A$  و  $B$  بدانیم  $AB - BA - I$  آنگاه حاصل  $AB^2 - B^2A$  برابر کدام گزینه است؟

- ۰ (۱)  $2I$  (۲)  $2A$  (۳)  $2B$  (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۷- اگر برای ماتریس  $A$  بدانیم  $A^2 = 3A + I$  آنگاه حاصل  $A(A - 2I)^2$  چیست؟

- $2A - I$  (۱)  $5I - A$  (۲)  $2A + I$  (۳)  $5A + I$  (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۴۸- جمع درایه‌های ماتریس  $X$  کدام باشد تا تساوی  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & . \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 2 & . \\ . & 2 \end{bmatrix}$  برقرار باشد؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)
- آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۴۹- از تساوی  $-2 = \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  مقدار  $|x - 1|$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۵۰- از تساوی مقدار  $(x - 1)^2$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۵۱- از رابطه  $2x + 7 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} |x - 1|$  مقدار  $x$  کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۵۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  حاصل  $A^3 \cdot B^4$  کدام است؟

(۱)  $32I$  (۲)  $-64I$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & -64 \\ 64 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 32 \\ -32 & 0 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۵۳- اگر  $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۵۴- در ماتریس‌های  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  و  $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$  کدام ضرب قابل تعریف است؟

(۱)  $A^t \cdot B$  (۲)  $A \cdot B^t$  (۳)  $A \cdot B$  (۴)  $B \cdot A$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۵۵- از رابطه  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  مقدار  $x$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳) -۱ و  $\frac{1}{3}$  (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۳

۵۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{vmatrix} 3 & 4 \end{vmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $BA$  کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۳



۵۷- با فرض آنکه  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$  باشد، مقدار  $x - y$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۶ (۴) -۶

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۵۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  به طوری که  $A^2 = \alpha A + \beta I$  مقدار  $\alpha + \beta$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۵۹- از رابطه  $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix}$  مقدار  $t - x$  کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۶۰- اگر در ماتریس  $A_{3 \times 4}$  بدانیم  $a_{ij} = \begin{cases} -i & i > j \\ 0 & i = j \\ j & i < j \end{cases}$  مجموع اعضای ماتریس  $A$  چیست؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۸

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۶۱- حاصل  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) -۱۲ (۲) -۸ (۳) ۶ (۴) ۱۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۶۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  حاصل  $A^4 - 15A - A^3$  کدام است؟

(۱)  $6I$  (۲)  $7I$  (۳)  $12I$  (۴)  $14I$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۶۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  حاصل  $A^2 - 4A$  برابر کدام است؟

(۴)  $5I_3$

(۳)  $3I_3$

(۲) صفر

(۱)  $-3I$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۵

۶۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  حاصل  $(A + 3I)(A - 4I)$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۵

۶۵- اگر  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & b \\ 5 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  باشد،  $a + b$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲)  $-\frac{13}{4}$

(۱)  $\frac{13}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => ۸۶

۶۶- از رابطه  $|2x - 1| \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2x + 7$  مقدار  $x$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۳

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۶۷- اگر  $I$  ماتریس واحد و  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس  $(A + I)^2$  کدام است؟

(۴)  $2A$

(۳)  $2I$

(۲)  $-2A$

(۱)  $-2I$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۶۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس  $\frac{1}{3} A \times (A + I)$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۶۹- از رابطه ماتریسی  $X - 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  مقدار  $X$  چقدر است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۱)  $-\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۶

۷۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۴) ۵۸

(۳) ۵۲

(۲) ۴۸

(۱) ۳۸

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۱- از تساوی  $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & 1 \\ 3 & X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & X \end{bmatrix}$  حاصل  $(X - 1)^2$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۶

۷۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^{11} - A^4$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 6 & -8 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

۷۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، به طوریکه  $A^2 = \alpha A + \beta I$  مقدار  $\alpha\beta$  کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) -۲

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶

۷۴- هرگاه داشته باشیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = xA + yI$ ، مجموع اعداد  $x$  و  $y$  برابر است با:

(۴) ۷

(۳) ۱۰

(۲) ۴

(۱) ۲

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = ۸۶

۷۵- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر  $B$  یک ماتریس مربعی مرتبه‌ی ۲ بوده و ضمناً  $A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

باشد، در این صورت مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی ماتریس  $B$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۷ (۴) -۷

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= ۸۶

۷۶- از رابطه‌ی  $9 = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & x \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{6}$  (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۷۷- مقدار  $x$  از رابطه‌ی  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x & 5 \end{bmatrix}$  ، کدام است؟

- (۱) -۱ و  $\frac{1}{2}$  (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۷۸- اگر  $A = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  ماتریس  $A^4$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۷۹- در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  و  $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$  کدام ضرب قابل تعریف است؟

- (۱)  $A^t B$  (۲)  $AB^t$  (۳)  $AB$  (۴)  $BA$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۸۰- از رابطه‌ی  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -10 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix}$  ، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) صفر (۴) نشدنی

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۸۱- از رابطه ی  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ x \end{bmatrix} = 5$  مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{3}$  و  $-1$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  و  $1$  (۳)  $\frac{1}{3}$  و  $1$  (۴)  $-\frac{1}{3}$  و  $-1$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۹

۸۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، کدام یک از ماتریس‌های زیر برابر  $A$  نیست؟

- (۱)  $A^{1387}$  (۲)  $A^{1388}$  (۳)  $A^{1389}$  (۴)  $A^{2009}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰ - ۸۹

۸۳- ماتریس  $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$  مفروض است، حاصل ماتریس  $A^4$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۴- جواب‌های معادله ی  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-3$  و  $-1$  (۲)  $3$  و  $-1$  (۳)  $-3$  و  $1$  (۴)  $3$  و  $1$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $A^2 - 4A$  کدام است؟

- (۱)  $-4I$  (۲)  $3I$  (۳)  $4I$  (۴)  $5I$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۸۶- از رابطه  $\begin{bmatrix} 3 & a+b \\ 2 & 1-b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$  مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-2$  (۲)  $-5$  (۳)  $2$  (۴)  $3$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۸۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^V$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = ریاضی < ۹۰

۸۸- مقدار  $X$  از رابطه  $4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ X \end{bmatrix}$   $|2 \times 5|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش = تجربی < ۹۰

۸۹- جواب‌های معادله ماتریس  $10 = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ -1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $-2, -3$  (۲)  $-2, 3$  (۳)  $-3, 2$  (۴)  $2, 3$

آزمایشی سنجش = ریاضی < ۹۰

۹۰- اگر  $\bar{O} = A^2 + 2A$  و  $A$  و  $I$  هر دو ماتریس‌های  $n \times n$  باشند، حاصل  $(A + I)(-3A - 2I)$  کدام است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $A - 2I$  (۳)  $A + 2I$  (۴)  $5A - 2I$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی < سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی < سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $A^2 + 2AB + B^2$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 28 & -30 \\ -10 & 13 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -16 & 10 \\ -40 & 9 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -18 \\ -27 & 39 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 4 & -14 \\ -26 & 25 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی < سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $(I - A)^2$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 11 & 18 \\ -8 & -13 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -35 & -81 \\ -15 & -36 \end{bmatrix}$  (۴)  $\bar{O}_{2 \times 2}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی < سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی < سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲



۹۳- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید. می‌دانیم  $AB = \bar{O}$  چند مورد از گزاره‌های زیر همواره

صحیح است؟

(الف)  $c+d=0$

(ب)  $AB=BA$

(ج) اگر  $AB=BA$ ، آن‌گاه ماتریس  $B$  بالا مثلثی است.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۴- اگر بدانیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $A^n - A^{n-1}$  چقدر است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{n-1} \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2^{2n-1} \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix}$  و داشته باشیم:  $A^2 = A$ ، آن‌گاه  $-ax$  کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) -۲

(۱) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $A^2 + 2A - 3I$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۷- از رابطه ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2-x & \\ x-1 & \\ 1+x & \end{bmatrix} = -2$  | ۵ ۳ ۲ | عدد  $x$  کدام است؟

(۴)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۱)  $-\frac{4}{3}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۹۸- اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  و داشته باشیم  $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i > j \\ ij & i = j \\ |i-j| & i < j \end{cases}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

(۴) ۳۱

(۳) ۳۵

(۲) ۳۰

(۱) ۱۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۹۹- ماتریس مفروض است. حاصل جمع درایه‌های ماتریس  $A^{91}$  کدام است؟

- (۱) ۱۸۲ (۲) ۱۸۵ (۳) ۹۱ (۴) ۹۵
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۰۰- مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $3 \times 3$   $[i^2 | 3j]$  کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۰۱- اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با تعریف  $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - j^2 : i \leq j \\ j^2 - i^2 : i > j \end{cases}$  باشد، آنگاه ماتریس  $A$  ، ..... است.

- (۱) مثلثی (۲) قطری (۳) متقارن (۴) پادمتقارن
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس  $C = AB$

- کدام است؟ (۱) ۱۰ (۲) -۱۸ (۳) ۱۲ (۴) -۲۴
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۳- اگر  $A$  ماتریسی مربعی و  $-I$  و  $A(A+I) - I$  باشد، آنگاه حاصل  $A^{200}$  کدام است؟

- (۱)  $I$  (۲)  $A$  (۳)  $A^2$  (۴)  $O$
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۴- اگر  $A = [i + 2j]_{3 \times 3}$  و  $B = [i^2 - j]_{3 \times 3}$  باشد، درایه‌ی سطر اول و ستون دوم ماتریس  $2A + B$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲
- آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۰۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $A^{1393}$  برابر است با:

(۱) I (۲)  $I^{696}$  (۳) A (۴)  $A^{696}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۶- دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2a & c \\ 4 & -b \end{bmatrix}$  مساوی اند.  $a - b$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۰۷- ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با تعریف  $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i \leq j \\ j+1 & i > j \end{cases}$  مفروض است. مجموع درایه های سطر دوم این

ماتریس کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۰۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -4 \\ 9 & 0 \end{bmatrix}$  و  $C = AB$  باشد، درایه ی سطر دوم و ستون دوم ماتریس C کدام است؟

(۱) -۱۹ (۲) ۲۰ (۳) -۱۲ (۴) ۱۰

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۰۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^n - I$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۰- اگر  $2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۱۱۱-  $A$  ماتریسی  $n \times n$ ، وارون پذیر و  $A^2 - 2A = O$  است. در این صورت مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱)  $n$  (۲)  $2^n$  (۳)  $2n$  (۴)  $n^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{10}$  کدام است؟

- (۱)  $2^{10}$  (۲)  $2^5$  (۳) ۲ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۳- اگر  $A + B - 5I$  باشد، حاصل  $A^2 + 5B + AB$  کدام است؟

- (۱)  $5I$  (۲)  $10I$  (۳)  $25I$  (۴)  $15I$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $A^{1394}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2^{1394} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 1394 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2^{1394} \\ 0 & 0 & 3^{1394} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $O$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد. مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2$  کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۵ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۶- اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$  و  $B = [b_{ij}]_{4 \times 3}$  باشند. کدام ضرب قابل تعریف است؟

- (۱)  $A \cdot B$  (۲)  $A \cdot B^t$  (۳)  $A^t \cdot B$  (۴)  $B \cdot A$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۱۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $(A - 2I) \times A$  کدام است؟

- (۱) ۳۱ (۲) ۳۲ (۳) ۳۳ (۴) ۳۴

آزمونهای سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۱۸- اگر ، مقدار  $ab$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) -۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۱۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{100}$  کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۰- اگر  $A^2 - A + I = O$ ، حاصل  $A^{1396}$  کدام است؟

- (۱)  $A$  (۲)  $-I$  (۳)  $-A$  (۴)  $O$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۱- مجموعه جواب‌های معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} x^2 + 2x & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^2 + 2x \\ 1 \end{bmatrix} = 0$  کدام است؟

- (۱)  $\{3, 1, -1\}$  (۲)  $\{-3, -1, 1\}$  (۳)  $\{-2, -1, 2\}$  (۴)  $\{-1, 0, 2\}$

آزمونهای سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۱۲۲- مجموع درایه‌های ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 20 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۲۱۱ (۳) ۲۱۲ (۴) ۲۱۴

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۳- اگر  $A$  یک ماتریس باشد به طوری که  $A^2 = A + I$ ، ماتریس  $A^4$  کدام است؟

- (۱)  $3A + 2I$  (۲)  $A^2 + I$  (۳)  $3A^2 + 4I$  (۴)  $2A + 3I$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۱۲۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^{1394} - A^{1395}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۵- اگر  $A = [2i + 3j]_{3 \times 3}$ ، مجموع درایه‌های ستون دوم ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۶- اگر  $A + 2B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B + 2A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 9 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A + B$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 4 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۱۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -45 & 46 \\ -29 & 30 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 29 & -30 \\ 45 & -46 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -29 & 45 \\ 30 & -46 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

و  $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  باشند، مجموع درایه‌های قطری

۱۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$

ماتریس  $C^2$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۱۲۹- حاصل ضرب  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$  کدام ماتریس است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 10 & 8 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵



۱۳۰- مجموع درایه‌های قطری حاصل ضرب دو ماتریس  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix}$   $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

(۱) ۲۷      (۲) ۳۱      (۳) ۳۳      (۴) ۳۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس  $A^3$  کدام است؟

(۱)  $[-5 \quad 30 \quad 6]$       (۲)  $[-3 \quad 21 \quad 4]$       (۳)  $[-5 \quad 32 \quad 2]$       (۴)  $[-7 \quad 16 \quad 2]$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & x & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -y + 4 \\ y + 2x - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = -1 \end{cases} \Rightarrow x + y = 4$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I, A^{2k+1} = A \Rightarrow A^7 - A^6 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  در معادله  $A^2 - (a+d)A + |A|I_2 = 0$  صادق

$$A^2 = \alpha A + \beta I_2 \Rightarrow A^2 - \alpha A - \beta I_2 = 0 \quad \text{است.}$$

$$\Rightarrow \alpha - a + d - 2$$

$$\beta - |A| - 13$$

راه حل دوم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 10 & 21 \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2\alpha + \beta = 9 \\ \alpha - 2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \beta = 13 \Rightarrow (\alpha, \beta) = (2, 13)$$

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - A = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & 5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}A\right)^2 = \left(R_{\frac{\pi}{3}}\right)^2 = R_{\pi} = -I$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $\Lambda_{m \times n} \times B_{n \times p}$  شرط ضرب پذیری

۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ 9 & 22 \end{bmatrix}$$

مجموع = ۴۴

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا حاصل ضرب داده شده را به دست می آوریم.

$$[X \quad 2X \quad -1]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = [11X - 1 \quad -X - 2 \quad -3X]_{1 \times 3}$$

$$[X \quad 2X \quad -1] \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow [11X - 1 \quad -X - 2 \quad -3X]_{1 \times 3} \begin{bmatrix} X \\ 2X \\ -1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = 0$$

$$\Rightarrow [11X^2 - X - 2X^2 - 4X + 3X]_{1 \times 1} = 0 \Rightarrow 9X^2 - 2X = 0 \Rightarrow X = 0 \text{ یا } X = \frac{2}{9}$$

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته:  $r[a_{ij}]_{m \times n} = [ra_{ij}]_{m \times n}$

نکته:  $[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij}]_{m \times n} = [a_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$3A + B = 3 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & -8 & -9 \\ -4 & -5 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-1 & 6-2 & 9-3 \\ 12-7 & 15-8 & 18-9 \\ 21-4 & 24-5 & 27-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \\ 17 & 19 & 21 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده داریم:

$$a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j^2 & : i > j \\ i - j & : i = j \\ j^2 - i^2 & : i < j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} = 2^2 + 1^2 = 5 \\ a_{22} = 2 - 2 = 0 \\ a_{23} = 3^2 - 2^2 = 5 \end{cases}$$

بنابراین مجموع درایه های سطر دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{21} + a_{22} + a_{23} = 5 + 0 + 5 = 10$$

۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس سطری، ماتریسی است که از یک سطر تشکیل شده باشد. فرم کلی ماتریس سطری  $A$  به صورت  $A = [a_{ij}]_{1 \times n}$  است.

نکته: ماتریس قطری، یک ماتریس مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقع بر قطر اصلی آن صفر است. (درایه‌های واقع بر قطر اصلی می‌توانند صفر باشند یا نباشند).

با توجه به نکات بالا داریم:  
اکنون هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱) غیر قطری  $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

گزینه ۲) غیر قطری  $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

گزینه ۳) غیر قطری  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

گزینه ۴) قطری  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دو ماتریس هم‌مرتبه‌ای  $A = [a_{ij}]_{m \times n}$  و  $B = [b_{ij}]_{m \times n}$  در صورتی مساوی‌اند که درایه‌های نظیرشان با هم مساوی باشد، یعنی:  $a_{ij} = b_{ij}$

با توجه به نکته می‌توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} x - y & 3 \\ 1 - x & x^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ x + y & x^2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ 1 - x = x + y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$$

بنابراین:  $x + y - 2 - 3 - 1$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A: 3 \times 5 \quad A: n \times m$$

و

$$B: n \times m \quad B: 3 \times 5$$

ماتریس  $AB$  تعریف شده است اگر  $n = 5$  باشد و ماتریس  $BA$  تعریف شده است اگر  $m = 3$  باشد الزاماً هر دو تعریف شده‌اند اگر ماتریس  $B$  به صورت  $5 \times 3$  باشد.

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  ماتریسی مربعی باشد، توان‌های  $A$  را به صورت

$$A^n = a^{n-1} \times A \text{ و } \dots A^3 = A^2 \times A, A^2 = A \times A$$

نکته: اگر ماتریس‌های  $A$  و  $B$  تعویض‌پذیر باشند  $(AB - BA)$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی  $I$  با هر ماتریسی تعویض‌پذیر است.  $(AI - IA)$

ابتدا ماتریس  $A^2$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} A^2 &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \sin^4 \alpha \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \\ \sin \alpha \cos \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) & \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین  $A^2 = A$ . اکنون داریم:

$$(I - A)^2 = I^2 + A^2 - 2A = I + A - 2A = I - A \Rightarrow (I - A)^3 = (I - A)^2 = I - A$$

$$\Rightarrow (I - A)^4 = (I - A)^3 = I - A$$

$$\Rightarrow \dots \Rightarrow (I - A)^{100} = I - A$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  ماتریسی مربعی باشد، توان‌های  $A$  را به صورت  $A^2 = A \times A$ ،  $A^3 = A^2 \times A$  و ...

$$A^n = a^{n-1} \times A \text{ تعریف می‌کنیم:}$$

نکته: ماتریس  $1 \times 1$   $[a]$  را مساوی با عدد حقیقی  $a$  تعریف می‌کنیم.

ابتدا داریم:

$$YX = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -3 & \end{vmatrix} = |1| = 1$$

$$(XY)^{1397} = \underbrace{XYXYXY \dots XY}_1 = XY$$

۱۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق فرض داریم:

$$(A - B)^2 = A^2 + B^2 \Rightarrow A - B(A - B) = A^2 + B^2 \Rightarrow A^2 - AB - BA + B^2$$

$$= A^2 + B^2 \Rightarrow -AB - BA = \bar{O} \Rightarrow AB = -BA$$

تذکر: اگر  $A$  و  $B$  جابه‌جا شونده نباشند ( $AB \neq BA$ ) در محاسبه عبارت‌ها نمی‌توان از اتحادها برای ماتریس‌ها استفاده نمود.

۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند، یعنی  $AB = BA$ ، آنگاه تمامی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی ( $I$ ) با هر ماتریس دیگری تعویض‌پذیر است.

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n} b^n$$

طبق فرض داریم:

$$A(A - I) = \bar{O} \Rightarrow A^2 - A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = A$$

$$A^2 = A \Rightarrow A^3 = A^2 = A \Rightarrow A^4 = A^3 = A$$

پس تمامی توان‌های  $A$  برابر خود  $A$  است (به این ماتریس‌ها، خود توان می‌گوییم). اکنون داریم:

$$(A + I)^2 = \binom{4}{0} A^4 + \binom{4}{1} A^3 I + \binom{4}{2} A^2 I^2 + \binom{4}{3} A I^3 + \binom{4}{4} I^4$$

$$= \left[ \binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} \right] A + \binom{4}{4} I = (2^4 - 1)A + I = 15A + I$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

ابتدا داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -4 \\ 4 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16 & 0 \\ 0 & -16 \end{bmatrix}$$

$$A^{20} = (A^2)^{10} = \begin{bmatrix} (-16)^{10} & 0 \\ 0 & (-16)^{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4^{20} & 0 \\ 0 & 4^{20} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

پس درایه‌ی سطر دوم و ستون دوم این ماتریس برابر  $4^{20}$  است.



۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته:  $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$

$$\tan(i^2 - j^2) = -\tan(j^2 - i^2)$$

با توجه به نکته‌ی بالا در ماتریس  $A = [\tan(i^2 - j^2)]_{n \times n}$  داریم:

پس به ازای هر  $i$  و  $j$  داریم  $a_{ij} = -a_{ji}$ . بنابراین درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی  $A$  قرینه‌ی یکدیگرند. از طرفی  $\tan(i^2 - i^2) = \tan 0 = 0$ . پس درایه‌های روی قطر اصلی نیز صفر است. بنابراین مجموع تمام درایه‌های  $A$  برابر صفر است.

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ، آنگاه درایه‌ی  $c_{ij}$  در ماتریس  $C$ ، از ضرب سطر  $i$ ام  $A$  در ستون  $j$ ام  $B$  به دست می‌آید.

