

فصل ۷

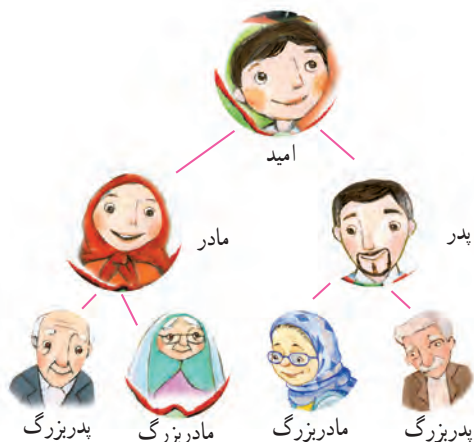
توان و جذر



وقتی یک یاخته (مصوب فرهنگستان Cell, cellule) به یاخته‌های دیگر تبدیل می‌شود و این عمل تکرار می‌گردد، در مدت کوتاهی تعداد یاخته‌ها به سرعت افزایش پیدا می‌کنند. رشد تعداد یاخته‌ها به صورت توانی است. شاید به همین علت است که جراحت پوست در مدت کوتاهی ترمیم می‌شود و یاخته‌های جدید جایگزین یاخته‌های مرده می‌شوند.

● تعریف توان

- محاسبه عبارتهای توان دار
- ساده کردن عبارتهای توان دار
- جذر و ریشه



۱- امید می‌داند که نوهٔ چهار نفر است. این چهار نفر پدر بزرگ‌ها و مادر بزرگ‌های امیدند. او می‌خواهد بداند که نتیجهٔ چند نفر است؟ (به فرزند نوه، نتیجه می‌گویند). امید برای پاسخ سؤال خود شکل مقابل را کشید.

الف) شکل را کامل کنید و با استفاده از آن بگویید که امید نتیجهٔ چند نفر است؟

ب) به نظر شما تعداد افرادی که امید نبیرهٔ آنها است، چند نفرند؟

(به فرزند نتیجه، نبیره می‌گویند.)

ج) جدول مقابل را کامل کنید. برای محاسبهٔ تعداد، از ماشین حساب

نیز می‌توانید کمک بگیرید.

تعداد	روش محاسبه	بستگان امید
۲	۲	پدر و مادر
	2×2	پدر بزرگ و مادر بزرگ
۸		نسل سوم قبل از امید
	$2 \times 2 \times 2 \times 2$	نسل چهارم قبل از امید
		نسل هفتم قبل از امید

۲- یک کاغذ را چند بار تا می‌زنیم و هر بار تعداد قسمت‌هایی را که کاغذ تقسیم شده است، می‌شماریم. چه الگویی در تعداد

قسمت‌ها می‌بینید؟



تعداد تا	۰	۱	۲	۳	۴
تعداد قسمت‌ها	۱	۲	2×2	$2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

اگر تا زدن را به همین ترتیب ادامه دهیم، در تای هشتم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای دهم چند قسمت خواهیم داشت؟

در تای n ام چند قسمت خواهیم داشت؟

چه راهی برای خلاصه کردن عبارت‌های بالا پیشنهاد می‌کنید؟

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$$

(با توجه به اینکه در عمل، تا کردن کاغذ تا چند مرحله بیشتر ممکن نخواهد بود، برای یافتن جواب‌ها از شکل‌های داده شده استفاده کنید.)

عبارتی مانند $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده‌تر شدن به صورت 2^5 می‌نویسیم و آن را چنین می‌خوانیم: ۲ به توان ۵.

در عبارت 2^5 ، ۲ را پایه و ۵ را توان می‌نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه کردن جمع انجام می‌دادیم.

$$(2+2+2+2+2 = 5 \times 2)$$

عبارت	شکل ساده شده	خوانده می شود	حاصل
7×7	7^2	هفت به توان ۲	۴۹
$7 + 7$	2×7		
$2/5 \times 2/5 \times 2/5$			
	1^2		
	2×1		
$\frac{5}{3} \times \frac{5}{3}$	$(\frac{5}{3})^2$		

۱- جدول مقابل را کامل کنید.

پس از آن عبارتهای زیر را به صورت ساده بنویسید.

$$4 \times 4 \times 4 =$$

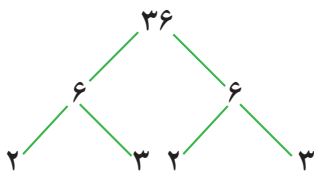
$$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 =$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$$

$$a \times a \times a =$$

$$b \times b =$$

۲- عددهای داده شده را مانند نمونه تجزیه کنید و به صورت عدد توان دار بنویسید.