نکته: ماتریس قطری، ماتریسی مربعی است که تمام درایه‌های غیرواقعی بر قطر اصلی آن، صفر هستند.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2x & 1 \\ -1 & y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x-1 & 2x+2 \\ -1-y & -1+2y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 2x+2=0 \Rightarrow x=-1 \\ -1-y=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$$

باید درایه‌های غیرواقعی بر قطر اصلی برابر صفر باشند، پس:

$$\text{بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس } A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ برابر است با: } -3 + (-3) = -6$$

۲۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس تعویض پذیر باشند، یعنی  $AB = BA$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

$$A = 3B^2 - 2B + I \Rightarrow \begin{cases} AB = 3B^3 - 2B^2 + B \\ BA = 3B^3 - 2B^2 + B \end{cases} \Rightarrow AB = BA$$

ابتدا داریم:

بنابراین  $A$  و  $B$  تعویض پذیرند، پس اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. بنابراین با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(A+B)^2 - (A-B)^2 = [(A+B) - (A-B)][(A+B) + (A-B)]$$

$$= (2B)(2A) - 4BA - 4AB$$

تذکر: اگر ماتریس  $A$  را بتوان به صورت یک چند جمله‌ای برحسب  $B$  نوشت، آنگاه  $A$  و  $B$  تعویض پذیرند، یعنی:

$$AB = BA$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  ماتریسی مربعی باشد، توانهای  $A$  به صورت  $A^2 = A \times A$ ،  $A^3 = A \times A^2$ ، ... و  $A^n = A \times A^{n-1}$  تعریف می‌شود.

نکته: 
$$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{bmatrix}$$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A^6 = (A^2)^3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 4^3 & 0 \\ 0 & 4^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 64 & 0 \\ 0 & 64 \end{bmatrix}$$

$$64 + 0 + 0 + 64 = 128$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $A^6$  برابر است با:

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

طبق فرض در ماتریس  $A = [2i + 3j - 1]_{n \times n}$  داریم:

$$a_{1n} = \frac{4}{3} a_{n1} \Rightarrow (2 + 3n - 1) = \frac{4}{3} (2n + 3 - 1) \Rightarrow 3n + 1 = \frac{4}{3} (2n + 2) \\ \Rightarrow 9n + 3 = 8n + 8 \Rightarrow n = 5$$

بنابراین ماتریس  $A_{5 \times 5}$  دارای ۵ سطر است.

۲۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A_{m \times p} \times B_{p \times n} = C_{m \times n}$ ، آنگاه درایه  $c_{ij}$  در ماتریس  $C$  از ضرب سطر  $i$ ام  $A$  در ستون  $j$ ام  $B$  به دست می‌آید.

با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$B \cdot A = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \\ = \begin{bmatrix} -4 \times 2 & -4 \times (-1) & -4 \times 3 \\ -3 \times 2 & -3 \times (-1) & -3 \times 3 \\ 2 \times 2 & 2 \times (-1) & 2 \times 3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} -8 & 4 & -12 \\ -6 & 3 & -9 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}_{3 \times 3}$$

۲۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_{12} = 1 + 6 = 7 \quad a_{22} = 4 + 6 = 10 \quad a_{32} = 9 + 6 = 15$$

مجموع هر سه درایه حاصل  $7 + 10 + 15 = 32$

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^3 = \begin{bmatrix} 2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -1 \\ 1 & \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

پس  $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & -8 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^3 = (A.A).A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix} . A = \begin{bmatrix} 0 & 17 & 27 \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- [-۲۷ ۷۱ ۱۱۲]

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

طبق فرض ماتریس  $A = [3i - 5j - ij]_{p \times q}$ ، باید درایه‌ی سطر  $p$  ام و ستون  $q$  ام برابر صفر باشد، پس:

$$3p - 5q - pq = 0 \Rightarrow p(3 - q) = 5q \Rightarrow p = \frac{5q}{3 - q}$$

چون  $p > 0$ ، پس باید  $3 - q > 0$ ، بنابراین  $q < 3$ ، از طرفی  $q \geq 1$ ، پس دو حالت امکان پذیر است:

$$\begin{cases} q = 1 \Rightarrow p = \frac{5}{3-1} = \frac{5}{2} \text{ غیر قابل قبول} \\ q = 2 \Rightarrow p = \frac{10}{3-2} = 10 \end{cases}$$

بنابراین  $A$  یک ماتریس با ۱۰ سطر و ۲ ستون است. پس دارای  $20 - 10 \times 2$  درایه است.

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در ماتریس  $A = [2(i^2 + j^2)]_{3 \times 3}$  به ازای هر  $i$  و  $j$  داریم:  $a_{ij} = a_{ji}$ ، پس درایه‌های متناظر بالا و پایین قطر اصلی برابرند. بنابراین مجموع درایه‌های بالای قطر اصلی با مجموع درایه‌های پایین قطر اصلی برابر است، پس:

$$\frac{X}{Y} = 1$$

۳۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته:  $[a_{ij}]_{m \times n} \pm [b_{ij} \pm b_{ij}]_{m \times n}$

با جای گذاری مقادیر صفر،  $\pi$  و  $2\pi$  به جای  $x$  در ماتریس  $f(x) = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$  داریم:

$$A = f(0) + f(\pi) + f(2\pi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس، برابر است با:  $1 + 1 - 2$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس اسکالر، یک ماتریس قطری است که تمام درایه‌های روی قطر اصلی آن با هم برابر است.

نکته: برای جمع کردن دو ماتریس هم‌مرتبه، باید درایه‌های متناظر را در دو ماتریس نظیر به نظیر با هم جمع کنیم.

ابتدا  $A + B$  را به دست می‌آوریم:

$$A + B = \begin{bmatrix} a - 2 & 3b + b - 2 \\ 2c - c + 4 & 1 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a - 2 & 4b - 2 \\ c + 4 & 4 \end{bmatrix}$$

طبق فرض این ماتریس، ماتریسی اسکالر است. پس:

$$4b - 2 = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$c + 4 = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$a - 2 = 4 \Rightarrow a = 6$$

$$a + 2b - c = 6 + 2 \times \frac{1}{2} - (-4) = 6 + 1 + 4 = 11$$

بنابراین:

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -2A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - 2A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}$$

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, -A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. باید تعداد مسیرهای مستقیم  $A$  به رئوس دیگر را بنویسیم.

$$\begin{matrix} & A & B & C \\ A & 0 & 1 & 2 \end{matrix}$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به ماتریس داده شده، و رسم رئوس به هم متصل شده، گزینه ۴ به دست می‌آید.

۳۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow$  مجموع درایه ها = ۲

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $[i + j^2]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow$  ۱۶: مجموع درایه ها

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\begin{bmatrix} -6 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -6a + 1 = 1 \\ a + b + 6 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -5 \end{cases}$

۳۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 1$

۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} = -4I$

۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $A + I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$A(A + I) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $|2 \ x \ 3| \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x + 0 = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha = 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta = 1 \Rightarrow \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 - \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+1 & x+xy \\ 2+2y & 2x+y^2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} 2x+1 &= 11 \Rightarrow x=5 \\ (1+y)5 &= 15 \Rightarrow y=2 \Rightarrow x+y=7 \end{aligned}$$

$$-2 \begin{cases} 2A + B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \\ \Lambda + B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-B = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow B^2 \text{ های جمع درایه های } 10$$

$$AB^2 - B^2A = (AB)B - B(BA)$$

۴۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-(I + BA) \cdot B - B(AB - I) - B + BAB - BAB + B - 2B$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون A با 2I در ضرب خاصیت جابجایی دارد، پس اتحادهای جبری برای (A - 2I)^2

$$A(A - 2I)^2 = A(A^2 + 4I - 4A) = A(3A + I + 4I - 4A) = A(5I - A) = 5A - (3A + I) - 2A - I$$

برقرار است.

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+2c & b+2d \\ a & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+2c=2 \Rightarrow c=1 \\ b+2d=0 \Rightarrow d=-1 \end{cases} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

۴۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-2 \quad x| \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & x^2-2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = -3x + 2x^2 - 4 = -2 \Rightarrow x = 2$$

$$|-2 \ x| + \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x & -2 + x^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = x \Rightarrow -3x - 4 + 2x^2 = x$$

$$: 2x^2 - 4x - 4 = 0 : \underbrace{x^2 - 2x - 2 = 0}_{(x-1)^2 - 1} : (x-1)^2 = 3$$

$$-x - 2 + 6x - 2x + 7 \Rightarrow 3x - 9 \Rightarrow x = 3$$

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۵۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = 2 \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} = 2R_{30} \Rightarrow A^T = 2R_{-30}$$

$$B = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} = \sqrt{2}R_{-45} \Rightarrow B^T = 2R_{(-135)} = 2 \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^T B^T = 22 \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 22 \\ -22 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{می دانیم: } (R\alpha)^n = R(n\alpha)$$

۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} = R_{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow A^T = R_{\pi} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A : 2 \times 3 \Rightarrow A \cdot B^T : 2 \times 2 \\ B^T : 3 \times 2$$

۵۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} 3 + 2x = 1 \\ 3x + 5x - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ نشدنی است}$$

$$BA = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 27 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{مجموع درایه ها} = 25$$

۵۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{cases} -y + 4 = -1 \Rightarrow y = 5 \\ y + 2x + 2 = 1 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \right\} \Rightarrow x - y = -8$$

۵۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^y = xA + yI$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 0 \\ x & 2x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 0 \\ x & 2x+y \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x + y = 1 \Rightarrow y = -2 \end{cases} \Rightarrow A^y = 3A - 2I$$

$$A^3 = 3A^2 - 2A = 3(3A - 2I) - 2A = 7A - 6I \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 7 \\ \beta = -6 \end{cases} \Rightarrow \alpha + \beta = 1$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{توجه: } A \times A^* = |A| \cdot I \Rightarrow \begin{bmatrix} x & y \\ x & t \end{bmatrix} = A^* = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 0 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, t = 2 \Rightarrow t - x = -1$$

توجه:

$$A^* = \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \leftarrow A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A_{3 \times 4} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 0 & 3 & 4 \\ -3 & -3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۲ = مجموع اعضا



۶۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|1 - 2| \times \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} = |1 - 4 - 6|$$

$$\Rightarrow |1 - 4 - 6| \times \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} = (4 - 4 - 12) = -12$$

۶۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 15A - A^4 = \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 15 & 30 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 15 & 16 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = 14I$$

۶۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A(A-4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I_3$$

۶۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$(A + 3I)(A - 4I) - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

۶۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با ضرب ماتریس ها داریم:

$$\begin{bmatrix} 4 + ab \\ 10 + 3a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4 + ab = -2 \\ 10 + 3a = 1 \rightarrow a = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4a + ab = -2 \Rightarrow 4 + (-3)b = -2 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + b = -1$$

۶۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|2x - 1 \quad x| \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = 2x + 7 \Rightarrow 6x - 2 - x = 2x + 7 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

۶۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$(A + I)^2 = \left( \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = 2A$$

۶۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{1}{3}A(A + I) = \frac{1}{3}A^2 + \frac{1}{3}A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix} + \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ 9 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

۶۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$2 \times 1 + x \times 2 + 3 \times 0 = 1 - x \Rightarrow 2 + 2x = 1 - x \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3}$$

۷۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 12 \\ 12 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^4 \text{ مجموع درایه های ماتریس } = 29 + 12 + 12 + 5 = 58$$

۷۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-2 \ x| \times \begin{bmatrix} x & 1 \\ 3 & x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = [x \ -2 + x^2] \times \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} = 1$$

$$: -3x - 4 + 2x^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 5 = 0, x = \begin{cases} -1 \\ +\frac{5}{4} \end{cases} : (x - 1)^2 = \begin{cases} 4 \\ \frac{9}{4} \end{cases}$$

۷۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \cdot A = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = I_2 \cdot A = A$$

$$\Rightarrow A^n = \begin{cases} I_2 & \text{زوج باشد } n \\ A & \text{فرد باشد } n \end{cases} \Rightarrow A^4 = A^{11} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -8 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 8 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

نکته درسی:

(۱) قاعده‌ی ضرب ماتریس‌ها

$$A_{n \times n} \times I_n = I_n \times A_{n \times n} = A_{n \times n} \quad (۲)$$

۷۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta & 0 \\ 0 & \beta \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2\alpha - 4 \Rightarrow \alpha = 2 \\ \alpha + \beta - 1 \Rightarrow \beta = -1 \end{cases} \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

۷۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} xA + yI_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} x & 2x \\ 3x & 4x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & 0 \\ 0 & y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+y & 2x \\ 3x & 4x+y \end{bmatrix} \end{cases}$$

با برابر قرار دادن دو ماتریس بالا خواهیم داشت:  $x + y = 7$

۷۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس  $A^{-1}$  را محاسبه می‌نماییم:

$$A^{-1} = \frac{1}{3 \times 2 - 1 \times 5} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

با ضرب  $A^{-1}$  در طرفین رابطه‌ی داده شده داریم:

$$A \times B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} \times A \times B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times A = I \Rightarrow B = A^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -8 & -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین درایه‌های واقع بر قطر اصلی  $B$ ، ۳ و -۱ هستند که مجموعی برابر ۲ دارند.

۷۶- گزینه ی ۲ صحیح است.  $[6 \quad 3X] \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = 9 \Rightarrow -6 + 12X = 9 \Rightarrow X = \frac{5}{4}$

۷۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.  $\begin{cases} 3 + 2X - 1 \\ 3X + 5X - 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2X - 2 \\ 8X - 4 \end{cases}$  نشدنی

۷۸- گزینه ی ۳ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{4} & -\sin \frac{\pi}{4} \\ \sin \frac{\pi}{4} & \cos \frac{\pi}{4} \end{bmatrix} = R\left(\frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow A^4 = R\left(4 \times \frac{\pi}{4}\right) = R(\pi)$$

$$\Rightarrow A^4 = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

توجه:  $R_\alpha^n = R(n\alpha)$  ( $R_\alpha$  ماتریس دوران)

۷۹- گزینه ی ۲ صحیح است.  $\begin{matrix} 2 \times 3 \\ 3 \times 4 \end{matrix} \Rightarrow A \times B^t$  قابل تعریف

۸۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.  $\begin{cases} a - 2b - 5 \\ b - 2a - 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + 2b - 10 \\ -2b + 2a - 6 \end{cases} \Rightarrow -a - b = 8 \Rightarrow a + b = -8$  تکراری

۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$[2 + 2X \quad -2 + 3X] \begin{bmatrix} 3 \\ X \end{bmatrix} = 5 \Rightarrow 6 + 6X - 2X + 3X^2 = 5 \Rightarrow 3X^2 + 4X + 1 = 0 \Rightarrow X = -1, -\frac{1}{3}$$

۸۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \Rightarrow A^{2k} = I^k = I \Rightarrow A^{2k+1} = A$$

بنابراین تمامی توان های فرد A برابر A می باشند.

۸۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. توجه:  $R_{\alpha}^n = R(n\alpha)$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A = R\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow A^{\vee} = R_{\pi} = \begin{bmatrix} \cos \pi & -\sin \pi \\ \sin \pi & \cos \pi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۸۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|-x + 2 \ 3| \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

۸۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{\vee} - 4A = A(A - 4I) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix} = 5I$$

۸۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. برای حل کافی است ضرب ۲ ماتریس را انجام دهیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 15 + 4a + 4b - 3 \\ 10 + 4 - 4b - 6 \end{cases} \Rightarrow 25 + 4a = 5 \quad a = -5$$

۸۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A^{\vee} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  پس  $A^{\vee} = -I$  در نتیجه ماتریس  $A^{\vee}$  چنین است:

$$A^{\vee} = (A^{\vee})^3 A \Rightarrow A^{\vee} = (-I)^3 A \Rightarrow A^{\vee} = -A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۸۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow{\text{ضرب ماتریس ها}} -2 + 2x + 5x = 4 \Rightarrow 8x = 6 \quad : \quad x = \frac{3}{4}$$

۸۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|-x+6 \quad x-4| \begin{bmatrix} x \\ -1 \end{bmatrix} = 10 \Rightarrow -x^2 + 6x - x + 4 = 10 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow x = 2, 3$$

۹۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + 2A = \bar{O} \Rightarrow A^2 = -2A$$

$$(A + I)(-3A - 2I) = -3A^2 - 2AI - 3IA - 2I.I = 6A - 2A - 3A - 2I = A - 2I$$

۹۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -10 \\ -25 & 19 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$$

$$2AB = 2 \times \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ -2 & 28 \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{A^2 + 2AB + B^2}{A^2 + 2AB + B^2} = \begin{bmatrix} 2 & -18 \\ -27 & 39 \end{bmatrix}$$

۹۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. داریم:  $IA - AI$  پس خاصیت جابه‌جایی برای ضرب وجود دارد، بنابراین اتحادها برقرارند، داریم:

$$\begin{cases} (I - A)^2 = I - 2A + A^2 \\ A^2 = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ -4 & -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \bar{O}_{2 \times 2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (I - A)^2 = I - 2A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 12 & 18 \\ -8 & -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & -18 \\ 8 & 13 \end{bmatrix}$$

۹۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{بررسی الف: } AB = \begin{bmatrix} c & d \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \bar{O} \Rightarrow c = d = \cdot$$

پس الف صحیح است.

$$\text{بررسی ب: } AB = \bar{O} \quad BA = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & a \\ \cdot & c \end{bmatrix} \Rightarrow AB \neq BA$$

پس ب لزوماً درست نیست.

بررسی ج: برای آن که  $AB = BA$ ، چون  $c = d = \cdot$  است و  $\begin{bmatrix} c & d \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & a \\ \cdot & c \end{bmatrix}$  پس باید  $a = \cdot$  باشد.

پس خواهیم داشت:  $B = \begin{bmatrix} \cdot & b \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}$

یعنی B بالا مثلثی است. (دقت کنید که اگر فرض  $AB = \bar{O}$  برقرار نبود از  $AB = BA$  نتیجه می شود  $a = d$  و  $c = \cdot$ ، لذا  $B = \begin{bmatrix} a & b \\ \cdot & a \end{bmatrix}$  است که باز هم بالا مثلثی است.)

۹۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Lambda^2 - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Lambda^3 - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \Lambda^n - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda^n - \Lambda^{n-1} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 2 \end{bmatrix}$$

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^2 - \begin{bmatrix} 4-x & 2x+ax \\ -2-a & -1+a^2 \end{bmatrix} - A - \begin{bmatrix} 2 & x \\ -1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4-x=2 \Rightarrow x=2 \\ -2-a=-1 \Rightarrow a=-1 \end{cases} \Rightarrow -ax-2$$

۹۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-2 & 2+2 \\ -1-1 & -2+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$2A = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$-3I = -3 \begin{bmatrix} 1 & \cdot \\ \cdot & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & \cdot \\ \cdot & -3 \end{bmatrix}$$

$$A^2 + 2A - 3I = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & \cdot \\ \cdot & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 8 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}$$

که مجموع درایه هایش صفر است. البته سوال، جمع درایه های سطر اول را می خواهد که می شود ۶.

۹۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. بنا به تعریف ضریب ماتریس ها داریم:

$$2(2-x) + 3(x-1) + 5(1+x) - 2 \Rightarrow 4 - 2x + 3x - 3 + 5 + 5x - 2 \Rightarrow 6x = -8 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$$

۹۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 5 & 9 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه ها = ۳۰

۹۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

پس به صورت استقرایی می توان حدس زد:

$$A^n = \begin{bmatrix} 1 & n & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین:  $A^{91} = \begin{bmatrix} 1 & 91 & 91 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و مجموع درایه ها برابر است با:

$$1 + 91 + 91 + 1 + 1 = 185$$

۱۰۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. ماتریس مفروض را فقط در ستون دوم مشخص می کنیم که در آن  $i$  شماره ی سطر و

$$[i^2 + 3j]_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \\ 15 \end{bmatrix}_{i^2}$$

ستون دوم

$$\Rightarrow 7 + 10 + 15 = 32$$

۲-  $j$  شماره ی ستون است.



۱۰۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_{11} = a_{22} = a_{33} = 0$$

$$a_{12} = 1^2 - 2^2 = -3, a_{13} = 1^2 - 3^2 = -8, a_{22} = 2^2 - 3^2 = -5$$

$$a_{21} = 1^2 - 2^2 = -3, a_{31} = 1^2 - 3^2 = -8, a_{32} = 2^2 - 3^2 = -5$$

$$\Rightarrow A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & -8 \\ -3 & 0 & -5 \\ -8 & -5 & 0 \end{bmatrix}$$

واضح است که ماتریس A، متقارن است.

۱۰۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -6 \\ 5 & -3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \square \end{bmatrix}$$

برای یافتن درایه های سطر دوم و ستون سوم ماتریس C، باید سطر دوم A در ستون سوم B ضرب شود:

$$\text{جواب} = 3 \times (-6) + 0 \times 0 = -18$$

۱۰۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A(A+I) = -I \Rightarrow A^2 + A + I = O \Rightarrow A^2 = -(A+I) \Rightarrow A^3 = A^2 \cdot A = -(A+I)A$$

$$A^2 \cdot (-I) - I$$

۱۰۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} A = [i + 2j]_{3 \times 3} \Rightarrow a_{12} = 1 + 2 \times 2 = 5 \\ B = [i^2 - j]_{3 \times 3} \Rightarrow b_{12} = 1^2 - 2 = -1 \end{cases} \Rightarrow 2A + B$$

۱۰۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = 2I$$

$$A^{1392} = (A)^{696} = 2^{696} I \Rightarrow A^{1392} = A^{1392} \cdot A = 2^{696} I \cdot A = 2^{696} A$$

۱۰۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2a & c \\ 2 & -b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b+1 & 2 \\ d & 2a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \\ -b - 2a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b + 1 \xrightarrow{(*)} 2a - -a + 1 \Rightarrow a - \frac{1}{3} \xrightarrow{(*)} b - -\frac{1}{3} \\ 2a + 2b = 0 \Rightarrow b = -a \quad (*) \end{cases}$$

بنابراین:  $a - b = \frac{2}{3}$

۱۰۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a_{ij} = \begin{cases} i+j & i \leq j \\ j+1 & i > j \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{21} \xrightarrow{2 > 1} \text{ضابطه ی دوم} & 1+1=2 \\ a_{22} \xrightarrow{2 \leq 2} \text{ضابطه ی اول} & 2+2=4 \\ a_{23} \xrightarrow{2 \leq 3} \text{ضابطه ی اول} & 2+3=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{21} + a_{22} + a_{23} = 2 + 4 + 5 = 11$$

۱۰۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: درایه های سطر i ام و ستون j ام ماتریس AB از ضرب سطر i ام ماتریس A در ستون j ام ماتریس B حاصل می شود.

طبق نکته ی بالا باید سطر دوم ماتریس A را در ستون دوم ماتریس B ضرب کنیم:

$$C = AB = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{12} \end{bmatrix}$$

۱۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^8 = A^4 \times A^4 = \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^8 - I = \begin{bmatrix} 1 & 16 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 16 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس A را تعیین می کنیم:

$$2A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1(1) + 2(3) & 1(2) + 2(4) \\ 0(1) + 1(3) & 0(2) + 1(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۱۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس B وارون ماتریس A است، هرگاه  $AB - BA - I$

$$A^2 - 2A = O \Rightarrow A^2 = 2A \xrightarrow{\times A^{-1}} A = 2I = \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & 2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 2 \end{bmatrix}_{n \times n}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس A برابر است با:  $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_n = 2n$

۱۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = -A \quad A^2 = -A \xrightarrow{\times A} A^3 = -A^2 = -(-A) = A$$

بنابراین:  $A^n = \begin{cases} A & \text{فرد } n \\ -A & \text{زوج } n \end{cases}$

پس مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{10} = -A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$  برابر است با:  $-1 + 1 - 2 + 2 = 0$

۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: برای ماتریس دلخواه  $A_{n \times n}$  و ماتریس همانی  $I_n$  داریم:  $AI - IA = A$

نکته: برای ماتریس‌های دلخواه  $A_{n \times m}$ ،  $B_{m \times p}$  و  $C_{m \times p}$  داریم:  $A(B + C) = AB + AC$

$$\underline{A}^2 + 5B + \underline{\Lambda}B = \underline{\Lambda}(\underline{\Lambda} + B) + 5B = 5\underline{\Lambda} + 5B = 5(\underline{\Lambda} + B) = 5 \times 5I = 25I$$

۱۱۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = O$$

چون  $A^3 = O$ ، پس به ازای هر  $n \geq 3$  داریم:  $A^n = O$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 14 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2$  برابر است با  $1 + 4 + 14 + 1 + 8 + 1 - 29$

۱۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس وقتی قابل تعریف است که شماره ستون اولی با شماره سطر دومی برابر باشد. لذا ماتریس  $A \cdot B^t$  قابل تعریف است.

۱۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 \\ 7 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 12 + 21 - 7 + 5 = 31$$

۱۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2a - b \\ 7 & a + 2b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 + a & -3 + 2a \\ 4 + b & -2 + 2b \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6 + a - 4 \Rightarrow a - 2 \\ 4 + b - 7 \Rightarrow b - 3 \end{cases} \Rightarrow ab = -6$$

۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A$$

بنابراین به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$  داریم:  $A^n = A$  در نتیجه:

$$A^{100} = A = \begin{bmatrix} 1 & 100 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{100}$  برابر است با:  $1 + 100 - 101$

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس تعویض پذیر باشند  $(AB - BA)$ ، آن‌گاه همه اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است. به عنوان مثال:

$$\begin{aligned} (A + B)(A^2 - AB + B^2) &= A^3 + B^3 \\ A^2 - A + I = O &\xrightarrow{\times (A + I)} (A + I)(A^2 - A + I) \\ = O &\xrightarrow{\text{تعویض پذیر } I \text{ و } A} A^3 + I^3 = O \Rightarrow A^2 = -I \\ \Rightarrow (A^2)^{465} &= (-I)^{465} = -I \Rightarrow A^{1395} = -I \xrightarrow{\times A} A^{1396} = -A \end{aligned}$$

۱۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ضرب ماتریس‌ها داریم

$$\begin{aligned} [x^2 + 2x \quad 1] \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} [x^2 + 2x \quad 1] &= 0 \\ [-x^2 - 2x + 2 \quad 3] [x^2 + 2x \quad 1] &= 0 \Rightarrow -(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 3 = 0 \\ (x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 &= 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \\ x^2 + 2x + 1 = 0, x^2 + 2x - 3 = 0 &\Rightarrow x \in \{-3, -1, 1\} \end{aligned}$$

۱۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$نکته: ۱ + ۲ + \dots + n = \frac{n(n+1)}{۲}$$

$$نکته: \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ a & ۱ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ b & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ a+b & ۱ \end{bmatrix}$$

با توجه به نکته‌ی بالا، حاصل ضرب ماتریس‌های داده شده برابر است با:

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱+۲+۳+\dots+۲۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ \frac{۲۰ \times ۲۱}{۲} & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۲۱۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های این ماتریس برابر ۲۱۲ است.

۱۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^۲ - A + I \Rightarrow \Lambda^۴ - (A^۲)^۲ - (\Lambda + I)^۲ - \Lambda^۲ + ۲A + I$$

$$\xrightarrow{A^۲ = A + I} (\Lambda + I) + ۲A + I = ۳A + ۲I$$

۱۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^۲ = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = I$$

$$\Lambda^۲ - I \Rightarrow (A^۲)^{۶۹۷} - I \Rightarrow \Lambda^{۱۳۹۴} - I \Rightarrow \Lambda^{۱۳۹۵} - A$$

$$A^{۱۳۹۵} - A^{۱۳۹۴} = A - I = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۳ & -۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۳ & -۳ \end{bmatrix}$$

۱۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = [۲i + ۳j]_{۳ \times ۳} \Rightarrow a_{ij} = ۲i + ۳j$$

بنابراین مجموع درایه‌های ستون دوم این ماتریس برابر است با:

$$a_{۱۲} + a_{۲۲} + a_{۳۲} = (۲ + ۶) + (۴ + ۶) + (۶ + ۶) = ۸ + ۱۰ + ۱۲ = ۳۰$$

۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا طرفین دو تساوی را با هم جمع می‌کنیم:

$$(A + ۲B) + (B + ۲A) = \begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۳ & ۴ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۹ & -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow ۳(A + B) = \begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ ۱۲ & ۳ \end{bmatrix}$$

اکنون با تقسیم طرفین تساوی لالا بر عدد ۳ خواهیم داشت:

$$A + B = \frac{۱}{۳} \begin{bmatrix} ۳ & ۳ \\ ۱۲ & ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۱ \\ ۴ & ۱ \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس  $A^2$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix}$$

حال داریم:

$$A^4 = A^2 \times A^2 = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29 & 30 \\ -45 & 46 \end{bmatrix}$$

۱۲۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$C^2 = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ \frac{1}{3} & 1 & 2 & 8 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & - & - & - \\ - & 4 & - & - \\ - & - & 4 & - \\ - & - & - & 4 \end{bmatrix}$$

اجزا سطر ماتریس اول و اجزا ستون هم‌نام ماتریس دوم، وارون هم‌اند و حاصل ضرب متناظر آن‌ها ۱ می‌باشد، در نتیجه هر درایه قطری ماتریس  $C^2$  برابر ۴ می‌باشد که مجموع آن‌ها برابر است با ۱۶.

۱۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر ماتریس اول در ستون ماتریس دوم نظیر به نظیر ضرب شوند.

$$\begin{bmatrix} 2+2+1 & 4+0-3 \\ 3+8-1 & 6+0+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 10 & 9 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 \\ -2 & 3 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+16-10 & 0+6+21 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 27 & 0 \\ 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های قطری آن ۳۷ می‌باشد.

۱۳۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $A^3 = A^2 \times A = A \times A^2$  است:

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \times A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & -4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 32 & -5 \\ 2 & 32 & -5 \\ 2 & 32 & -5 \end{bmatrix}$$

| ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                        |       |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | - ۱۲۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | - ۱۲۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | - ۱۲۹ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | - ۱۳۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/> | - ۱۳۱ |

| ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |       |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------|
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۶۴  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۶۵  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۶۶  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۶۷  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۶۸  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۶۹  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۰  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۱  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۲  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۷۳  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۴  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۷۵  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۷۶  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۷  |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷۸  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۷۹  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۸۰  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۸۱  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۸۲  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۸۳  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۸۴  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۸۵  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۸۶  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۸۷  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۸۸  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۸۹  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۹۰  |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۹۱  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۹۲  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۹۳  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۹۴  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۹۵  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۹۶  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۹۷  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۹۸  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۹۹  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۱ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۴ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۵ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۶ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰۹ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۱۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۱ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۳ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۴ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۱۵ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۶ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۱۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۱۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱۹ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲۱ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۲۳ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲۴ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲۵ |

| ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |      |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۲  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۳  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۴  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۶  |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۷  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۸  |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۹  |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۰ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۱ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۱۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۴ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۵ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۶ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۱۸ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۱۹ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۲۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۲۱ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۲۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۲۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۲۴ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۲۵ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۲۶ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۲۷ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۲۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۲۹ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۳۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۳۱ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۳۲ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۳۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۳۴ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۳۵ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۳۶ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۳۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۳۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۳۹ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۴۰ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۴۱ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۴۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۴۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۴۴ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۴۵ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۴۶ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۴۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۴۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۴۹ |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۰ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۱ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۲ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۳ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۵۴ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۵ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۵۶ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۵۷ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۵۸ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | - ۵۹ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۶۰ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | - ۶۱ |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | - ۶۲ |



۱- اگر  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{33}$  (۲)  $\frac{1}{9}$  (۳) ۱ (۴) ۳۳

سراسری => تجربی => ۸۰ و سنجش علمی آزمون یار => ۸۱-۸۰ => متوسطه

۲- اگر در دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$  به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه شود به مقدار دترمینان کدام عدد افزوده می‌شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۳۰ (۴) ۴۰

سراسری => ریاضی => ۸۰

۳- از تساوی  $\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ 1 & 1 & 1 \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} = 0$ ، کدام نتیجه‌گیری درست است؟

- (۱)  $abc = 0$  (۲) a و b و c هر عدد دلخواه‌اند.  
(۳)  $a + b + c = 0$  (۴)  $ab + bc + ca = 0$

سراسری => ریاضی => ۸۱

۴- اگر  $a + b + c = -5$  حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ a & b+2 & c \\ a+2 & b & c \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۱۲

سراسری => ریاضی => ۸۲

۵- اگر  $\text{Log}(3x - 2) = \begin{vmatrix} \log 5 & \log 2 \\ \log 2 & \log 5 \end{vmatrix}$  باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{5}{4}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

سراسری => تجربی => ۸۲

۶- اگر  $abc \neq 0$  باشد، از معادله  $\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & \cdot & c \\ -b & -c & \cdot \end{vmatrix} = 0$  کدام نتیجه‌گیری صحیح است؟

- (۱)  $a + b + c = 0$  (۲)  $a - b + c = 0$  (۳)  $a + b - c = 0$  (۴)  $-a + b + c = 0$

سراسری <=> ریاضی <= ۸۳

۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & \cdot \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس معکوس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۳

سراسری <=> تجربی <= ۸۳

۸- در دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases}$  معکوس ماتریس ضرایب مجهول، به صورت  $\begin{bmatrix} -1 & \cdot \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  است. اگر  $x = 1$ ، مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <=> ریاضی <= ۸۶

۹- اگر  $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & \cdot \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

سراسری <=> تجربی <= ۸۶

۱۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $A^2 + A$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

سراسری <=> تجربی <= ۸۷

۱۱- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر  $\alpha$ ، معادله‌ی ماتریسی  $\begin{bmatrix} \alpha + 1 & \cdot \\ -1 & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix}$  جواب دارد؟

- (۱)  $\{-1, 1\}$  (۲)  $R - \{0, 1\}$  (۳)  $\emptyset$  (۴)  $R$

سراسری <=> تجربی <= ۸۸

۱۲- اگر  $a, b$  دو عدد حقیقی و  $i$  و  $j$  شماره‌ی سطر و ستون هر درایه باشند، دترمینان ماتریس  $3 \times 3$   $A = [ai + bj]$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $a + b$  (۳)  $a \cdot b$  (۴)  $ab(a + b)$   
 سراسری <= ریاضی <= ۸۹

۱۳- اگر  $X + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  باشد وارون ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$   
 سراسری <= تجربی <= ۹۱

۱۴- به هر درایه‌ی سطر سوم دترمینان  $\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 2 \end{vmatrix}$  کدام عدد افزوده شود تا مقدار دترمینان ۸ واحد بیش‌تر گردد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲  
 سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۱۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} \cdot & -\tan \alpha \\ \tan \alpha & \cdot \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس همانی مرتبه‌ی ۲ باشد. سطر اول ماتریس  $(I + A)^{-1}(I - A)$ ، کدام است؟

- (۱)  $[\cos 2\alpha - \sin 2\alpha]$  (۲)  $[\cos 2\alpha \quad \sin 2\alpha]$  (۳)  $[\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$  (۴)  $[-\sin 2\alpha \quad \cos 2\alpha]$   
 سراسری <= ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۱۶- اگر دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ bc & ac & ab \\ ac & ab & bc \end{vmatrix} = D$  باشد، حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} a + b & b & ab \\ b + c & c & bc \\ a + c & a & ac \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $-D$  (۲)  $D$  (۳)  $(a + b + c) D$  (۴)  $abcD$   
 سراسری <= ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۷- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر  $A \times B$  ماتریس واحد باشد. مجموع درایه‌های سطر اول ماتریس  $B$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $1/5$  (۳) ۲ (۴)  $2/5$   
 سراسری <= تجربی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$  باشند، ماتریس  $(A - B)^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -0/2 & 0/1 \\ 0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0/3 & -0/2 \\ 0/2 & 0/4 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0/2 & -0/2 \\ 0/3 & 0/4 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی <= ۹۴

۱۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$  باشند، وارون ماتریس  $A \times B$ ، کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$  (۲)  $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 8 & 7 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -7 & -8 \end{bmatrix}$  (۴)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -9 & -8 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی <= ۹۵

۲۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix}$  باشند، ماتریس  $(2B) \cdot A^{-1}$ ، کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 8 & -15 \\ -7 & 11 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 10 & -7 \\ -9 & 13 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$

سراسری => تجربی <= ۹۶

۲۱- اگر به تمام درایه‌های ستون دوم ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 3 & b & 6 \end{bmatrix}$ ، یک واحد اضافه شود، به مقدار دترمینان ماتریس

اولیه، کدام عدد اضافه می‌شود؟

(۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۶

سراسری => ریاضی <= ۹۶

۲۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ ، از رابطه‌ی ماتریسی  $AX - A - 2I$ ، ماتریس  $X$ ، کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$

سراسری => ریاضی <= ۹۸

۲۳- اگر  $A$  ماتریس  $3 \times 3$  باشد و  $|A| = 4$ ، آن‌گاه دترمینان ماتریس  $|A|A$ ، کدام است؟

(۱) ۶۴ (۲) ۹۶ (۳) ۱۲۸ (۴) ۲۵۶

سراسری => ریاضی <= ۹۸

۲۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ ،  $B$  ماتریسی وارون‌پذیر باشد و  $A + B - \lambda AB$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۴

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۵- اگر دستگاه  $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m \end{cases}$  فاقد جواب باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $m$  کدام است؟

(۴)  $\{-1, 2\}$

(۳)  $\{1, 2\}$

(۲)  $\{2\}$

(۱)  $\{-1\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $A - mI$  وارون‌پذیر نباشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $m$  کدام است؟

(۴)  $\{2, 6\}$

(۳)  $\{2, 4\}$

(۲)  $\{1, 6\}$

(۱)  $\{3, 4\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۷- اگر ماتریس  $A + I$  و  $2A$  وارون هم باشند، ماتریس  $A^3$  کدام است؟

(۴)  $2A - \frac{3}{4}I$

(۳)  $\frac{3}{4}I - 2A$

(۲)  $2A + \frac{3}{4}I$

(۱)  $\frac{3}{4}I$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $X$  در دستگاه  $AB - B$ ، کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) -۳

(۱) ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- از معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $B$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 11 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 14 & 21 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 19 & 17 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5|A| & |A| \end{bmatrix}$  و  $|A| > 0$ ، حاصل  $(|A|^3 - 1)$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{7}{8}$       (۲)  $-\frac{3}{4}$       (۳)  $-\frac{1}{4}$       (۴)  $\frac{1}{4}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 5 & -2 \\ 5 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱)  $-60$       (۲)  $-30$       (۳)  $20$       (۴)  $40$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- به ازای کدام مقدار  $m$ ، دستگاه معادلات  $\begin{cases} 3x + my - m + 3 \\ (2m + 1)x + 12y - 4m + 5 \end{cases}$  بی‌شمار جواب دارد؟

- (۱)  $-\frac{9}{4}$       (۲)  $-\frac{9}{2}$       (۳)  $4$       (۴)  $5$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۳- مقدار دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 4 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱)  $18$       (۲)  $20$       (۳)  $24$       (۴)  $28$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 0 & m & 3 \end{bmatrix}$  باشد، ماتریس  $A$  به ازای کدام مقدار  $m$  ماتریس وارون‌پذیر نیست؟

- (۱)  $-2$       (۲)  $3$       (۳) هر مقدار      (۴) هیچ مقدار

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۵- دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۱۰ (۳) -۲۰ (۴) ۲۰

آزمایشی سنجش = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $X$  از رابطه  $AX - 3A - 4I$ ، کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -17 & 14 \\ 8 & -3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -12 & 8 \\ 9 & -4 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -15 & 7 \\ 13 & -4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۷- اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix}$  و  $|A| > 1$ ، آنگاه حاصل  $|A - I|$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۸- مجموعه جواب معادله  $\begin{vmatrix} 0 & x-4 & x-3 \\ x+2 & 0 & -2 \\ x+1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0$  کدام است؟

(۱)  $\{-1, 4\}$  (۲)  $\{-2, 3\}$  (۳)  $\{-5, 2\}$  (۴)  $\{-3, 6\}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۹- اگر دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + (b-1)y - 2 \\ (a+2)x + 2by - 3 \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) -۷ (۴) ۷

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $2(A + I)^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 6 & -4 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۱- اگر وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix}$  با خودش برابر باشد، دترمینان این ماتریس کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳  $2\sqrt{2}$  (۳)      ۴  $-\sqrt{2}$  (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- ۱  $-\frac{2}{3}$  (۱)      ۲  $\frac{-1}{3}$  (۲)      ۳  $\frac{1}{2}$  (۳)      ۴ ۲ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۳- دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 11 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- ۱ -۴ (۱)      ۲ صفر (۲)      ۳ ۴ (۳)      ۴ ۱۲ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  باشند، آنگاه  $|A \times B|$  کدام است؟

- ۱ ۱۲۰ (۱)      ۲ ۱۳۰ (۲)      ۳ ۲۴۰ (۳)      ۴ ۲۶۰ (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- به ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} mx - 3y = 5 \\ 4x + (m - 8)y - 3m + 4 \end{cases}$  بی شمار جواب دارد؟

- ۱ ۲ (۱)      ۲ ۴ (۲)      ۳ ۶ (۳)      ۴ هیچ مقدار  $m$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- به ازای کدام مقدار  $a$ ، ماتریس  $C = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 3a \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  وارون پذیر است؟

- ۱ -۸ (۱)      ۲ ۸ (۲)      ۳  $R - \{-8\}$  (۳)      ۴  $R - \{8\}$  (۴)

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix}$  باشند، ماتریس  $A^{-1}B$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 47 \\ -16 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 45 \\ -18 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 45 \\ -16 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۸- به ازای کدام مقادیر  $m$ ، دستگاه معادلات  $\begin{cases} (m-1)x + 2y = 5 \\ 5x + (m+2)y = 9 \end{cases}$  جواب دارد؟

(۱)  $\{-4, 3\}$  (۲)  $\{4, -3\}$  (۳)  $R - \{4, -3\}$  (۴)  $R - \{-4, 3\}$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 7 \\ -3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  باشد،  $|A|$  کدام است؟

(۱)  $-258$  (۲)  $-248$  (۳)  $215$  (۴)  $225$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$  باشد، وارون ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 12 & -7/5 \\ -10/5 & 8 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 12 & 9 \\ -7/5 & -10/5 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 14 & -11/25 \\ -9 & 7/5 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 14 & -10/25 \\ -9 & 8/5 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <=> دوازدهم <=> سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  وارون ماتریس  $\frac{1}{2}A^2 + A^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <=> تجربی <=> ۸۴

۵۲- از رابطه  $\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  مقدار  $a, d$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{1}{8}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{3}{8}$

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۰

۵۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی <= ۸۱ و آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۱

۵۴- از رابطه‌ی ماتریسی  $A, X - B$  ماتریس  $X$  چگونه است؟ (دترمینان ماتریس  $A$  غیر صفر است.)

(۴)  $A^{-1} \cdot B$

(۳)  $\frac{B}{A}$

(۲)  $A \cdot B^{-1}$

(۱)  $AB^{-1}$

آزمایشی سنجش => تجربی <= ۸۱

۵۵- دستگاه معادلات  $\begin{cases} m(x-1) - 3(x-y) \\ 4x + (m+1)y - 2 \end{cases}$  به ازای کدام مقدار  $m$  بیشمار جواب دارد؟

(۴) ۵

(۳) ۳

(۲) -۳

(۱) -۵

آزمایشی سنجش => ریاضی <= ۸۱

۵۶- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  باشد، که  $2A + I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  آنگاه دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳) صفر

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی <= ۸۲

۵۷- مقدار  $m$  کدام باشد که دستگاه  $\begin{cases} (2m-1)x - 2y - 0 \\ -5x + (m-1)y - 0 \end{cases}$  دارای بیشمار جواب باشد؟

(۴)  $-\frac{3}{2}, 3$

(۳) فقط  $\frac{3}{2}$

(۲) فقط -۳

(۱)  $-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی <= ۸۲

۵۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  باشد عنصر واقع بر سطر دوم و ستون اول در وارون ماتریس  $2A$  کدام عدد است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$  (۲) ۱ (۳) -۴ (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۵۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $2A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۶۰- اگر  $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱) -۶۴ (۲) -۸ (۳) ۱ (۴) ۲۷

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۱- اگر  $A + 2I = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟ (I ماتریس واحد است)

- (۱) -۶ (۲) -۴ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۲

۶۲- به ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} my + 2x - 5 \\ y + (m - 1)x - 2m - 3 \end{cases}$  جواب ندارد؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  از رابطه  $AX - B$  ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۲

۶۴- با فرض  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$  مقدار  $a$  کدام باشد تا دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  برابر ۲ باشد؟

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-2$  (۴)  $-\frac{3}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۶۵- اگر  $2A + I_2 = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان  $2A^{-1}$  چقدر است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۶- در دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}$  اگر به عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم ۲ واحد اضافه کنیم، مقدار دترمینان یک واحد اضافه خواهد شد. مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۷- تعداد جوابهای معادله  $\begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ x+1 & 9 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0$  چیست؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۳

(۴) بی شمار

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۸- با فرض آنکه  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = a + x \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$  مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-8$  (۲) ۸ (۳) ۴ (۴)  $-4$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۶۹- حاصل  $\begin{vmatrix} a & \cdot & a \\ \cdot & a & \cdot \\ a & \cdot & a \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \cdot & b & \cdot \\ b & \cdot & b \\ \cdot & b & \cdot \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۳)  $a - b$

(۲)  $a + b$

(۱)  $ab$

(۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۲

۷۰- اگر  $2A - I_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$  جمع درایه‌های  $A^{-1}$  چقدر است؟

(۴) ۱

(۳)  $\frac{5}{7}$

(۲) ۵

(۱)  $\frac{1}{7}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۷۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $(A \cdot A^{-1} - A)$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) -۲

(۱) -۶

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۳

۷۲- در دستگاه  $\begin{cases} ax+by=2 \\ cx+dy=-1 \end{cases}$  معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  است.  $x+y$  کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۷

(۲) ۵

(۱) ۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۳- هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  مقدار دترمینان ماتریس  $A^2 \cdot |A|$  کدام است؟

(۴) ۸۱

(۳) ۱

(۲) ۱۶

(۱)  $\frac{1}{16}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۴- در دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix}$  به عنصر واقع در سطر دوم، ستون سوم ۳ واحد اضافه شده است به مقدار دترمینان کدام عدد اضافه می‌شود؟

(۴) ۱۸

(۳) ۱۵

(۲) ۶

(۱) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۵- با فرض آنکه  $m = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ a & 1 & 2 \end{vmatrix}$  مقدار  $\begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $2m$  (۲)  $-\frac{m}{2}$  (۳)  $\frac{m}{2}$  (۴)  $-2m$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۶- اگر به درایه واقع بر سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ ، ۴ واحد بیفزائیم به مقدار دترمینان آن ۶ واحد اضافه می‌گردد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-4$  (۲)  $-3$  (۳)  $3$  (۴)  $\frac{15}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۷- در ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  اگر  $a_{ij} = ij - 3i$  باشد، مقدار  $|A|$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $8$  (۳)  $4$  (۴)  $-4$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۸- اگر  $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  دترمینان  $3A^2$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{24}$  (۲)  $\frac{1}{16}$  (۳)  $\frac{1}{48}$  (۴)  $\frac{1}{54}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۷۹- دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  .  $|3 \ 1|$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $12$  (۳)  $-12$

(۴) دترمینان برای آن تعریف نشده است.  
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۸۰- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، جمع درایه‌های  $(I - A)^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $4$  (۲)  $-6$  (۳)  $-2$  (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۸۱- با فرض  $A^{-1} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $2A$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۱ (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۸۲- اگر  $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12$  باشد، عدد  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{10}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{10}$  (۴)  $\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۳- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۹

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۴- اگر  $\begin{vmatrix} -a & b & a \\ -1 & -b & a \\ a & -b & b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$  باشد، مقدار  $\begin{vmatrix} b-a & 1 & 0 \\ -b-1 & -1 & 2a \\ a-b & -1 & 2b \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{a}$  (۲)  $\frac{3}{b}$  (۳)  $3b$  (۴)  $3a$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۵- با کدام مقادیر  $a$  دستگاه معادلات  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix}$  سازگار است؟

- (۱) ۲ و -۱ (۲) -۲ و ۱ (۳) ۱ و -۳ (۴) -۱ و ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۶- به ازای کدام مقدار  $a$  دستگاه معادلات  $(x + y = a^2 + a + 1, x + 2y = 5)$  جواب دارد؟  
 (۱) ۲ و -۱ (۲) ۱ و -۳ (۳) ۲- و ۱ (۴) ۱- و ۳

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۳

۸۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  و مقدار دترمینان ماتریس  $A(A^{-1} - I)$  برابر ۶ باشد،  $a$  کدام است؟  
 (۱) -۱ (۲) ۰ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۸۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 3 \end{bmatrix}$  باشد دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{7}$  (۳)  $\frac{1}{14}$  (۴)  $\frac{1}{21}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۴

۸۹- اگر دترمینان معکوس ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  برابر با -۲ باشد  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{17}{2}$  (۲)  $\frac{17}{4}$  (۳)  $\frac{31}{2}$  (۴)  $\frac{31}{4}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۴

۹۰- مقدار دترمینان  $\begin{bmatrix} 7 & -2 & -7 \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۹۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(A^{-1} - I)$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۴



۹۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  باشد دترمینان ماتریس  $3A^{-1}$  برابر کدام است؟

(۱) -۹ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۹

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(A^2 - I)$  کدام است؟

(۱) ۱۰۸ (۲) ۱۱۴ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۴۷

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۴

۹۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(A - A^{-1})$  کدام است؟

(۱) -۶۴ (۲) -۱۶ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $(A - 2I)$  برابر ۹ باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۴

۹۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  باشد دترمینان ماتریس  $(I - 2A^{-1})$  کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 7 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  برابر  $\frac{1}{4}$  باشد،  $a$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳ (۳)  $\frac{29}{8}$  (۴)  $-\frac{27}{8}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۹۸- اگر  $2A + I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  ، مقدار دترمینان  $A$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۹۹- هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(2A)^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{18}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{12}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  ، دترمینان ماتریس  $2A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲) -۴ (۳) -۱ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۱- هرگاه  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  مقدار دترمینان ماتریس  $A^2$  .  $|A|$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{16}$  (۲) ۱۶ (۳) ۱ (۴) ۸۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۲- مقدار  $x$  از معادله‌ی زیر کدام است؟

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۳- اگر  $a + b + c - x = 16$  و  $\begin{vmatrix} a & b & c+x \\ a & b+x & c \\ a+x & b & c \end{vmatrix} = 16$  باشد مقدار  $x$  چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۴- اگر دستگاه  $\begin{cases} (1-m)x + 2y = m \\ -3x + my = 2 \end{cases}$  جواب نداشته باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲
- آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۴

۱۰۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  باشد معکوس ماتریس  $A^3$  کدام است؟

- (۱)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$  (۲)  $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  (۳)  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$  (۴)  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۶- ریشه‌های معادله  $\begin{vmatrix} 1 & 4 & x^2 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x \end{vmatrix} = 0$  چگونه است؟

- (۱) فقط یک ریشه (۲) دو ریشه مساوی (۳) سه ریشه متمایز (۴) سه ریشه مساوی
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۷- در دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = 4 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$  معکوس ماتریس ضرایب مجهولات به صورت  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  است مقدار  $x + y$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

۱۰۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  باشد مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{2}{3}$
- آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۱۰۹- وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -8 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -8 & 5 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$
- آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۵

۱۱۰- اگر  $A$  ماتریس وارون پذیر و  $|A + B| = ۲$  - آن گاه  $|I + BA^{-1}|$  کدام است؟

(۴)  $\frac{1}{۳}|A|$

(۳)  $\frac{۴}{|A|}$

(۲)  $\frac{۲}{|A|}$

(۱)  $۲|A|$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۱- به ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه سه معادله  $x + ۲y = ۴$  و  $mx + y = ۲m$  و  $۳x - ۴y = ۲$  سازگار هستند؟

(۴) هیچ مقدار

(۳) هر مقدار

(۲) ۲

(۱) -۱

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۱۱۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix}$  ماتریس  $x$  از معادله  $AX - I$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} ۳ & ۱ \\ ۵ & ۲ \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} -۳ & ۵ \\ ۱ & -۲ \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} -۲ & ۱ \\ ۵ & -۳ \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۵

۱۱۳- اگر هر یک از دو سطر دترمینان را در ۳ و یک ستون آن را در -۲ ضرب کنیم مقدار دترمینان مفروض در کدام عدد ضرب می شود؟

(۴) ۱۸

(۳) ۶

(۲) -۶

(۱) -۱۸

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۴- اگر دترمینان معکوس ماتریس  $\begin{bmatrix} ۲ & a \\ ۳ & -۱ \end{bmatrix}$  برابر -۲ باشد  $a$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳)  $\frac{1}{۲}$

(۲) -۲

(۱)  $-\frac{1}{۲}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۵

۱۱۵- اگر دستگاه معادلات  $\begin{cases} ۲x + ay = ۴ \\ bx - y = ۲ \end{cases}$  فقط جواب صفر داشته باشد آن گاه:

(۴)  $ab = -۲$

(۳)  $ab = ۲$

(۲)  $ab \neq -۲$

(۱)  $ab \neq ۲$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۱۶- به ازای چه مقدار از  $m$ ، دستگاه زیر جواب ندارد؟

$$\begin{cases} mx + y - m + 1 \\ 4x + my - 6 \end{cases}$$

(۱) صفر (۲)  $\pm 2$  (۳) ۱ (۴)  $-2$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۱۷- اگر بدانیم  $A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$  آنگاه حاصل دترمینان ماتریس  $A + I$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $-1$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۱۸- اگر حاصل دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & 2x + y + z & y \\ z & x & x + 2y + z \end{bmatrix}$  برابر ۱۶ باشد، مجموع اعضای

درون ماتریس چیست؟

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۱۹- اگر  $A$  و  $I - BA^{-1}$  ماتریس‌های وارون‌پذیر باشند، کدام ماتریس وارون‌پذیر است؟

(۱)  $A + B$  (۲)  $A - B$  (۳)  $AB$  (۴)  $A^{-1}B$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۲۰- حاصل دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $x + y + z$  (۲)  $1 + x + y + z$  (۳)  $xyz$  (۴)  $3(x + y + z)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۲۱- اگر به درایه‌ی واقع در سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x & 6 & -1 \\ 2 & a & b \\ 2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ ،  $k$  واحد اضافه کنیم، دترمینان ماتریس

تغییر نمی‌کند. مقدار  $x$  کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۲- اگر  $\begin{cases} ax + by = - \\ (a + b)x + cy = - \end{cases}$  چه رابطه‌ای بین  $a$ ،  $b$ ،  $c$  برقرار باشد تا دستگاه جواب غیرصفر داشته باشد؟

۱ (۱)  $b^2 = ab + ac$  ۲ (۲)  $ac = b^2 - c^2$  ۳ (۳)  $b^2 = ac - ab$  ۴ (۴)  $ac = b^2 + c^2$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ m^3 x - y = 7 \\ 13x - 10y = 3 \end{cases}$$

۱ (۴) -۱

۱ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

۱۲۳- به ازای چه مقداری از  $m$  دستگاه مقابل سازگار است؟

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۴- به ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه  $\begin{cases} mx + y = 13 \\ my + x = -13 \end{cases}$  جواب ندارد؟

۴ (۴)  $m = 0$

۳ (۳)  $m = \pm 1$

۲ (۲) فقط  $m = -1$

۱ (۱) فقط  $m = 1$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۵- اگر دستگاه  $\begin{cases} 2x - ay = - \\ x - 4y = \end{cases}$  دارای جواب‌های متمایز باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۴ (۴) ۸

۳ (۳) ۴

۲ (۲) -۴

۱ (۱) -۸

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۶

۱۲۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix}$  آن گاه،  $(A^{-1})^2$  کدام است  $(a \neq \pm 1)$ ؟

(۱)  $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۲)  $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۴)  $\frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= ۸۶

۱۲۷- اگر  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  معکوس پذیر باشد و در رابطه  $A^2 = 3A + I$  صدق کند، دترمینان ماتریس  $A - A^{-1}$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۶

(۴) ۹

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= ۸۶

۱۲۸- اگر  $B = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  باشد، مجموع درایه های قطر فرعی ماتریس  $(B^{-1})^2$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $\frac{-1}{6}$

(۳)  $\frac{1}{9}$

(۴)  $\frac{-1}{9}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۶ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی <= ۸۶

۱۲۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  ماتریس  $X$  از رابطه  $AX - I$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۴)  $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۶

۱۳۰- اگر  $2A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{4}{3}$

(۳)  $\frac{4}{5}$

(۴)  $\frac{5}{4}$

آزمایشی سنجش = تجربی <= ۸۶

۱۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس یکه باشد از معادله  $AX - 5I$  ماتریس  $X$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۱۳۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، مجموعه جواب‌های  $x$  از رابطه  $|A - xI| = 0$  کدام است؟

(۱)  $\{-2, 2, 4\}$  (۲)  $\{-1, 2, 5\}$  (۳)  $\{-2, 2, 5\}$  (۴)  $\{-3, 1, 4\}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۳- در دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$  معکوس ماتریس ضرایب  $\begin{bmatrix} a & -1 \\ c & d \end{bmatrix}$  است  $x + y$  کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۴- اگر  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = 15$  باشد، دترمینان  $\begin{vmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix}$  چقدر است؟

(۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) -۹۰ (۴) -۳۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۵- اگر  $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $A^3$  کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۲۷ (۳) -۸ (۴) -۲۷

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۳۶- از رابطه  $X = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $X$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶



۱۳۷- اگر در دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix}$ ، عنصر واقع در سطر دوم و ستون سوم را دو برابر کنیم، مقدار دترمینان چه تغییری

می‌کند؟

- (۱) دو برابر می‌شود.  
 (۲) قرینه می‌شود.  
 (۳) دو برابر و قرینه می‌شود.  
 (۴) ثابت می‌ماند.

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۳۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $(A^{-1} - I)$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۱۳۹- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 10 \\ 6 & 9 & 18 \end{vmatrix}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۲۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= ۸۷

۱۴۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  و مقدار دترمینان ماتریس  $A(A^{-1} - I)$  برابر ۶ باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(A \cdot A^{-1} - A)$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۷

۱۴۲- اگر  $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12$  باشد. A کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\frac{1}{10}$  (۳)

$-\frac{1}{10}$  (۲)

$-\frac{1}{2}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۳- اگر  $\begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -b & b & b \\ 0 & a & b \end{vmatrix} = \frac{3}{2}$  باشد، مقدار  $\begin{vmatrix} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix}$  کدام است؟

$3a$  (۴)

$2b$  (۳)

$\frac{2}{a}$  (۲)

$\frac{3}{b}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۷

۱۴۴- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & \text{Log } a & \text{Log } bc \\ 1 & \text{Log } b & \text{Log } ac \\ 1 & \text{Log } c & \text{Log } ab \end{vmatrix}$  کدام است؟

$\text{Log } a \text{Log } b \text{Log } c$  (۴)

$-\text{Log } abc$  (۳)

$\text{Log } abc$  (۲)

صفر (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۱۴۵- اگر مقدار دترمینان  $\begin{vmatrix} a & 7 & 7 \\ a & 10 & 9 \\ -1 & 3 & 3 \end{vmatrix}$  برابر ۱ باشد، a کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۲ (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۸

۱۴۶- اگر دترمینان معکوس ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  برابر ۲- باشد، a کدام است؟

$\frac{31}{2}$  (۴)

$\frac{31}{4}$  (۳)

$\frac{17}{2}$  (۲)

$\frac{17}{4}$  (۱)

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۱۴۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & a \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $(A - 2I)$  برابر ۹ باشد،  $a$  کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۸

۱۴۸-  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $(4A^{-1} - I)$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۸

۱۴۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، معکوس ماتریس  $A^4$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۸

۱۵۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $A^2 - A^{-1}$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

-۳ (۱)

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۸

۱۵۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$ ، از رابطه  $(A + aA^{-1}) = 8I$  عدد حقیقی  $a$  کدام است؟

-۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۸

۱۵۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $(A - aI)$  برابر صفر باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

۶ و ۱ (۴)

۶ و ۴ (۳)

۴ و ۳ (۲)

۱ و ۸ (۱)

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۸

۱۵۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  دترمینان  $(A^{-1})^2$  کدام است؟

۴ (۴) آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۹

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۵۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  ماتریس B از رابطه  $A \cdot B = I_2$  کدام است؟

۴ (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -5 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۹

۳ (۳)  $\begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}$

۲ (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

۱ (۱)  $\begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$

۱۵۵- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & (c+a)^2 \end{vmatrix}$  برابر کدام است؟

۴ (۴) صفر آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۹ - ۹۰

۳ (۳)  $\frac{1}{abc}$

۲ (۲)  $abc$

۱ (۱)  $a^2 + b^2 + c^2$

۱۵۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

۴ (۴) ۳ آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۹

۳ (۳)  $\frac{1}{3}$

۲ (۲)  $-\frac{1}{3}$

۱ (۱) -۳

۱۵۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -\operatorname{tg} x \\ \operatorname{tg} x & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل  $|A^{-1}|$  کدام است؟

۴ (۴)  $\operatorname{Sin} x$  آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۹

۳ (۳)  $\operatorname{Cos} x$

۲ (۲)  $\operatorname{Sin}^2 x$

۱ (۱)  $\operatorname{Cos}^2 x$

۱۵۸- اگر  $\begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & \cdot & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = 0$  باشد، کدام نتیجه گیری صحیح است؟

- (۱)  $a + c - b$  (۲)  $a + b - c$  (۳)  $b + c - a$  (۴)  $a + b + c = 0$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۵۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  و حاصل دترمینان ماتریس  $(A^2)^{-1}$  برابر ۱ باشد  $a$  کدام است؟

- (۱)  $-1, -2$  (۲)  $-1, -3$  (۳)  $1, 2$  (۴)  $1, 3$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۶۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ 7 & 12 & 5 \end{bmatrix}$  مقدار دترمینان ماتریس  $\frac{1}{2}A$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{3}{4}$  (۲) صفر (۳)  $\frac{7}{8}$  (۴)  $\frac{5}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۹

۱۶۱- اگر  $\begin{vmatrix} 5 & 7 & -3 \\ 2 & -4 & x \\ -1 & 6 & 3 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$  مقدار عدد  $A$  کدام است؟

- (۱)  $-126$  (۲)  $-116$  (۳)  $-94$  (۴)  $-84$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۶۲- از رابطه  $X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۶۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$  سطر اول ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $[3 \ -2]$  (۲)  $[-3 \ 2]$  (۳)  $[6 \ -4]$  (۴)  $[-6 \ 4]$

آزمایشی سنجش => تجربی => ۹۰

۱۶۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  حاصل دترمینان ماتریس  $\frac{1}{2}A$  کدام است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۷/۵

(۲) ۵

(۱) ۲/۵

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۹۰

۱۶۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  حاصل دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۱۲

(۲) صفر

(۱) -۹

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۱۶۶- اگر درایه‌ی سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  را دو برابر کنیم، از حاصل دترمینان آن ۹ واحد کاسته می‌شود، در این صورت  $a$  کدام است؟

(۴) صفر

(۳) -۱

(۲) -۲

(۱) -۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۰

۱۶۷- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} a+b & b+c & c+a \\ a-b & b-c & c-a \\ a & b & c \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۴)  $2(a+b+c)$

(۳)  $abc$

(۲)  $(a+b+c)$

(۱) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۱۶۸- کدام نادرست است؟  $(A_{2 \times 2})$

(۲)  $(\det A)^2 = \det(A^2)$

(۱)  $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$

(۴)  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

(۳)  $A \times (B + C) = A \times B + A \times C$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۶۹- در کدام گزینه  $A = A^{-1}$  است؟

(۴)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

(۳)  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

(۲)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

(۱)  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۰- در دستگاه معادلات  $\begin{cases} 2x+ay-3 \\ x+by-5 \end{cases}$  مقدار  $y$  برابر یک می‌باشد. حاصل  $2b-a$  چقدر است؟

- (۱) ۷ (۲) -۷ (۳) ۵ (۴) -۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۱-  $A$  یک ماتریس است به طوری که  $A^2 + A = I$  در این صورت وارون  $A^2$  کدام است؟

- (۱)  $I+A$  (۲)  $2I - A$  (۳)  $I-A$  (۴)  $2I+A$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۲- به ازای کدام مقدار  $m$  دستگاه معادلات  $\begin{cases} mx+y-3 \\ 2x+(m-1)y-6 \end{cases}$  بی جواب است؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) هیچ مقدار (۴) گزینه‌ی ۱ و ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۳- اگر  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + 2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل ضرب تمام درایه‌های ماتریس وارون  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{18}$  (۲)  $-\frac{1}{162}$  (۳)  $\frac{1}{162}$  (۴)  $-\frac{1}{81}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۴- کدام ویژگی در مورد ماتریس وارون درست است؟ ( $I$  ماتریس همانی است.)

(۱)  $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$  (۲)  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

(۳)  $(A^{-1})^{-1} = A$  (۴)  $I^{-1} = -I$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۷۵- به ازای کدام مقدار  $a$  معادله‌ی ماتریسی  $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$  جواب ندارد؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۲۰۱۲

برابر کدام است؟  $\left( A \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \end{bmatrix} A^{-1} \right)$

۱۷۶- اگر  $A_{2 \times 2}$  ماتریسی وارون پذیر باشد، ماتریس

(۲)  $A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A$   
 (۴)  $A \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sqrt{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1}$

(۱)  $A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} A^{-1}$   
 (۳)  $A^{-1} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} A$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۷- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} 1 & -b-c & (b+c)^2 \\ 1 & -a-c & (a+c)^2 \\ 1 & -a-b & (a+b)^2 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۲)  $(a-b)(b-c)(c-a)$   
 (۴)  $a^3 + b^3 + c^3$

(۱) صفر  
 (۳)  $(a+b)(b+c)(c+a)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۷۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$  ماتریس  $X$  از رابطه  $AX = A - I$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۱۷۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  حاصل دترمینان ماتریس  $B \times A$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰



۱۸۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های معکوس ماتریس  $(A-2I)^2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۸۱- کدام نادرست است؟ (A مربع مرتبه ۲)

- (۱)  $(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2$   
 (۲)  $(\det A)^2 = \det A^2$   
 (۳)  $A \times (B+C) = A \times B + A \times C$   
 (۴)  $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۲- در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = m \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب برابر  $\begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$  و  $X = 4$  می‌باشد. مقدار  $y$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{40}{3}$  (۲)  $\frac{40}{3}$  (۳)  $-\frac{8}{3}$  (۴)  $\frac{8}{3}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  و  $X_{2 \times 2}$  و  $AXA - I_{2 \times 2}$ ، ماتریس  $X$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 8 & 9 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 2 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۴- اگر  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  آن‌گاه  $a + c$  کدام است؟

- (۱)  $-0/2$  (۲)  $-0/1$  (۳)  $0/1$  (۴)  $0/2$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۴) ۴۰۰۰

(۳) ۲۰۲۵

(۲) ۱۶۸۱

(۱) ۱۵۲۱

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۱۸۶- اگر  $A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $A^2$   $|A|$  چه قدر است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۱۸۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  ماتریس  $(AB)^{-1}$   $11 \times 11$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۸۸- اگر  $X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس  $X$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲) -۸

(۱) ۸

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۸۹- اگر  $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = A + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$  مقدار  $A$  کدام است؟

(۴) ۱۱۵

(۳) ۱۱۲

(۲) ۹۶

(۱) ۸۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۹۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن گاه مجموع درایه‌های سطر دوم ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۱۹۱- اگر  $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$  حاصل  $3b - 2a$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۱۹۲- در دستگاه معادلات  $\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases}$ ، وارون ماتریس ضرایب، به صورت  $\begin{bmatrix} \cdot & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  است.  $x + y$  کدام است؟

(۱) -۴ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

سوالات گردآوری شده => سری ۱ => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳ و سراسری => ریاضی => ۸۲

۱۹۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان ماتریس  $(2A - 3I)$  کدام است؟

(۱) ۴۷ (۲) ۴۳ (۳) ۳۹ (۴) ۳۶

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۱۹۴- اگر  $\begin{vmatrix} a & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2a & 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$  باشد و به درایه‌ی سطر اول و ستون اول ۱ واحد اضافه کنیم، حاصل دترمینان ماتریس جدید کدام خواهد بود؟

(۱)  $a + b + c$  (۲) ۱۴ (۳)  $a - b + c$  (۴) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۹۵- تعداد ریشه‌های  $\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0$ ،  $a > b > 0$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۹۶- دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & -X & 3 & -1 \\ 5 & X & 0 & 2 \\ 1 & X & X & 3 \\ -4 & 2X & -6 & 2 \end{bmatrix}$  به ازای چند مقدار  $X$  برابر صفر است؟

(۴) بی شمار مقدار  
آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $XA - I$  باشد. مجموع درایه های ماتریس  $X$  کدام است؟

(۴) ۰/۵  
آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  ماتریس  $X$  از رابطه  $AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$   
آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۹۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$  باشد معکوس ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 64 & 27 \\ 45 & 19 \end{bmatrix}$   
آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$  مجموع درایه های ماتریس  $X$  از رابطه  $AX - 3A - 2I$  کدام است؟

(۴) ۸  
آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۱- به ازای کدام مقدار  $a$  ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نیست؟

(۴) ۲، ۵-  
آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۲۰۲- دترمینان کدام ماتریس، مربع کامل است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{bmatrix} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}$  و  $B + A^{-1} = 3I$  باشد، دترمینان ماتریس B کدام است؟ (I ماتریس واحد است.)

$$\frac{1}{5} \quad (4)$$

$$-\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$-5 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۴- ماتریسهای  $A = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$  و  $A - 4I$  معکوس یکدیگرند. مقدار a کدام است؟

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۵- اگر در حل دستگاه  $\begin{cases} ax + by = 4 \\ cx + dy = -5 \end{cases}$  به کمک روش ماتریس وارون، ماتریس وارون  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  ضرایب

باشد، مقدار  $x + y$  کدام است؟ (a، b، c و d اعدادی حقیقی هستند.)

$$-24 \quad (4)$$

$$-25 \quad (3)$$

$$-26 \quad (2)$$

$$-28 \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۶- اگر  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times A \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$-3 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3} \quad (1)$$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد،  $(A^{-1})^*$  کدام است؟ ( $A^*$  ماتریس الحاقی  $A$  است.)

(۱)  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۸- اگر  $\begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{vmatrix} = 18$  باشد،  $n$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۱

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۰۹- اگر  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، دترمینان  $A + A^{-1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{2}$  (۲)  $\frac{5}{2}$  (۳) ۵ (۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۰- ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 4 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نیست. مجموع درایه‌های مربع ماتریس  $\begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) ۴ یا ۱۲ (۲) ۶ یا ۱۶ (۳) ۶ یا ۱۲ (۴) ۴ یا ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۱- حاصل دترمینان  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $a + b + c$  (۲)  $abc$  (۳)  $2(a + b + c)$  (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۲۱۲- مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $\begin{vmatrix} X & 1 & 5 \\ X & X & 2 \\ X & X & X \end{vmatrix} = 0$ ، کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$  ماتریس  $X$  از رابطه  $A^2 X = 49I$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 19 & 18 \\ -30 & 31 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} -31 & 18 \\ 30 & -19 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 19 & -28 \\ -11 & 21 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۴-  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$  معکوس ماتریس  $A^2$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} -0/5 & 0 \\ 0 & -0/5 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} -0/2 & 0 \\ 0 & -0/2 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 0/2 \\ 0/2 & 0 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 0/5 \\ 0/5 & 0 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۵- مجموع درایه‌های معکوس ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

۰/۲۱ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۱۴ (۲)

۰/۳۶ (۱)

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = A^2 - 7I$  باشد ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

(۴)  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$

(۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$

(۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$

(۱)  $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۷- از معادله ماتریسی  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x-1 \\ y+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}$  مقدار  $x$  کدام است؟

۴ (۴)

-۳ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۲۱۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix}$ ،  $B = A^2 - 2A$  باشند، مجموع درایه‌های ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{8}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۱۹- اگر  $A^3 = \sqrt{I}$  و  $A - I$  وارون ماتریس  $A^2 - A - I$  کدام است؟

- (۱)  $A + I$  (۲)  $\frac{1}{4}(A + I)$  (۳)  $\frac{1}{4}(A - I)$  (۴)  $\frac{1}{8}(A + I)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۰- اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی غیرصفر باشند، حاصل دترمینان ماتریس  $3 \times 3$   $[a_{ij}] = [ai + bj]$  کدام است؟

- (۱)  $a^2 + b^2$  (۲)  $a^3 + b^3$  (۳)  $a^2 b + ab^2$  (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۲۱- اگر  $A^* = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{-1}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{5}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۲- کدام نقطه روی خط  $0 = \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$  قرار دارد؟

- (۱)  $(5, 14)$  (۲)  $(0, 0)$  (۳)  $(4, -8)$  (۴)  $(3, 2)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۲۳- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر  $A + B - I$ ، مجموع درایه‌های ماتریس  $B^{-1}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{8}$  (۲)  $-\frac{1}{4}$  (۳)  $-\frac{3}{4}$  (۴)  $-\frac{5}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶



۲۲۴- اگر  $A = [(i - j)]_{3 \times 3}$ ، دترمینان ماتریس  $\frac{1}{4}A$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{64}$  (۳)  $\frac{1}{16}$  (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۵- مقدار  $X$  از معادله  $8 = X \begin{vmatrix} X & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & -3X & 2 \\ 0 & 2X & 1 \\ 1 & X & 1 \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $\pm 1$  (۲)  $\pm 2$  (۳)  $\pm 6$  (۴)  $\pm 4$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۶-  $A$  ماتریسی مربعی است که در رابطه  $5I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & -9 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  صدق می کند. دترمینان ماتریس  $A$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۱۰ (۳) ۲۵ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $A^2 - A$  برابر ۹ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱)  $-1$  یا ۵ (۲)  $1$  یا  $-5$  (۳)  $1$  یا ۵ (۴)  $-1$  یا  $-5$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۸- اگر  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  با دترمینان ۲ باشد، دترمینان وارون ماتریس  $2A^3$  کدام است؟

(۱)  $2^{-5}$  (۲)  $2^{-4}$  (۳)  $2^{-6}$  (۴)  $2^{-8}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۲۹- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m+1 & m \\ m-1 & m+3 \end{bmatrix}$  وارون پذیر نباشد، دترمینان ماتریس  $B = \begin{bmatrix} m & 3 \\ 4 & 25m \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $-2$  (۲)  $-3$  (۳)  $-4$  (۴)  $-5$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۰- اگر  $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس A کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس  $\frac{1}{3} A^3$  کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) -۶۴ (۳) ۱۶ (۴) -۱۲۸

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۲- حاصل  $\begin{vmatrix} x & 12 & 6+7x \\ y & 28 & 14+7y \\ z & 2 & 2+7z \end{vmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $x + y + z$  (۲)  $7(x + y + z)$  (۳) ۲۲ (۴) صفر

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۳- اگر  $A + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$ ، وارون ماتریس  $A + 2I$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -\frac{3}{8} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{3}{8} \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} \frac{3}{16} & -\frac{1}{16} \\ -\frac{1}{16} & \frac{3}{16} \end{bmatrix}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۴- با توجه به معادله  $\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \\ -1 & 4 & 5 \end{vmatrix} = 8$  مقدار X کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۳

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۲۳۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  باشند، دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) ۵۰ (۲) صفر (۳) -۳۰ (۴) ۳۰

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$  باشد ماتریس  $B$  از رابطه  $B - 23I$  ،  $A$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  باشند، معکوس ماتریس  $(A - 2B)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$  (۴) وارون پذیر نیست.

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۲۳۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۳۵ (۳) ۴۱ (۴) ۳۷

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۳۹- اگر  $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = 0$  باشد، عدد  $a$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) -۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۰- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix}$  دترمینان ماتریس  $\begin{bmatrix} A \\ \dots \\ B \end{bmatrix}$  ، کدام است؟

(۱) -۳۱۲ (۲) -۲۷۸ (۳) ۳۰۶ (۴) ۲۵۸

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  باشند. دترمینان ماتریس  $A \times B$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) صفر

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۲- ماتریس  $X$  از رابطه  $X = I_2 \times 2$ ،  $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ ، کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۴۳- اگر دستگاه  $\begin{cases} mx - 2y - 3 \\ 6x - 3my - n \end{cases}$  دارای بیشمار جواب باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟

- (۱) -۱۱ (۲) -۱۳ (۳) ۲۲ (۴)  $\frac{17}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ a & 3 \end{bmatrix}$  مقدار دترمینان ماتریس  $(A^{-1})^2$  کدام است؟

- (۱)  $2a^2$  (۲)  $\frac{1}{2a^2}$  (۳)  $2a$  (۴)  $\frac{1}{2a}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۵- اگر دستگاه  $\begin{cases} mx - 2y - 3 \\ 6x - 3my - n \end{cases}$  دارای بیشمار جواب باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟

- (۱) -۱۱ (۲) -۱۳ (۳) ۲۲ (۴)  $\frac{17}{2}$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۲۴۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} \text{Log } a & \text{Log } a \\ \text{Log } b & \text{Log } c \end{bmatrix}$  و  $(a \neq 1)$  و  $|A| = \text{Log } a$  حاصل  $\frac{c+2b}{c-2b}$  کدام است؟

(۱)  $-\frac{2}{3}$       (۲)  $-3$       (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴)  $3$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => تابستان ۸۳ و آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => تابستان ۸۳

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = ad - bc \text{ و } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{ می دانیم} \quad -1$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -7 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \Rightarrow |A| = \frac{1}{33} \text{ پس:}$$

بنابراین گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
راه حل دوم:

$$\text{می دانیم } |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \text{ چون } |A^{-1}| = 12 + 21 = 33 \text{ پس } |A| = \frac{1}{33}.$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a+2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 5 & 2 & a \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \\ 6 & -2 & 3 \end{vmatrix} = |A| + (-2) \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = |A| + 40 \quad -2$$

بسط بر حسب سطر دوم

پس ۴۰ واحد اضافه می شود بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ c(a+b) & a(b+c) & b(a+c) \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{جمع سطر اول با سوم}} \quad -3 \text{ گزینه ی } 2 \text{ پاسخ صحیح است.}$$

$$\begin{vmatrix} ab & bc & ca \\ ab+ac+bc & ab+ac+bc & ab+ac+bc \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{سطر سوم } k \text{ برابر سطر دوم}} 0$$

یعنی دترمینان همواره صفر است، پس  $a$  و  $b$  و  $c$  دلخواه هستند.

-۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر سطر اول را از سطرهای دوم و سوم کم کنیم خواهیم داشت:

$$\begin{vmatrix} a & b & c+2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} = a(4) + 2(-2b - 2c - 4) \Rightarrow -4(a+b+c) - 8 = 20 - 8 = 12$$

$$\text{Log}(3x-2) = (\text{Log}5)^2 - (\text{Log}2)^2 \quad -5 \text{ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.}$$

$$\text{Log}(3x-2) = (\log 5 - \log 2) \underbrace{(\log 5 + \log 2)}_1$$

$$\text{Log}(3x-2) = \text{Log} \frac{5}{2} \Rightarrow 3x-2 = \frac{5}{2} \Rightarrow 3x = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{سطر دوم } b]{\text{جمع } a \text{ برابر سطر اول با}} \begin{vmatrix} 1 & a+1 & b+1 \\ 0 & a(a+1) & a(b+1)+c \\ 0 & b(a+1)-c & b(b+1) \end{vmatrix} = 0$$

بسط بر حسب سطر اول

$$\rightarrow ab(a+1)(b+1) - [(b(a+1) - c)(a(b+1) + c)] = 0 \Rightarrow$$

$$ab(a+1)(b+1) - ab(a+1)(b+1) - bc(a+1) + ac(b+1) + c^2 = 0 \Rightarrow$$

$$c(-ab - b + ab + a + c) = 0 \Rightarrow c(a - b + c) = 0 \Rightarrow a - b + c = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} \rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} & \frac{7}{4} \end{bmatrix} \quad \text{مجموع درایه‌های سطر او} = \frac{-1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = f \\ cx + dy = 1 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$Ax = B \Rightarrow X = A^{-1}B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f-1 \\ 2f-1 \end{bmatrix} \xrightarrow{x=1} \begin{cases} -f-1 \\ y-2f-1 \end{cases} \Rightarrow y = -3$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 2$$

۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix}$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + A = \begin{bmatrix} -8 & 9 \\ -12 & 13 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 12 \\ -16 & 18 \end{bmatrix} \rightarrow |A^2 + A| = -180 + 192 = 12$$

۱۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} \alpha + 1 & 2 \\ -1 & \alpha - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} (\alpha + 1)x + 2y = \alpha \\ -x + (\alpha - 1)y = 1 \end{cases}$$

$$\frac{\alpha + 1}{-1} \neq \frac{2}{\alpha - 1} \Rightarrow \alpha^2 - 1 \neq -2 \Rightarrow \alpha^2 \neq -1 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R}$$

۱۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = [ai + bj] = \begin{bmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{bmatrix} : |A| \xrightarrow[\text{به دوم و سوم}]{\text{۱- برابر ستون اول}} \begin{vmatrix} a+b & b & 2b \\ 2a+b & b & 2b \\ 3a+b & b & 2b \end{vmatrix} = 0$$

۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X^{-1} = \frac{1}{4-3} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

توجه :  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$  ,  $|A| \neq 0$

۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9+x & 1+x & 2+x \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ 9 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 6 & 7 \\ -2 & 3 & 4 \\ x & x & x \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow x = -2$$

توجه :  $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a' & b' & c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a+a' & b+b' & c+c' \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$



۱۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$(I - A)^{-1} = \left( \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ -\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} ;$$

$$(I + A) = \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ 1 + \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$(I - A)^{-1} (I + A) = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} \begin{bmatrix} 1 & -\tan \alpha \\ +\tan \alpha & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \tan \alpha \\ \tan \alpha & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \frac{-2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \\ \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} & \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{bmatrix} = [\cos 2\alpha \quad -\sin 2\alpha]$$

۱۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش عددگذاری استفاده می کنیم:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -4 \\ K = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4 \end{cases} \Rightarrow K = -D$$

۱۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. از این که حاصل  $A \times B$ ، ماتریس واحد (I) است نتیجه می گیریم که دو ماتریس A و B

$$A \times B = I \Rightarrow B = A^{-1}$$

می دانیم وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$  به صورت  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$  است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 14 - 12 = 2, A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}$$

در این مثال:

بنابراین سطر اول این ماتریس به صورت  $\begin{bmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$  می باشد که مجموع درایه های آن برابر ۲ است.

۱۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - B = \begin{bmatrix} 12 & -8 \\ 10 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ 7 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

می دانیم که وارون یک ماتریس مربعی از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{*} (A - B)^{-1} = \frac{1}{2 \times 2 - 3 \times (-2)} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0/2 & 0/2 \\ -0/3 & 0/2 \end{bmatrix}$$

بنابراین داریم:

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 - 12 & 0 + 4 \\ 2 - 9 & 0 + 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & 4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(A \times B)^{-1} = \frac{1}{-24 - 28} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix} = \frac{1}{-52} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 7 & -8 \end{bmatrix}$$

۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 12 - 10 = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \times 2B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \times 2 \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 - 6 & -24 + 10 \\ -20 + 9 & 30 - 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -14 \\ -11 & 15 \end{bmatrix}$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حقیقت باید حاصل  $\begin{vmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 5 & a+1 & 7 \\ 3 & b+1 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & a & 7 \\ 3 & b & 6 \end{vmatrix}$  را به دست آوریم. از قاعده

تفکیک استفاده کرده می نویسیم:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \\ 3 & 1 & 6 \end{vmatrix} = 2(6 - 7) - 1(30 - 21) + 4(5 - 3) = -2 - 9 + 8 = -3$$

۲۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طرفین تساوی داده شده را در  $A^{-1}$  از سمت چپ ضرب می‌کنیم.

$$AX = A - 2I \xrightarrow{A^{-1} \times} X = I - 2A^{-1} \quad (1)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$$

حال از تساوی‌های ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم:

۲۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$||A|A| = |A|^3 |A| = |A|^4 = 4^4 = 256$$

۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  با شرط  $ad - bc \neq 0$ ، برابر است با:  $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ابتدا داریم:

$$A + B = {}^{\wedge}AB \xrightarrow{A^{-1} \times} I + A^{-1} B \xrightarrow{\times B^{-1}} B^{-1} + A^{-1} = {}^{\wedge}I \quad (*)$$

اکنون وارون ماتریس  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{20 - 21} \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix}$$

با جای‌گذاری در (\*) داریم:

$$B^{-1} + A^{-1} = {}^{\wedge}I \Rightarrow B^{-1} + \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \begin{bmatrix} 12 & -3 \\ -7 & 13 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس  $B^{-1}$  برابر ۱۵ است.

۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای دستگاه دو معادله و دو مجهول  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، سه حالت امکان پذیر است:

الف) اگر  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$ ، آنگاه دستگاه یک جواب یکتا دارد.

ب) اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه فاقد جواب است.

پ) اگر  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد.

با توجه به نکته، باید در دستگاه  $\begin{cases} (m-1)x + y = 2 \\ 2x + my = m \end{cases}$  داشته باشیم:  $\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2}$

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

اکنون قابل قبول بودن هر یک از این مقادیر را بررسی می کنیم.

$$\frac{m-1}{2} = \frac{1}{m} \neq \frac{2}{m^2} : \begin{cases} m = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \times \\ m = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{1}{-1} \neq \frac{2}{1} \checkmark \end{cases}$$

بنابراین فقط  $m = -1$  قابل قبول است.

۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: ماتریس مربعی  $A$  وارون پذیر است، اگر و تنها اگر:  $|A| \neq 0$

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:  $|A| = ad - bc$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A - mI = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{bmatrix}$$

طبق فرض  $A - mI$  وارون پذیر نیست، پس:

$$|A - mI| = \begin{vmatrix} 3-m & 1 \\ 6 & 4-m \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (3-m)(4-m) - 6 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 7m + 12 - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - 7m + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (m-1)(m-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 6 \end{cases}$$

۲۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر دو ماتریس مربعی  $A$  و  $B$  به گونه‌ای باشند که  $AB - BA = I$ ، آنگاه  $A$  و  $B$  وارون یکدیگرند.  
نکته: اگر ماتریس‌های  $A$  و  $B$  تعویض پذیر باشند  $(AB - BA)$ ، آنگاه همه‌ی اتحادهای جبری برای آن‌ها برقرار است.

نکته: ماتریس همانی  $I$  با هر ماتریسی تعویض پذیر است  $(AI - IA)$ .

طبق فرض دو ماتریس  $A + I$  و  $2A$  وارون یکدیگرند، پس با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$2A(A + I) = I \Rightarrow 2A^2 + 2A = I \Rightarrow 2A^2 = I - 2A \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4A^4 = (I - 2A)^2 = I + 4A^2 - 4A$$

$$\Rightarrow 4A^4 = I + 2(2A^2) - 4A \xrightarrow{2A^2 = I - 2A} I + 2(I - 2A) - 4A = 3I - 8A \Rightarrow A^4 = \frac{3}{4}I - 2A$$

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در دستگاه دو معادله و دو مجهول  $AX = B$ ، با شرط  $|A| \neq 0$  می‌توان مجهولات را از رابطه‌ی

$$X = A^{-1} B$$

نکته: اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آنگاه با شرط  $ad - bc \neq 0$  داریم:  $A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

با استفاده از نکات بالا داریم:

$$X = A^{-1} B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{2+2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 12 \\ -12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x + y = 3 - 3 = 0$$

۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 21 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| - |A| \begin{vmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 6 & 4|A^2| \\ 5 & 1 \end{vmatrix} - 1 \Rightarrow 6 - 20|A^2| - 1$$

در نتیجه  $|A^2| = \frac{1}{4}$  یا  $|A| = \frac{1}{2}$  پس  $|A|^3 - 1 = \frac{-7}{8}$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 0 & 11 & -2 \\ 0 & 19 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 11 & -2 \\ 19 & 2 \end{bmatrix}$$

مضربى از سطر سوم را به سطر دیگر اضافه می کنیم.

پس حاصل برابر  $-(22 + 38) = -60$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{3}{2m+1} = \frac{m}{12} = \frac{m+3}{4m+5}$$

شرط بی شماری جواب:

جواب مشترک دو معادله درجه دوم حاصل  $m = 4$  است

۳۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روی سطر دوم بسط داده شود.

$$2 \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2(10) - 4(-2) = 28$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

شرط وارون ناپذیری  $|A| = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 30 & 5m-3 \\ 5m-3 & m^2+9 \end{bmatrix} \Rightarrow 30 \cdot m^2 + 270 - 25m^2 + 30m - 9 = 0$$

معادله درجه دوم  $5m^2 + 30m + 261 = 0$  فاقد جواب است پس به ازای هیچ مقدار  $m$  ماتریس  $A$  وارون پذیر نیست.

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ -2 & -5 & 0 \end{vmatrix} = 0 + \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -5 \end{vmatrix} = 10 - 10 = 0$$

۳۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 28 & 26 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 21 & 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -17 & 8 \\ 14 & -3 \end{bmatrix}$$

۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:  $|A| = ad - bc$

نکته: اگر  $A$  ماتریسی  $2 \times 2$  و  $m$  عدد حقیقی باشد، داریم:  $|mA| = m^2 |A|$   
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$2A = \begin{bmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{bmatrix} \Rightarrow |2A| = \begin{vmatrix} |A| & 3 \\ -1 & |A| \end{vmatrix} \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 3 \Rightarrow |A|^2 - 4|A| + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (|A| - 1)(|A| - 3) = 0 \xrightarrow{|A| > 1} |A| = 3$$

با جای گذاری این مقدار داریم:

$$2A - \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A - I - \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A - I| = \frac{1}{4} - \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{4}{4} = 1$$

۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$  برابر است با:

$$|A| = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & x-2 & x-3 \\ x+2 & 0 & -2 \\ x+1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = (4-x) \begin{vmatrix} x+2 & -2 \\ x+1 & 0 \end{vmatrix} + (x-3) \begin{vmatrix} x+2 & 0 \\ x+1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 2(x+1)(4-x) + 3(x+2)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow 2(4x+4-x^2) + 3(x^2-x-6) = 0 \Rightarrow x^2+3x-10 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = 2 \end{cases}$$

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: شرط آنکه دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  بی‌شمار جواب داشته باشد، آن است که:  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$   
با توجه به نکته‌ی بالا داریم:

$$\begin{cases} ax + (b-1)y = 2 \\ (a+2)x + 2by = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{a+2} = \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{a+2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3a = 2a + 4 \Rightarrow a = 4 \\ \frac{b-1}{2b} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3b - 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a - b - 4 - (-3) = 0$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: برای محاسبه‌ی حاصل جمع دو ماتریس هم‌مرتبه، باید درایه‌های نظیر آن‌ها را با هم جمع کنیم.  
نکته: برای ضرب عدد در ماتریس، آن عدد را در تمام درایه‌های ماتریس ضرب می‌کنیم.

نکته: اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه وارون  $A$  یعنی  $A^{-1}$  از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}; |A| = ad - bc$$

با توجه به نکات بالا داریم:

$$A + I = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A + I| = -2 + 3 = 1$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = \frac{1}{1} \times \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(A + I)^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

۴۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:  $ad - bc$

طبق فرض  $A = A^{-1}$ ، پس:

$$A^2 = AA^{-1} = I \Rightarrow \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 1 \\ -1 & -m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} m^2 - 1 & m - m \\ m - m & m^2 - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow m^2 - 1 = 1 \Rightarrow m^2 = 2$$

$$|A| = -m^2 + 1 = -2 + 1 = -1$$

بنابراین:

۴۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 13 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 13 - 2 = 11 \Rightarrow |A| = \frac{-1}{11}$$



۴۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت به سطر اول بسط دهیم.

$$2 \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 11 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2(34) + (-38) + 3(-10) = 68 - 68 = 0$$

$$(|A \times B| - |A| \times |B| - (20 + 6) \times 6 + 4) - 260$$

۴۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{4} = \frac{-3}{m-8} = \frac{5}{3m+4} \Rightarrow m^2 - 8m + 12 = 0 \Rightarrow m = 6, 2$$

فقط به ازای  $m = 2$  هر سه نسبت برابرند.

۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$C = \begin{bmatrix} a-2 & 2-6a \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow -5(a-2) - 2 + 6a \neq 0 \Rightarrow a \neq -8$$

پس  $a \in \mathbb{R} - \{-8\}$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{-6+5} \begin{bmatrix} -3 & -5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 47 \\ -18 \end{bmatrix}$$

۴۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان ضرایب مخالف صفر باشد.

$$\begin{vmatrix} m-1 & 2 \\ 5 & m+2 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$m^2 + m - 2 - 10 \neq 0 \Rightarrow m^2 + m - 12 \neq 0 \Rightarrow m \neq -4, 3$$

مجموع مقادیر حقیقی  $m$  به صورت  $\mathbb{R} - \{-4, 3\}$  است.

۴۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

دترمینان را بر حسب سطر اول:

$$|A| = 2 \begin{vmatrix} -1 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 4 & 7 \\ -3 & 5 \end{vmatrix} - 3 \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 2(-5 - 14) - 5(20 + 21) - 3(8 - 3) = -38 - 205 - 15 = -258$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 29 & 45 \\ 36 & 56 \end{bmatrix}$$

$$(A^2)^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 56 & -45 \\ -36 & 29 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -11/25 \\ -9 & 7/25 \end{bmatrix}$$

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اول باید  $A^2$  و  $A^{-1}$  را پیدا کنیم:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \det(A) = 1 \times 0 - 2 \times (-1) = 2 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{2} A^2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$$

پس  $\frac{1}{2} A^2 + A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  و وارون آن  $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$  است. (یعنی  $-2I$ )

تذکر: وارون ماتریس قطری  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$  به صورت  $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{bmatrix}$  است.

۵۲- یادآوری: وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$  برابر است با:  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} t & -y \\ -z & x \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A \times B = C \Rightarrow \begin{cases} B = A^{-1} C \\ C = I \end{cases} \Rightarrow B = A^{-1}$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{3}{8} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = B \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow ad = \frac{1}{8}$$

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۵۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. یادآوری:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

۵۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda^{-1} \cdot (A \cdot X) - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow (\Lambda^{-1} \cdot A) \cdot X - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow I \cdot X - \Lambda^{-1} \cdot B \Rightarrow X - \Lambda^{-1} \cdot B$$

$$\begin{cases} (m - 3)x + 3y = m \\ 4x + (m + 1)y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{m - 3}{4} = \frac{3}{m + 1} = \frac{m}{2}$$

۵۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m - 3}{4} = \frac{m}{2} \Rightarrow m - 3 = 2m \Rightarrow m = -3$$

باید هر دو تساوی فوق برقرار باشند:

که در معادله دیگر نیز صدق می کند.

$$2A + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۵۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2m - 1}{-5} = \frac{-2}{m - 1} \Rightarrow (2m - 1)(m - 1) = 10$$

۵۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$2m^2 - m - 2m + 1 = 10 \Rightarrow 2m^2 - 3m - 9 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{-4} \begin{bmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۵۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $|2A^{-1}| = 2 \cdot 2 \cdot |A^{-1}| = \frac{4}{|A|} = \frac{4}{10+6} = \frac{1}{4}$

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$   
 $|A^3| = |A|^3 = (-4)^3 = -64$

۶۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6$

۶۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $\frac{m}{1} = \frac{2}{m-1} \neq \frac{5}{2m-3} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \Rightarrow m = \frac{2}{m-1} = \frac{5}{2m-3} \\ m = 2 \end{cases}$  غ ق ق غ  
 پس فقط  $m = 2$  قابل قبول است.

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$\Lambda X = B \xrightarrow[\text{ضرب هر دو طرفین را در } A^{-1}]{A^{-1}} A^{-1} \Lambda X = A^{-1} B \Rightarrow X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$   
 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \xrightarrow[|A| \neq 0]{A^{-1}} A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. توجه:  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$|A| = a + 2 \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{a+2} = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$2A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = 4|A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{|A|} = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \quad |A| = 2 \neq 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1+2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix} + \underbrace{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \\ a & 2 & -3 \end{vmatrix}}_1$$

۶۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$-2 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a & 2 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow -2(2-a) = 1 \Rightarrow 2-a = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سطر سوم را به سطر دوم اضافه می‌کنیم، نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ x+1 & 9 & 2x \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x & 8 & x+1 \\ 2x & 8 & x+1 \\ x-1 & -1 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \quad (x \in \mathbb{R})$$

چون دو سطر دوترمینان مساوی است حاصل دترمینان صفر است، پس  $x$  هر عددی می‌تواند باشد.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + x \times \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= 1 - 3 \cancel{(4-1)}_3 + x \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -8 + x \times \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

اگر حاصل را با  $a + x \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$  مساوی قرار دهیم، نتیجه می‌گیریم  $a = -8$ .

۶۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & 0 & a \\ 0 & a & 0 \\ a & 0 & a \end{vmatrix} = 0$$

دو سطر برابر دارد، پس دترمینان صفر است.

$$\begin{vmatrix} 0 & b & 0 \\ b & 0 & b \\ 0 & b & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$2A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

۷۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{\Delta} & -\frac{1}{\Delta} \\ \frac{1}{\Delta} & \frac{2}{\Delta} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \text{ های جمع درایه های } = \frac{3}{\Delta} - \frac{1}{\Delta} + \frac{1}{\Delta} + \frac{2}{\Delta} = \frac{5}{\Delta}$$

۷۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(A \cdot A^{-1} - A) = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = -4 - 2 = -6$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۷۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = -\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

در واقع  $A^{-1} = A$  پس  $\begin{cases} x + 0 \times y = 2 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$  لذا  $x = 2, y = 5$  پس  $x + y = 7$

راه حل دوم:

$$X = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow x + y = 7$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر  $k$  عدد حقیقی و  $A$  یک ماتریس مربع از مرتبه  $n$  باشد داریم:

$$|kA| = k^n \cdot |A| \Rightarrow |A \cdot A^2| = |A^2| \cdot |A^2| = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^4 = 1$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & a+3 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + \begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = |A| + (-3)(-5) = +15 + |A|$$

۷۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m = - \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ a & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{-1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$$

۷۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$2m = \begin{vmatrix} 1 & a & 2 \\ 2a & 2 & 4 \\ 0 & -1-a & -2 \end{vmatrix}$$

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$B = \begin{bmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2+4 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} \Rightarrow -4(6-a) = 6 \Rightarrow a = \frac{15}{4}$$

۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 4 - 4 = 0$

۷۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  $|3A^2| = 9|A|^2 \quad |A^{-1}| = 4 \times -3 = -12 \Rightarrow |A| = -\frac{1}{12} \quad |3A^2| = 9 \times \frac{1}{144} = \frac{1}{16}$

۷۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot |3 \ 1| = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -6 - (-6) = 0 \Rightarrow |A| = 0$

۸۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.  $I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

$(I - A)^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow$  = جمع درایه ها

۸۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$\Lambda^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 10 \end{bmatrix} \Rightarrow \Lambda = \frac{1}{20 - 24} \begin{bmatrix} 10 & -4 \\ -6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} & 1 \\ 3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow 2\Lambda = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow |2\Lambda| = 5 - 6 = -1$

۸۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

|  |                   |   |                               |  |                          |
|--|-------------------|---|-------------------------------|--|--------------------------|
| $\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a & 2 \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix}$ | -۱ برابر ستون اول | $\begin{vmatrix} a & 0 & 2 \\ 3a & 2 & 0 \\ 6a+2 & -2 & -2 \end{vmatrix}$ | سطر دوم به سطر سوم اضافه شود. | $\begin{vmatrix} a & 0 & 2 \\ 3a & 2 & 0 \\ 9a+2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$ | سطر دوم بر حسب ستون دوم. |
|--|-------------------|---|-------------------------------|--|--------------------------|

$= +2 \begin{vmatrix} a & 2 \\ 9a+2 & -2 \end{vmatrix} = 2(-2a - 18a - 4) = 12 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$

۸۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} \begin{matrix} -2 \text{ برابر سطر اول با دوم} \\ \text{و} \\ -3 \text{ برابر سطر اول با سوم} \\ \text{جمع گردد} \end{matrix} \begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & -3 & -3 \\ 0 & -6 & -6 \end{vmatrix} = 0$

۸۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} & \begin{vmatrix} b-a & 1 \\ -b-1 & -1 \\ a-b & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2a \\ 2b \end{matrix} \begin{matrix} -b \\ \text{برابر ستون دوم} \\ \text{به ستون اول اضافه شود} \end{matrix} \begin{vmatrix} -a & 1 \\ -1 & -1 \\ a & -1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 \\ 2a \\ 2b \end{matrix} \begin{matrix} \text{فاکتور ۲ از ستون سو} \\ \text{فاکتور } \frac{1}{b} \text{ از ستون دوم} \end{matrix} \begin{vmatrix} -a & b \\ -1 & -b \\ a & -b \end{vmatrix} \begin{matrix} 0 \\ \frac{2}{b} \times \frac{3}{2} \\ \frac{3}{b} \end{matrix} \\ & \underbrace{\begin{vmatrix} -a & b \\ -1 & -b \\ a & -b \end{vmatrix}}_{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x + y \\ 4x - y \\ x + 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ a(a+1) \\ 5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 4x - y = a(a+1) \\ x + 2y = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-1 \\ y-2 \end{cases} \xrightarrow[\text{در معادله دوم}]{\text{جاگذاری}} a(a+1) - 2 \rightarrow a - \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \end{cases} \Rightarrow x = 1, y = 2 \quad a^2 + a + 1 = 3 \quad a^2 + a - 2 = 0 \quad a = 1, -2$$

$$I - A = \begin{bmatrix} 1-a & 2 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow -4 + 4a - 2 = 6 \Rightarrow a = 3$$

۸۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۸۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{توجه: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{21} & \frac{-5}{21} \\ \frac{3}{21} & \frac{2}{21} \end{bmatrix} \Rightarrow -\frac{6+15}{(21)^2} = \frac{1}{21}$$

۸۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

توجه:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$\Rightarrow |A| = -\frac{1}{2} \Rightarrow 15 - 2a = -\frac{1}{2} \Rightarrow 2a = \frac{31}{2} \Rightarrow a = \frac{31}{4}$$



۹۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 7 & -2 & -7 \\ 9 & -2 & -10 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -4 \end{vmatrix} = -1$$

۹۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{7-8} \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1} - I| = 16 - 8 = 8$$

۹۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.  
توجه:

$$\begin{cases} |kA| = k^n \cdot |A| \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases}$$

$$3A^{-1} = -3 \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} = -9$$

روش دوم:

$$|3A^{-1}| = 3^2 \times \frac{1}{|A|} = -9$$

۹۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 - I = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & -21 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = -147 \Rightarrow |A^2 - I| = 147$$

۹۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

توجه:  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$A - A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - A^{-1}| = 64$$

۹۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$(A - 2I) = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - 2I| = 3a - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = 7$$

۹۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{-1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -4 & 2 \end{bmatrix}, I - 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - 2A^{-1}| = 3 \times 6 - (-4)(-3) = 6$$

۹۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} |A| = 4a + 14 \\ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \end{cases} \Rightarrow 4a + 14 = 2 \Rightarrow 4a = -12 \Rightarrow a = -3$$

۹۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = -1$$

۹۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$2A = \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow (2A)^{-1} = \frac{1}{24 - 12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(2A)^{-1} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$|(2A)^{-1}| = \frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |KA| = K^n \cdot |A| \quad \text{و} \quad n \text{ مرتبه ماتریس} \end{cases}$$

$$|(2A)^{-1}| = \frac{1}{|2A|} = \frac{1}{2^2 \times |A|} = \frac{1}{4|A|} = \frac{1}{12}$$

توجه:

۱۰۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = ad - bc$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

شرط وارون‌پذیری ماتریس A آن است که  $|A| \neq 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow |2A^{-1}| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = -2$$

توجه:

$$\begin{cases} |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \\ |kA| = k^n \cdot |A| \end{cases} \quad \text{روش دوم، } n \text{ مرتبه ماتریس} \quad |2A^{-1}| = 2^2 \times |A^{-1}| = 4 \times \frac{1}{|A|} = 4 \times \frac{1}{-2} = -2$$

۱۰۱- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر k عدد حقیقی و A یک ماتریس مربع از مرتبه‌ی n باشد، داریم:

$$|kA| = k^n \cdot |A|$$

$$\Rightarrow ||A| \cdot A^2| = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^2 \cdot |A|^2 = |A|^4$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^{-1}| = 6 - 5 = 1 \Rightarrow |A| = 1 \Rightarrow |A|^4 = 1$$

۱۰۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 & 6 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -5x - 6 + 18 = 2 \Rightarrow -5x = -10 \Rightarrow x = 2$$

۱۰۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & b & c+x \\ a & b+x & c \\ a+x & b & c \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{۱ برابر ستون دوم و سوم} \\ \text{را به ستون اول اضافه می کنیم} \end{array}$$

$$= \begin{vmatrix} a+b+c+x & b & c+x \\ a+b+c+x & b+x & c \\ a+b+c+x & b & c \end{vmatrix} = (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c+x \\ 1 & b+x & c \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{کم کردن سطر سوم از سطر} \\ \text{دوم و اول} \end{array}$$

$$(a+b+c+x) \begin{vmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & x & 0 \\ 1 & b & c \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{تعویض سطر} \\ \text{اول و سوم} \end{array} \rightarrow - (a+b+c+x) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{vmatrix}$$

$$= \frac{(a+b+c+x)}{x} (-x^2) = -2x^3 = 16 \Rightarrow x = -2$$

۱۰۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. برای آنکه دستگاه فاقد جواب باشد باید دو معادله‌ی داده شده مثل دو خط موازی با یکدیگر باشند پس لازم است که شیب آنها برابر باشد.

$$\frac{1-m}{-3} = \frac{2}{m} \Rightarrow m - m^2 = -6$$

$$m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = -2 \\ -3x - 2y = 2 \end{cases} \text{ دو خط بر هم منطبق هستند پس بیشمار ریشه دارد} \\ m = 3 \Rightarrow \begin{cases} -2x + 2y = 3 \\ -3x + 3y = 2 \end{cases} \text{ قابل قبول است} \end{cases}$$

یعنی در حالت  $m = -2$  دستگاه بیشمار جواب دارد و در حالت  $m = 3$  فاقد جواب است.

۱۰۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^3)^{-1} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۰۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & x^2 \\ 1 & 2 & x \\ 1 & 8 & x^3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow x - 1, x - 0, x - 2$$

سه ریشه متمایز  $x - 1, x - 0, x - 2$

توجه: اگر همه‌ی درایه‌های یک سطر یا ستون صفر باشند یا یک سطر و ستون  $K$  برابر سطر و ستون دیگر باشند دترمینان صفر است.

۱۰۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در دستگاه معادلات  $Ax - B$  جواب دستگاه به صورت  $x = A^{-1}B$  است.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}}_{\text{معکوس ماتریس ضرایب}} \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = 8 \end{cases} \Rightarrow x + y = 2$$

$$\det A = 6 - 3 - 3$$

۱۰۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \text{ های درایه های } = 1 - 1 - \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

۱۰۹- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2 \times (-8) - (-3) \times 5 = -1$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \times \begin{bmatrix} -8 & 3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

نکته:

$$(1) \text{ در ماتریس } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \text{ داریم } |A| = ad - bc = \text{دترمینان } A$$

$$(2) \text{ اگر } |A| \neq 0 \text{ آن‌گاه وارون ماتریس بالا برابر است با: } A^{-1} = \frac{1}{|A|} \times \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۱۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|I + BA^{-1}| = |AA^{-1} + BA^{-1}| = |(A + B)A^{-1}| = |A + B| \times |A^{-1}| = |A + B| \times \frac{1}{|A|} = \frac{2}{|A|}$$

۱۱۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$۲ \begin{cases} x+۲y-۴ \\ ۳x-۴y-۲ \end{cases} \Rightarrow ۲m+۱ = ۲m$$

۱۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$X = A^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{۶-۵} \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ -۱ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

توجه: اگر  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  باشد آنگاه:

۱۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

می دانیم اگر از سطر یا ستون ماتریس عدد فاکتور بگیریم می توانیم آن را به صورت ضرب پشت دترمینان بنویسیم پس:

$$|A_۲| = ۳ \times ۳ \times (-۲) \times |A_۱| = -۱۸ \times |A_۱|$$

۱۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-۱}| = \frac{1}{|A|}$$

$$|A^{-۱}| = -۲ = \frac{1}{-۲+۳a} \Rightarrow ۴-۶a = ۱ : a = \frac{1}{۲}$$

۱۱۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. شرط آن که یک دستگاه همگی (دستگاهی که همگی مقادیر ثابت آن، صفر باشند) جواب غیر صفر داشته باشند این است که دترمینان ضرایب آن صفر باشد. پس بنابراین شرط این که فقط جواب صفر داشته

باشد این است که دترمینان ضرایب آن مخالف صفر باشند:

$$\begin{vmatrix} ۲ & a \\ b & -۱ \end{vmatrix} \neq ۰ \Rightarrow -۲ - ab \neq ۰ \Rightarrow ab \neq -۲$$

۱۱۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط جواب نداشتن دستگاه:

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

$$\frac{m}{4} - \frac{1}{m} \Rightarrow m^2 - 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} = \frac{m+1}{6}$$

اما به ازای  $m = 2$  داریم:

$$\frac{m}{4} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{6}$$

یعنی دستگاه بی‌شمار جواب دارد. و به ازای  $m = -2$  داریم:

نکته‌ی درسی: دستگاه معادلات:  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  الف) با شرط  $\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$  یک جواب دارد.

ب) با شرط  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  بی‌شمار جواب دارد. ج) با شرط  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  جواب ندارد.

۱۱۷- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A + I| = \frac{|A + I| \times |A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|(A + I) \times A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|A \times A^{-1} + I \times A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{|I + A^{-1}|}{|A^{-1}|} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$$

$$A^{-1} + I = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$|A^{-1} + I| = 6 \quad |A^{-1}| = 14$$

۱۱۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x + y + 2z & x & y \\ z & 2x + y + z & y \\ z & x & x + 2y + z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2x + 2y + 2z & x & y \\ 2x + 2y + 2z & 2x + y + x & y \\ 2x + 2y + 2z & x & x + 2y + z \end{vmatrix}$$

$$= (2x + 2y + 2z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & 2x + y + z & y \\ 1 & x & x + 2y + z \end{vmatrix}$$

$$= 2(x + y + z) \begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & x + y + z & y \\ 1 & x & x + y + z \end{vmatrix} = 2(x + y + z)^3$$

$$2(x + y + z)^3 = 16 \rightarrow x + y + z = 2 \Rightarrow \text{مجموع اعضای ماتریس} = 6(x + y + z) = 12$$

نکته‌ی درسی: در هر دترمینان می‌توان ضرایبی از ستون‌ها (یا سطرها) را به ستون (یا سطر) دیگر افزود و حاصل دترمینان تغییر نمی‌کند. دترمینان ماتریس‌های قطری و مثلثی، همواره با حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی برابر است.

۱۱۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$I - BA^{-1} = AA^{-1} - BA^{-1} = (A - B)A^{-1}$$

$$|I - BA^{-1}| = |A - B||A^{-1}| \neq 0 \Rightarrow |A - B| \neq 0 \Rightarrow A - B \text{ وارون پذیر است}$$

۱۲۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & z+1 \end{vmatrix} = \begin{matrix} \text{ستون دوم و سوم را به ستون اول می افزاییم} \\ \begin{vmatrix} 1+x+y+z & y & z \\ 1+x+y+z & 1+y & z \\ 1+x+y+z & y & z+1 \end{vmatrix} = \end{matrix}$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 1 & 1+y & z \\ 1 & y & z+1 \end{vmatrix} = \begin{matrix} \text{سطر اول را از سطر دوم و سوم کم می کنیم} \\ \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+x+y+z \end{matrix}$$

$$(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+x+y+z$$

۱۲۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. چون دترمینان تغییر نمی کند پس باید  $A_{۳۳} = 0$  باشد.

$$A_{۳۳} = (-1)^5 \cdot (3x - 12) = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

۱۲۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{c} \Rightarrow ab + b^2 = ac \Rightarrow b^2 = ac - ab$$

۱۲۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با حل دستگاه  $\begin{cases} x+y=2 \\ 13x-10y=3 \end{cases}$  خواهیم داشت:  $x=1, y=1$ . حال  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$  را در معادله‌ی دوم قرار می دهیم:

$$m^3 - 1 = 7 \Rightarrow m^3 = 8 \Rightarrow m = 2$$



۱۲۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  در حالت  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$  جواب ندارد. در این جا:

$$\begin{cases} mx + y = 13 \\ x + my = -13 \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{13}{-13} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

۱-  $m = 1$  قابل قبول نیست چون در این حالت  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  می شود، یعنی دستگاه بی شمار جواب دارد. پس فقط  $m = -1$  قابل قبول است.

۱۲۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ cx + dy = c' \end{cases}$  فقط وقتی دارای جواب های غیر صفر است که

$$\begin{cases} 2x - ay = c \\ x - 2y = c' \end{cases} \Rightarrow a = 8 \quad \text{ad} - bc \neq 0 \text{ باشد (یعنی دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه صفر باشد). در این جا:}$$

۱۲۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } (A^{-1})^n = (A^n)^{-1}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & 1 \\ -1 & -a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 0 \\ 0 & a^2 - 1 \end{bmatrix}$$

$$|A^2| = (a^2 - 1)^2 \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{(a^2 - 1)^2} \Rightarrow \begin{bmatrix} a^2 - 1 & 0 \\ 0 & a^2 - 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{a^2 - 1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. دو طرف رابطه داده شده را در  $A^{-1}$  ضرب می کنیم:

$$A^2 = 3A + I \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1} A^2 = A^{-1} (3A + I) \rightarrow A = 3I + A^{-1} \rightarrow A - A^{-1} = 3I \rightarrow |A - A^{-1}| = 9$$

توجه شود که چون  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  است لذا  $I$  نیز  $2 \times 2$  بود و دترمینان ماتریس  $3I$  برابر ۹ خواهد بود چون:

$$3I = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۲۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|B| = 4 \times 0 - (-3) \times 2 = 6$$

$$B^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(B^{-1})^2 = B^{-2} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{36} \begin{bmatrix} -6 & 12 \\ 8 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{9} & \frac{5}{18} \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه های قطر فرعی} = \frac{1}{36}(12 - 8) = \frac{1}{9} \quad \text{یا} \quad -\frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

نکته درسی:

۱) دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  و وارون ماتریس  $A$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$|A| = ad - bc$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۲۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$AX = I \Rightarrow X = A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۳۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \quad \text{و} \quad |A| = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & \frac{3}{2} \end{vmatrix} = -\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{4} \Rightarrow |A^{-1}| = \frac{4}{5}$$

۱۳۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \\ = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -15 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

۱۳۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - xI = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{bmatrix} - x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-x & 0 & 3 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{bmatrix}$$

$$|A - xI| = \begin{vmatrix} 2-x & 0 & 3 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 2 & 0 & 1-x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (2-x)|(2-x)(1-x) - 12| = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(2-3x+x^2-12) = 0 \Rightarrow (2-x)(x^2-3x-10) = 0$$

$$\Rightarrow (2-x)(x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=5 \\ x=-2 \end{cases}$$

۱۳۳- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = -1 \end{cases} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A \times \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_B = \underbrace{\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}}_C \Rightarrow B = A^{-1} \times C$$

$$\Rightarrow B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \rightarrow x + y = 4$$

۱۳۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. از سطر اول عدد ۲ و از ستون اول عدد ۳ را فاکتور می‌گیریم:

$$\begin{vmatrix} 0 & 6 & 8 \\ 3 & 2 & b \\ -3 & a & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 3 \begin{vmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & b \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = \text{تعویض سطر اول و دوم} \Rightarrow -6 \begin{vmatrix} 1 & 2 & b \\ 0 & 3 & 4 \\ -1 & a & 5 \end{vmatrix} = -6 \times 15 = -90$$

۱۳۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = -1 - (-3) = 2 \Rightarrow |A^3| = |A|^3 = 8$$

$$|A^n| = |A|^n \text{ توجه:}$$

۱۳۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_A \cdot X = \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}}_B \Rightarrow X = A^{-1} \times B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ +1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

۱۳۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. برای یافتن دترمینان آن را نسبت به ستون سوم بسط می دهیم:

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -a \\ 3 & 1 & b \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{vmatrix} = 7a$$

بنابراین با دو برابر کردن درایه ی سطر دوم و ستون سوم مقدار  $a$  نیز دو برابر شده و لذا حاصل دترمینان دو برابر می شود.

۱۳۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ -2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} - I = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 2 & -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 16 - 8 = 8$$

۱۳۹- گزینه ی ۱ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4 & 5 & 6 \\ 6 & 9 & 12 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 5 \\ 6 & 9 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

توجه: هرگاه ۱ سطر یا ستون  $k$  برابر سطر یا ستون دیگر باشد، دترمینان صفر است.

۱۴۰- گزینه ی ۴ صحیح است.

$$A(A^{-1} - I) = I - A = \begin{bmatrix} 1-a & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$|I - A| = -4(1-a) - (-2)(-1) = -4 + 4a - 2 = 6 - 4a$$

۱۴۱- گزینه ی ۱ صحیح است.

$$A \cdot A^{-1} - A = I - A = A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow |I - A| = -4 - 2 = -6$$

۱۴۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 3a & 3a+2 & 3a \\ 6a+2 & 6a & 6a \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\substack{\text{۳- برابر سطر اول را به سطر دوم} \\ \text{و ۶- برابر سطر اول را به سطر سوم اضافه می کنیم}}} \begin{vmatrix} a & a & a+2 \\ 0 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & -12 \end{vmatrix} = 12 \xrightarrow{\substack{\text{بسط} \\ \text{نسبت به ستون اول}}} a(-24) + 2(-6a - 2a - 4) = 12$$

$$\Rightarrow -24a - 16a - 8 = 12 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۱۴۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a-b & b+1 & b-a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{به سطر اول}]{-b \text{ برابر سطر دوم}} \begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2a & 2b \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{فاکتور ۲ از سطر سوم}]{\text{ضرب سطر دوم در } b}$$

$$= \frac{2}{b} \begin{vmatrix} a & 1 & -a \\ -b & b & b \\ 0 & a & b \end{vmatrix} = \frac{2}{b} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{b}$$

۱۴۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow[\text{به ستون سوم اضافه می کنیم}]{\text{۱ برابر ستون دوم را}} \begin{vmatrix} 1 & \text{Log } a & \text{Log } abc \\ 1 & \text{Log } b & \text{Log } abc \\ 1 & \text{Log } c & \text{Log } abc \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{ستون سوم } k \text{ برابر ستون اول}} 0$$

۱۴۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\xrightarrow[\text{به سوم اضافه می کنیم}]{\text{۱- برابر ستون دوم را}} \begin{vmatrix} a & 7 & 0 \\ a & 10 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & 7 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \Rightarrow 3a + 7 = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$\begin{vmatrix} 3 & a \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \quad 15 - 2a = -\frac{1}{2} \quad a = \frac{31}{4}$$

۱۴۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

۱۴۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & a-2 \end{bmatrix} \Rightarrow 3a - 6 - 6 = 9 \Rightarrow a = 7$$

۱۴۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 4A^{-1} - I = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 4 - 6 = -2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

۱۴۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$A^4 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^4)^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$$

۱۵۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.  
 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = A \Rightarrow A^2 - A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = 0$

۱۵۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 7 \end{bmatrix}$  ,  $A^{-1} = -\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A + aA^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - 7a & 4 + 4a \\ 2 + 2a & 7 - a \end{bmatrix} \Rightarrow a = -1$

۱۵۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$\begin{vmatrix} 2 - a & 1 \\ 4 & 5 - a \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 10 - 7a + a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 - 7a + 6 = 0 \Rightarrow a = 1, 6$

$|A| = 9 - 8 = 1$

۱۵۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = 1 \Rightarrow |(A^{-1})^2| = |A^{-1}|^2 = 1^2 = 1$

۱۵۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$B = A^{-1} = \frac{1}{-\frac{5}{8} + \frac{3}{8}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{5}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -6 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

۱۵۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. منهای ستون اول را به ستون سوم اضافه می کنیم:

$$\begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & (a+b)^2 \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & (b+c)^2 \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & (c+a)^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & 2ab \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & 2bc \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & 2ca \end{vmatrix} = 2abc \begin{vmatrix} a^2 + b^2 & \frac{1}{c} & \frac{1}{c} \\ b^2 + c^2 & \frac{1}{a} & \frac{1}{a} \\ c^2 + a^2 & \frac{1}{b} & \frac{1}{b} \end{vmatrix} = 0$$

$$|A| = -1 + 5 - 3$$

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{-3}$$

۱۵۶- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{1 + \lg^2 x} = \cos^2 x$$

۱۵۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

۱۵۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$c \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} b-a & a+1 & -1 \\ c & 0 & a \\ c & -c & b \end{vmatrix} = -c(ab + b - c) - a(-bc + ac - ac - c) = 0$$

$$-abc - bc + c^2 + abc + ac = 0 \Rightarrow -b + c + a = 0 \Rightarrow a + c = b$$

۱۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$|A| = 2a + 3 \Rightarrow |(A^2)^{-1}| = \frac{1}{(|A|^2)} \Rightarrow (2a + 3)^2 = 1$$

$$\Rightarrow 2a + 3 = \pm 1 \Rightarrow a = -1, -2$$

۱۶۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\left| \frac{1}{2} A \right| = \frac{1}{2^3} |A|$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 7 \\ 7 & 14 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow[\substack{\text{۷ برابر سطر ۱ به سطر ۲} \\ \text{۵ برابر سطر ۱ به سطر ۳}}]{=} \begin{vmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 17 & 39 & 0 \\ 17 & 39 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

۱۶۱- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه ی  $\begin{vmatrix} 5 & 7 & -3 \\ 2 & -4 & x \\ -1 & 6 & 3 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}$ ، ماتریس مرتبه ی سوم

برحسب اجزاء سطر دوم بسط داده شده است لذا خواهیم داشت:

$$-2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} = A - x \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$A = -2 \begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 6 & 3 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -2(39) - 4(12) \Rightarrow A = -78 - 48 = -126$$

۱۶۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. از رابطه مفروض خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = -1 \rightarrow X^{-1} = - \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

پس ماتریس معکوس محاسبه شود.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \cdot \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

توجه:

۱۶۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$|\Lambda| = 6 - 8 = -2 \Rightarrow A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{سطر اول} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{توجه: } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}A = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{دترمینان} = \frac{3}{2} + 1 = \frac{5}{2} = 2/5$$

۱۶۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc \text{ توجه:}$$

۱۶۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. منظور از ماتریس  $\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  افزودن ۲ ماتریس است که:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{مجموع دو سطر} \\ \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 10 & 12 \\ 1 & 2 & 9 & 7 \\ 4 & 7 & 0 & 1 \end{vmatrix} \text{سطر دوم برابر سطر اول} \end{array}$$

۱۶۶- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & a \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2a \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} + 9$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 2a \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + 9 \Rightarrow 3a = 6a + 9 \Rightarrow a = -3$$



۱۶۷- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر سطر اول به سطر دوم اضافه شود دو سطر

متناسب ایجاد می گردد. اگر دو سطر دترمینان متناسب باشد حاصل دترمینان صفر است.

۱۶۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ی ۴،  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  می باشد.

۱۶۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A^{-1} = \frac{1}{1(-1) - 0} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = A$$

توجه:  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

۱۷۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. از روش کرامر استفاده می کنیم:

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & a \\ 1 & b \end{vmatrix}} = \frac{y}{2b-a} \Rightarrow 1 = \frac{y}{2b-a} \Rightarrow 2b-a = y$$

راه حل دوم:

$$y=1 \Rightarrow \begin{cases} 2x+a=3 \\ x+b=5 \end{cases}$$

معادله ی اول را از دو برابر معادله ی دوم کم می کنیم:

$$2(x+b-5) - (2x+a-3) = 0 \Rightarrow 2b-a-10+3=0 \Rightarrow 2b-a=7$$

۱۷۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$A^2 + A = I \Rightarrow A(A+I) = I \Rightarrow A^{-1} = A+I$$

$$(A^2)^{-1} = (A^{-1})^2 = (A+I)^2 = A^2 + 2A + I = A^2 + A + A + I = 2A + I$$

۱۷۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. این دو معادله خط باید به صورتی باشند که دو خط موازی باشند ولی منطبق نباشند تا شرط مسئله برقرار شود یعنی:

$$\frac{m}{2} = \frac{1}{m-1} \neq \frac{-3}{6} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=-1 \end{cases}$$

که جواب  $m=-1$  به خاطر نامساوی سمت راست قابل قبول نیست یعنی فقط یک جواب داریم.

۱۷۳- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ماتریس  $X$  را می خواهیم:

$$2X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -4 & -4 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$$

حالا وارون ماتریس  $X$  را می خواهیم:

$$X^{-1} = \frac{1}{-2-4} \begin{bmatrix} -2 & +2 \\ +2 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \end{bmatrix}$$

و حاصل ضرب درایه های آن برابر  $\frac{-1}{162}$  است.

۱۷۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. وارون مجموع دو ماتریس، مجموع وارون های آنها نیست. در حاصل ضرب هم باید

$$(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

جای دو ماتریس را عوض کنیم:

$$I^{-1} = I$$

وارون  $I$  هم خودش است:

۱۷۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. دستگاه زمانی جواب ندارد که دترمینان ماتریس ضریبها صفر شود:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ 4 & a-2 \end{vmatrix} = 1(a-2) - 4(a+1) = a-2-4a-4 = -3a-6 = 0 \Rightarrow a=-2$$

۱۷۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. طبق تمرین کتاب درسی می دانیم اگر  $A$  و  $P$  ماتریس مربعی هم مرتبه و  $P$  وارون پذیر باشد، داریم:

$$(PAP^{-1})^n = P \Lambda^n P^{-1}$$

با توجه به این که ماتریس دوران  $\frac{\pi}{6}$  است، پس خواهیم داشت:

$$\left(AR\frac{\pi}{6}A^{-1}\right)^{2012} = AR\frac{\pi}{6}A^{-1} \quad A^{-1} = AR\frac{2012\pi}{6}A^{-1} = AR\left(335\pi + \frac{2\pi}{6}\right)A^{-1} = AR_{\pi + \frac{2\pi}{6}}A^{-1} =$$

$$A \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} A^{-1}$$

نکته:  $R_{2k\pi + \theta} = R_{\theta}$

$$x = -b - c \text{ و } y = -a - c, z = -a - b$$

۱۷۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.  
اگر در نظر بگیریم:

$$\begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & y & y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$$

که مطابق دترمینان و اندرموند مقدار آن برابر است با:  $(y - x)(z - x)(z - y)$   
بنابراین خواهیم داشت:

$$(-(b + c) + (a + c))(-a + c) + (a + b)(-a + b) + (b + c) - (a - b)(b - c)(c - a)$$

۱۷۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. بنابر صورت پرسش

$$\begin{aligned} AX &= \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \\ A^{-1} &= \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \\ X &= \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$X = A^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  الزاماً معکوس ماتریس  $A$  محاسبه شود.

۱۷۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$B \times A = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} |7 \ 5| = \begin{bmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} 21 & 15 \\ 28 & 20 \end{vmatrix} = 420 - 420 = 0$$

۱۸۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A - 2I)^2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |(A - 2I)^2| = 4 - 0 = 4$$

پس معکوس ماتریس به صورت  $\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$  می باشد که مجموع درایه ها  $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + 0 + \frac{4}{4} = \frac{1}{2}$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۸۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه ی ۴،  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$  می باشد.

۱۸۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = C \Rightarrow X = A^{-1} \cdot C \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ m \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 - 3m \\ 5m \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -4 - 3m \Rightarrow m = \frac{-x-4}{3} \\ y = 5m \Rightarrow y = \frac{-5x-20}{3} \end{cases}$$

۱۸۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Lambda X \Lambda = I \Rightarrow A^{-1} (\Lambda X \Lambda) = A^{-1} I \Rightarrow \underbrace{(A^{-1} \Lambda)}_I X \Lambda = A^{-1}$$

$$\Rightarrow X \cdot \Lambda = \Lambda^{-1} \Rightarrow (X \Lambda) \Lambda^{-1} = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X \underbrace{(\Lambda \cdot \Lambda^{-1})}_I = \Lambda^{-1} \cdot \Lambda^{-1} \Rightarrow X = (\Lambda^{-1})^2$$

$$\Rightarrow \left( \frac{1}{-8+6} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \right)^2$$

$$X = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -2 \end{bmatrix} - \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{5}{2} & \frac{3}{2} \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{توجه} / A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

۱۸۴- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. ضرب دو ماتریس برابر I شده است، بنابراین دو ماتریس معکوس یکدیگرند، پس خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = -\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow a = -0/3, c = 0/4 \Rightarrow a + c = 0/1$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad \text{توجه:}$$

۱۸۵- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $|A^2| = |A| \cdot |A| = |A|^2$  پس مقدار دترمینان A را محاسبه کنید.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - 5 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -20 - 25 = -45$$

$$(-45)^2 = 2025 \quad \text{پس حاصل برابر ۲۰۲۵}$$

۱۸۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر A و B دو ماتریس  $2 \times 2$  باشند آن‌گاه نکات زیر را داریم:

$$۱) |kA| = k^2 |A|$$

$$۲) |AB| = |A| |B|$$

$$۳) |A^2| = |A|^2$$

$$۴) |A^n| = |A|^n$$

$$۵) |A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

$$A^3 = \begin{bmatrix} A & 0 \\ a & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^3| = 8 \Rightarrow |A|^3 = 8 \Rightarrow |A| = 2$$

$$||A| |A^2| = |A|^2 |A|^2 = |A|^4 = (2)^4 = 16$$

$$AB = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۸۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$۱۱) (A.B)^{-1} = ۱۱ \times \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

۱۸۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: برای هر ماتریس وارون پذیر مانند  $A$  داریم:  $AA^{-1} = A^{-1}A = I$  که در آن  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

نکته:  $AI - IA - A$

طرفین تساوی را از چپ در  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$  ضرب می کنیم:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}}_I X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

۱۸۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. کافی است که دترمینان مفروض را نسبت به سطر دوم بسط دهیم.

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 9 \\ 2 & x & 1 \\ 1 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -2 \begin{vmatrix} -1 & 9 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 7 \end{vmatrix}$$

با توجه به صورت پرسش خواهیم داشت:  $A = -2(-2 - 63) - (14 + 1) - 115$

۱۹۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. نکته: معکوس ماتریس  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  عبارت است از:  $\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{4 - 6} \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1}$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$$

۱۹۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر جای دو سطر (یا ستون) را در یک ماتریس عوض کنیم، دترمینان قرینه می‌شود.  
نکته:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a & b & c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a & a_{22} - b & a_{23} - c \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

این خاصیت برای همه‌ی سطر (ستون) ها برقرار است.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a & a+b & b \\ 2 & 3 & 5 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 \\ a & a+b & b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ a & a+b & b \end{vmatrix}$$

۶ طبق فرض  $-3b - 2a$

۱۹۲- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

می‌توان دستگاه معادلات را با استفاده از ماتریس‌ها به صورت  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  نوشت. اگر در این رابطه

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ،  $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  آن‌گاه  $AX = B$  و در نتیجه  $X = A^{-1}B$  پس:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow x + y = 4$$

۱۹۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در این رابطه ماتریس منظور از I ماتریس واحد مرتبه‌ی دوم است.

$$2A - 3I = 2 \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$$

در نتیجه دترمینان ماتریس حاصل برابر  $47 - (-2 \times 6) = (5 \times 7) - (-2 \times 6)$

۱۹۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a+1 & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2b & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b & 3c \\ a+b & 2 & -1 \\ 2b & 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & b & 3c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 5 + \begin{vmatrix} 1 & b & 3c \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 5 + 1 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5 + 7 = 12$$

۱۹۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} a^2 & b^2 & x^2 \\ a & b & x \\ a^3 & b^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a^2 - x^2 & b^2 - x^2 & x^2 \\ a - x & b - x & x \\ a^3 - x^3 & b^3 - x^3 & x^3 \end{vmatrix} = 0$$

هر سه ستون دترمینان دارای فاکتور هستند.

$$x(a-x)(b-x) \begin{vmatrix} a+x & b+x & x \\ a^2+ax+x^2 & b^2+bx+x^2 & x^2 \end{vmatrix} = 0$$

اولاً  $a, b, x$  ثانیاً ستون سوم را از دو ستون اول و دوم کم می کنیم.

$$\begin{vmatrix} a & b & x \\ a^2+ax & b^2+bx & x^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b \\ a^2+ax & b^2+bx \end{vmatrix} = 0$$

$$ab \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ a+x & b+x \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow ab(b-a) = 0$$

نشدنی است.

پس ۳ ریشه متمایز دارد.

۱۹۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. دو سطر اول و چهارم دترمینان متناسب هستند.

$$\begin{bmatrix} 2 & -x & 3 & -1 \\ 5 & x & 0 & 2 \\ 1 & x & x & 3 \\ -4 & 2x & -6 & 2 \end{bmatrix}$$

پس همواره حاصل دترمینان برابر صفر است لذا  $x$  هر عدد دلخواه می تواند باشد پس بی شمار مقدار

۱۹۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}, X = A^{-1} = \begin{bmatrix} 0/8 & -0/2 \\ -0/6 & 0/4 \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه های آن برابر  $0/4$  می باشد.

۱۹۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$AX = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow X = A^{-1} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$



۱۹۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 27 \\ 45 & 64 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \begin{bmatrix} 64 & -27 \\ -45 & 19 \end{bmatrix}$$

۲۰۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. طرفین رابطه ماتریس  $AX - 3A - 2I$  را در ماتریس  $A^{-1}$  از چپ ضرب می کنیم.

$$A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \text{ را محاسبه می کنیم. } X = 3I - 2A^{-1}$$

$$X = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & -7 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 & -7 \\ -6 & 8 \end{bmatrix}$$

مجموع درایه های ماتریس  $X$  به صورت  $8 - 6 + 8 - 7 = 11$  می باشد.

۲۰۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر مقدار دترمینان ماتریس صفر باشد آن گاه ماتریس وارون پذیر نیست.

$$\begin{vmatrix} 3 & a-3 \\ a+1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 12 \Rightarrow a^2 - 2a - 15 = 0 \Rightarrow a = -3, 5$$

۲۰۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 9 - 3 \times 4 = 6 \quad \times$$

$$2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -9 \quad \times$$

$$3) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -5 - 2 \times 4 = -13 \quad \times$$

$$4) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر اول}} 1 \times \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ -1 & 4 \end{vmatrix} = 6 \times 4 + 1 = 25 \quad \checkmark$$

۲۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته:  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

نکته:  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

ابتدا وارون ماتریس A را محاسبه می کنیم:

$$A^{-1} = \frac{1}{-14 - (-15)} \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

طبق فرض داریم:

$$B + \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 7 & -3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = -20 + 15 = -5$$

۲۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر ماتریس های A و B معکوس یکدیگر باشند، داریم:  $AB - BA - I$  با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$A(A - 4I) = I \Rightarrow \begin{bmatrix} a & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a-4 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a(a-4) + 4 & 2a-2 \\ 2(a-4) + 6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4a + 4 = 1 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 3 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \\ 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \rightarrow a = 1$$

۲۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این دستگاه به کمک روش ماتریس وارون می توان نوشت:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$$

طبق فرض  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  ، بنابراین:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -19 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$x + y = -6 - 19 = -25$$

۲۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $A$  و  $B$  ماتریس های  $2 \times 2$  باشند، داریم:

$$|AB| = |A| \times |B|$$

نکته: اگر ماتریس  $A_{2 \times 2}$  وارون پذیر باشد، داریم:

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$$

نکته:  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

می دانیم  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $I \times A - A$ ، اکنون داریم:

$$A \times \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| \times \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| \times 1 = -3 \Rightarrow |A| = -3$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = -\frac{1}{3}$$

۲۰۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته:  $B^{-1} = \frac{B^*}{|B|} \Rightarrow B^* = |B|B^{-1}$

نکته:  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$ ,  $(A^{-1})^{-1} = A$

با استفاده از نکته ی بالا داریم:

$$(A^{-1})^* = |A^{-1}|(A^{-1})^{-1} = \frac{1}{|A|}A = \frac{1}{6-4} \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} & -2 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

۲۰۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر در ماتریسی  $3 \times 3$  مانند  $A$ ، حاصل ضرب درایه های یک سطر (ستون) در یک عدد ثابت را به سطر (ستون) دیگری بیفزاییم تا ماتریس جدید حاصل شود، آن گاه دترمینان ماتریس جدید با دترمینان ماتریس  $A$  برابر است.

نکته: دترمینان ماتریس بالامثلثی (پایین مثلثی) برابر حاصل ضرب درایه های روی قطر اصلی آن است. با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ n & n & n+1 \\ n & n & n \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{R_3 - R_2 \rightarrow R_3 \\ R_2 - R_1 \rightarrow R_2}} \begin{vmatrix} n & n-9 & n-6 \\ 0 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = -9n \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 18 \Rightarrow n = -2$$

۲۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته:  $(A^{-1})^{-1} = A$

نکته: اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  وارون پذیر باشد، آنگاه وارون آن به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^{-1})^{-1} = A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A + A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

بنابراین دترمینان  $A + A^{-1}$  برابر است با:

$$|A + A^{-1}| = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & \frac{5}{2} \end{vmatrix} = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

۲۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: شرط وارون پذیری ماتریس مربعی  $A$ ، داشتن دترمینان غیر صفر است. بنابراین دترمینان ماتریس وارون ناپذیر، صفر است.

با توجه به نکته‌ی بالا چون ماتریس وارون پذیر نیست، پس باید دترمینان آن برابر صفر باشد:

$$\begin{vmatrix} 1 & a+1 \\ a-2 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 4 - (a^2 - a - 2) = 0 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a-3)(a+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-3 \\ a-2 \end{cases}$$

$$A = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} a^2-1 & -2a \\ 2a & a^2-1 \end{bmatrix}$$

$$\text{مجموع درایه ها} = a^2 - 1 - 2a + 2a + a^2 - 1 = 2a^2 - 2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 2 \Rightarrow 6 \\ a - 3 \Rightarrow 16 \end{cases}$$

۲۱۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک ماتریس، مضرب یک سطر (ستون) را به سطر (ستون) دیگری اضافه کنیم، دترمینان تغییری نمی‌کند.  
نکته: اگر در یک ماتریس یک سطر (ستون) مضربی از سطر (ستون) دیگری باشد، دترمینان آن ماتریس برابر صفر است.

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{R_2 + R_3 \rightarrow R_2} \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ b+c & c+a & a+b \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

چون سطر اول ماتریس مضربی از سطر سوم است، پس حاصل دترمینان برابر صفر است.

۲۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ x & x & x \end{vmatrix} \xrightarrow{R_3 - R_2 \rightarrow R_3} \begin{vmatrix} x & 1 & 5 \\ x & x & 2 \\ 0 & x & x-2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به سطر سوم}} (x-2) \begin{vmatrix} x & 1 \\ x & x \end{vmatrix}$$

$$= (x-2)(x^2 - x) \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 0 \Rightarrow x=2, x=1, x=0$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر است:  $0 + 1 + 2 = 3$

۲۱۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه ماتریسی داریم:

$$\Lambda^2 X - 49I \Rightarrow X - 49(A^2)^{-1}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 & 18 \\ 30 & 31 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^2| = 49$$

$$X = \begin{bmatrix} 31 & -18 \\ -30 & 19 \end{bmatrix} \text{ پس}$$

۲۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{25} \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & -0.2 \end{bmatrix}$$

۲۱۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر دستور  $A^{-1}$  داریم:

$$A^{-1} = \frac{1}{21+4} \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.28 & 0.04 \\ -0.16 & 0.12 \end{bmatrix}$$

مجموع هر چهار درایه برابر است با  $0.28$ .

۲۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-3 & -2-4 \\ 6+12 & -3+16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -6 \\ 18 & 13 \end{bmatrix}$$

$$B = A^2 - 7I = \begin{bmatrix} -6 & -6 \\ 18 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{72} \begin{bmatrix} 6 & 6 \\ -18 & -6 \end{bmatrix} = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}$$

$$12B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix} \text{ در نتیجه}$$

۲۱۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از ضرب دو ماتریس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} 2x - 2 + y + 2 = 5 \\ 3x - 3 + 2y + 4 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases} \Rightarrow x = 4$$

۲۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$B = A^2 - 2A = A(A - 2I) = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\text{پس } B^{-1} = -\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 11 & 3 \\ -12 & -4 \end{bmatrix} \text{ پس مجموع درایه‌های آن } \frac{11 + 3 - 12 - 4}{-8} = \frac{1}{4} \text{ است.}$$

۲۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی باشند و  $AB - I$  آن‌گاه  $A$  و  $B$  وارون یکدیگر هستند.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس تعویض پذیر باشند  $(AB - BA)$ ، داریم:

$$A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$$

$$A^3 = 7I \Rightarrow A^3 + I^3 = 7I + I^3 \Rightarrow A^3 + I^3 = 8I$$

$$\Rightarrow (A + I)(A^2 - A + I) = 8I \Rightarrow \frac{1}{8}(A + I)(A^2 - A + I) = I$$

پس وارون ماتریس  $A^2 - A + I$ ، ماتریس  $\frac{1}{8}(A + I)$  است.

۲۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دترمینان مطلوب بنا به تعریف چنین است

$$\begin{vmatrix} a+b & a+2b & a+3b \\ 2a+b & 2a+2b & 2a+3b \\ 3a+b & 3a+2b & 3a+3b \end{vmatrix} = 0$$

اگر سطر اول به سطر سوم اضافه شود دو برابر سطح دوم می‌شود

الزاماً حاصل دترمینان صفر است.

۲۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته:  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^*$

نکته: اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد، داریم:  $|A^*| = |A|^{n-1}$

$$A^* = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow |A^*| = |A|^{2-1} \Rightarrow |A| = |A^*| = 8$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های  $A^{-1}$  برابر است با:  $\frac{1}{8}(4 + 2 + 8 + 6) = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

۲۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: نکته: معادله  $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ a & b & 1 \\ c & d & 1 \end{vmatrix} = 0$ ، معادله خط گذرا از نقاط  $(a, b)$  و  $(c, d)$  در  $R^2$  است.

با توجه به نکته بالا، معادله خط گذرا از نقاط  $(3, -2)$  و  $(4, 4)$  است که به صورت زیر می‌باشد:

$$y - 4 = \frac{4 + 2}{4 - 3}(x - 4) \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه  $(4, -8)$  روی این خط قرار دارد.

راه حل دوم: حاصل دترمینان را ساده می‌کنیم:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} - y \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}$$

$$= -6x - y + 16 \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} 0 \Rightarrow y = -6x + 16$$

در بین گزینه‌ها، فقط نقطه  $(4, -8)$  روی این خط قرار دارد.

۲۲۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

ابتدا ماتریس B را تعیین می‌کنیم:

$$A + B = I \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$B^{-1} = \frac{1}{4 - 12} \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{8} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

پس مجموع درایه‌های ماتریس  $B^{-1}$  برابر است با:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} - \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = -\frac{1}{4}$$

۲۲۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر A یک ماتریس  $n \times n$  و  $\lambda$  یک عدد حقیقی باشد، آنگاه:

$$|\lambda A| = \lambda^n |A|$$

$$A = |i - j|_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 0 + 1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \left| \frac{1}{4} A \right| = \frac{1}{4^3} |A| = 0$$



۲۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر همه درایه‌های یک سطر (ستون) ماتریس مربعی  $A$  را در عدد حقیقی  $\lambda$  ضرب کنیم، آن‌گاه ماتریس جدیدی حاصل می‌شود که دترمینان آن  $\lambda$  برابر دترمینان ماتریس  $A$  است.  
نکته (قانون تفکیک در دترمینان):

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} + c_{31} & b_{32} + c_{32} & b_{33} + c_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + x \begin{vmatrix} x & -3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 1 & x & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ -1 & -x & 0 \end{vmatrix} = 8$$

طبق عکس قانون تفکیک در دترمینان، حاصل جمع دو دترمینان بالا برابر است با:

$$\begin{vmatrix} x & -3x & 2 \\ 0 & 2x & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 8 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

۲۲۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $n \times n$  باشند، آن‌گاه:  $|AB| = |A||B|$   
نکته: دترمینان ماتریس پایین مثلثی (بالا مثلثی) حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی است.

نکته: اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $\lambda$  یک عدد حقیقی باشد، آن‌گاه:  $|\lambda A| = \lambda^n |A|$   
با استفاده از نکات بالا داریم:

$$\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 5 \end{vmatrix} |A| \begin{vmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 7 & -9 \end{vmatrix} = |5I| = 5^3 |I| \Rightarrow (-5)|A|(-25) = 5^3 \Rightarrow |A| \times 5^3 = 5^3 \Rightarrow |A| = 1$$

۲۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:  $|A| = ad - bc$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 - A = \begin{bmatrix} 4+a & a \\ 1 & a+1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+a & 0 \\ 0 & a+2 \end{bmatrix}$$

$$|A^2 - A| = (a+2)^2 \stackrel{\text{طبق فرض}}{=} 9 \Rightarrow a+2 = \pm 3 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } -5$$

۲۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $A$  ماتریسی وارون پذیر باشد، داریم:  $|A^{-1}| = \frac{1}{|A|}$

$$|2A^3| = 2^3 |A^3| = 2^3 |A|^3 = 2^3 \times 2^3 = 2^6$$

$$\left| (2A^3)^{-1} \right| = \frac{1}{|2A^3|} = \frac{1}{2^6} = 2^{-6}$$

۲۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: ماتریس  $A$  وارون پذیر نیست، اگر و تنها اگر  $|A| \neq 0$

نکته: دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  برابر است با:

$$|A| = ad - bc$$

چون  $A$  وارون پذیر نیست، داریم:

$$|A| = 0 \Rightarrow (m+1)(m+3) - m(m-1) = 0 \Rightarrow m^2 + 4m + 3 - m^2 + m = 0 \Rightarrow m = \frac{-3}{5}$$

حال دترمینان ماتریس  $B$  را محاسبه می کنیم:

$$|B| = 25m^2 - 12 = 25\left(\frac{9}{25}\right) - 12 = -3$$

۲۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $A \times B = I$ ، آن گاه ماتریس  $A$  و  $B$  وارون یکدیگر هستند.

نکته: وارون ماتریس  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (در صورت وجود) عبارت است از:

$$\frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} a & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \times A = I \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{3 - (-2)} \begin{bmatrix} 3 & -(-2) \\ -(-1) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

۲۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $k$  عددی حقیقی باشد، داریم:  $|kA| = k^n |A|$

نکته: اگر  $m$  عددی طبیعی باشد، داریم:  $|A^m| = |A|^m$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{بسط نسبت به ستون دوم}} (-1) \begin{vmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = -8$$

$$\left| \frac{1}{2} A^3 \right| = \left(\frac{1}{2}\right)^3 |A^3| = \frac{1}{8} |A|^3 = \frac{1}{8} (-8)^3 = -64$$

۲۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} x & 12 & 6+7x \\ y & 28 & 14+7y \\ z & 4 & 2+7z \end{vmatrix} \xrightarrow{c_3 - 7c_1} c_3 \quad \begin{vmatrix} x & 12 & 6 \\ y & 28 & 14 \\ z & 4 & 2 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} x & 6 & 6 \\ y & 14 & 14 \\ z & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

چون دو ستون این دترمینان برابر است، پس حاصل آن برابر صفر است.

۲۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته: وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  (در صورت وجود)، عبارت است از:

$$A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$(A + 2I)^{-1} = \frac{1}{9 - 1} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{1}{8} & \frac{3}{8} \end{bmatrix}$$

۲۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر در یک دترمینان جای دو سطر (ستون) را عوض کنیم، دترمینان قرینه می‌شود.

$$\text{نکته: } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + k \begin{vmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} a_{11} + kb_{11} & a_{12} + kb_{12} & a_{13} + kb_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

در دترمینان دوم: جای سطرهای ۲ و ۳ را عوض می‌کنیم. در این صورت دترمینان آن در یک منفی ضرب می‌شود. سپس با استفاده از نکته بالا، حاصل را به صورت یک دترمینان می‌نویسیم.

$$\begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} - x \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & -2x & -1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x & -2x & x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & -1-x \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & 0 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \lambda \Rightarrow (-1-x) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = \lambda \Rightarrow 1(x+1) = \lambda \Rightarrow x = 1$$

۲۳۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اجزاء سطر دوم را به اجزاء سطر سوم اضافه می کنیم

$$\begin{vmatrix} A \\ B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 4 & 2 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \\ 2 & 7 & 4 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

دو سطر سوم و چهارم در دترمینان حاصل برابرند. پس حاصل دترمینان صفر است.

۲۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A \cdot B = 23I \Rightarrow B = 23A^{-1} = 23 \times \frac{1}{-23} \begin{bmatrix} -4 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$$

۲۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A - 2B = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 9 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 & 4 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

مقدار دترمینان ماتریس حاصل برابر است با  $0 = 3 - 3$  پس وارون پذیر نیست.

۲۳۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مرتبه دترمینان پایین می آوریم.

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & 5 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 6 & 4 & 3 \\ 0 & -7 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 4 & 3 \\ -7 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -8 & -21 \\ 0 & 13 & 29 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -8 & -21 \\ 13 & 29 \end{vmatrix} = -232 + 273 - 41$$

۲۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سطرهای دوم و سوم را به سطر اول افزوده و از  $a + 3$  فاکتور می گیریم.

$$\begin{vmatrix} a+3 & a+3 & a+3 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1 & 1+a \end{vmatrix} = (a+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{vmatrix} = a^2(a+3)$$

$$a^3 + 3a^2 = 20 \Rightarrow a^3 - 2a^2 + 5a^2 - 20 = 0 \quad a^2(a-2) + 5(a-2)(a+2) = 0$$

$$(a-2)(a^2 + 5a + 10) = 0$$

پس  $a = 2$

۲۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & 5 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 & -6 \\ -7 & 6 & 7 & -22 \\ 9 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -7 & 7 & -22 \\ 9 & 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 & 3 & -6 \\ 0 & 7 & -22 \\ 13 & 4 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 13 \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ 7 & -22 \end{vmatrix} = 13 \times 6 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 7 & -11 \end{vmatrix} = 78(-11 + 7) = -312$$

۲۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 13 & 11 \\ -5 & 7 & 19 \\ -1 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

مضاربی از سطر سوم به دو سطر اول اضافه می شود.

$$|A \times B| = \begin{vmatrix} 0 & -3 & -1 \\ 0 & -33 & -11 \\ -1 & 8 & 6 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 33 & 11 \end{vmatrix} = 0$$

۲۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ماتریس X معکوس ماتریس مفروض است، پس خواهیم داشت:

$$X = A^{-1} = -1 \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -7 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

۲۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

(۱)  $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$  : زمانی بیشمار جواب داریم که  $(c, c' \neq 0)$ ,  $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$  در دستگاه

(۲)  $\frac{m}{6} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$

۲۴۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} |(A^{-1})^2| = |A^{-1}|^2 = \frac{1}{|A|^2} \Rightarrow |(A^{-1})^2| = \frac{1}{4a^2} \\ |A| = 3a - a = 2a \end{cases}$$

از طرفی

۲۴۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{m}{6} = \frac{-2}{-3m} = \frac{3}{n} \Rightarrow -3m^2 = -12 \Rightarrow m = \pm 2 \Rightarrow n = \pm 9 \Rightarrow m + n = \pm 11$$

۲۴۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$|A| = \text{Log } a \cdot \text{Log } c - \text{Log } a \cdot \text{Log } b$$

$$= \text{Log } a (\text{Log } c - \text{Log } b) = \text{Log } a \cdot \text{Log } \frac{c}{b}$$

طبق فرض  $|A| = \text{Log } a$  داریم:

$$\text{Log } a \cdot \text{Log } \frac{c}{b} = \text{Log } a \xrightarrow{a \neq 1} \text{Log } \frac{c}{b} = 1 \Rightarrow \frac{c}{b} = 10$$

$$\Rightarrow c = 10b \Rightarrow \frac{c + 2b}{c - 2b} = \frac{12b}{8b} = \frac{3}{2}$$

| ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |      | ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |      | ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |      | ۴                                   | ۳                                   | ۲                                   | ۱                                   |                                     |                          |     |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-----|
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۹۰ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۷ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۶۴  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱                                  |                          |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۱ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۶۵  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲                       |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۶۶  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳                       |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۹۳ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۰ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۶۷  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۴                       |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۳۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۶۸  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵                       |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۹۵ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۲ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۶۹  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۶                       |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۶ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۳ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۷۰  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۷                       |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۷ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۴ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۷۱  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸                       |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۹۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۳۵ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۷۲  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۹                       |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۹۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۶ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۷۳  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۳۷ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۷۴  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۱ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۳۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۷۵  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۲                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۳۹ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۷۶  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۳                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۳ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۴۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۷۷  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۰۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۷۸  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۵                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۷۹  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۰۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۳ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸۰  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۷                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۰۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۸۱  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۸                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۴۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۸۲  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۹                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۰۹ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۴۶ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۸۳  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۰                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۴۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۸۴  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۱                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۸۵  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۴۹ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸۶  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۰ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸۷  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۴                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۴ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۱ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸۸  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۵                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۵ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۲ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۸۹  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۶                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۵۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۹۰  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۷                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۴ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۱  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۸                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۱۸ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۹۲  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۹                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۱۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۵۶ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۳  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۳۰                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۵۷ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۴  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۳۱                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۵۸ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۵  | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳۲                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۵۹ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۶  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳۳                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۶۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۹۷  | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳۴                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۹۸  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۳۵                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶۲ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۹۹  | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۳۶                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۲۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۶۳ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۳۷                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶۴ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۱ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳۸                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۶۵ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۲ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۳۹                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۲۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶۶ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۳ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۴۰                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۳۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۶۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۴۱                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۱ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۶۸ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۴۲                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۶۹ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۴۳                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۳۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۷۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۰۷ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۴۴                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۳۴ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۰۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۴۵                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۲ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۰۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۴۶                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۴۷                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۷ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۴ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۱ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۴۸                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۵ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۴۹                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۳۹ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۶ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۱۳ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۰                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۴۰ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۷ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۱۴ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۵۱                      |     |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۴۱ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۷۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | -۵۲ |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۴۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۷۹ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۶ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۳                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۴۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۸۰ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۷ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۴                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۲۴۴ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۸۱ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۸ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۵                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۲۴۵ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | -۱۸۲ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۱۹ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۶                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۲۴۶ | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۸۳ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۰ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۵۷                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |      | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۸۴ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۱ | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | -۵۸                      |     |
| <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            |      | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۸۵ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/>            | <input type="checkbox"/>            | -۱۲۲ | <input type="checkbox"/>            | <input checked="" type="checkbox"/> |                                     |                                     |                                     |                          |     |