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ در صورت امکان موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$4^2 = 64$$

$$5^2 = 5 \times 2$$

$$(\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9}$$

$$9^2 = 18$$

$$(\frac{1}{3})^2 = \frac{4}{81}$$

$$\frac{3^2}{5} = \frac{9}{25}$$

$$5^2 = 25$$

$$(\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{4}$$

۴- تساویها را کامل کنید.

$$a \times a \times a \times a =$$

$$b^2 =$$

$$(\frac{a}{b})^2 =$$

$$\frac{a \times a \times a}{b} =$$

$$x \times x =$$

$$(y + x)(y + x) =$$

$$(ab)^2 =$$

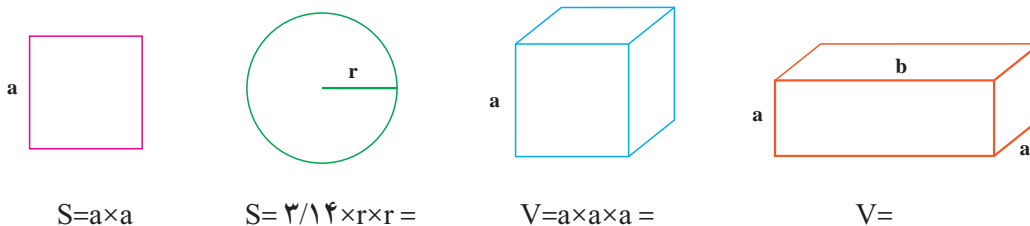
$$\frac{x \times x \times x}{y \times y \times y \times y \times y} =$$

۵- در تکثیر یاخته‌ها، هر یاخته به ۲ یاخته تقسیم می‌شود. دوباره هر کدام از آن یاخته‌ها خودشان به ۲ یاخته تقسیم می‌شوند و این

کار ادامه پیدا می‌کند. جدول زیر را کامل کنید و حاصل را به صورت عدد توان دار بنویسید.

مرحله تکثیر	۱	۲	۳	۴	...	۷	...	n
تعداد یاخته	۲	۲×۲			
به صورت توان دار	۲ ^۱	۲ ^۲						

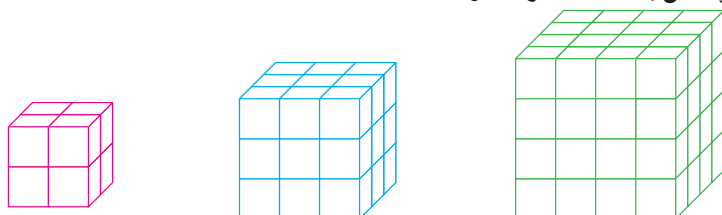
۱- با توجه به شکل‌های زیر مساحت و حجم‌های خواسته شده را با عبارات‌های توان‌دار جبری نمایش دهید.



۲- جمله‌های کلامی زیر را به صورت عبارت جبری نشان دهید.

- $a^1 = a$ □ هر عدد به توان یک برابر خودش می‌شود :
- یک به توان هر عدد برابر یک می‌شود :
- مجذور هر عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۲ : = مجذور a
- مکعب یک عدد؛ یعنی آن عدد به توان ۳ : = مکعب x
- صفر به توان هر عدد به جز صفر برابر است با :

۳- تعداد مکعب‌های کوچک $1 \times 1 \times 1$ را در هر شکل با یک عدد توان‌دار نشان دهید.



مکعب n تایی

۴- حاصل هر عبارت توان‌دار را به دست آورید.

$3^2 =$	$4^2 =$	$5^2 =$	$6^2 =$	$7^2 =$
$8^2 =$	$9^2 =$	$10^2 =$	$11^2 =$	$12^2 =$
= مجذور دو	= مجذور یک	= مکعب دو	= مکعب یک	
$\frac{2^3}{5^2} =$	$(\frac{3}{4})^3 =$	$\frac{2^4}{7} =$	$0/2^2 =$	
$0/0/1^2 =$	$1/1^2 =$	$2/1^2 =$	$0/5^2 =$	

۵- مقدار عبارت 3^n را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	۱	۲	۳	۴
3^n	$3^1 =$	$3^2 =$		

۶- حاصل عددهای $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5$ را به دست آورید و به صورت نمودار ستونی در دفتر خود رسم کنید (باید واحد مناسبی

برای محور عمودی رسم کنید). در مورد شیوه رسم هر ستون توضیح دهید، آیا می‌توانید 2^6 یا 2^7 را در دفتر خود رسم کنید؟ چرا؟

۷- عدد 111^2 به طور تقریبی چند رقمی است؟ چرا؟

ترتیب انجام عملیات را در دوره دبستان آموخته‌اید. با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت (۱) پراتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق انجام می‌شود. با کامل کردن مراحل محاسبه عبارت و همچنین ترتیب انجام عملیات و نحوه نوشتن راه حل توجه کنید.

$$\frac{2 \times 4 + 1^0}{9^2} = \frac{\quad \times 4 + 1^0}{5^2} = \frac{\quad + 1^0}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

محاسبه توان‌ها
محاسبه ضرب
محاسبه جمع و تفریق
ساده کردن

محاسبه‌های بعدی را کامل کنید.

$$2 \times 3^2 - (2^2 + 2) = 2 \times (\quad + 2) = \quad - \quad =$$

$$\frac{1^0 \div (8 - 6) + 9 \times 4}{2^5 + 3^5} = \frac{1^0 \div \quad + 9 \times 4}{\quad + \quad} = \frac{\quad + \quad}{\quad} =$$

۱- حاصل عبارت‌ها را به دست آورید.

$$2^5 + 3^2 =$$

$$2^5 \times 3^2 =$$

$$2^5 - 3^2 =$$

$$2^5 \div 8 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{8} =$$

$$5^2 - 5 \times 2 =$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 =$$

$$\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$2^4 - 3^2 + 1^0 =$$

$$5^1 + 1^5 + 0^5 =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ دلیل خود را توضیح دهید.

$$(3+2)^2 = 2^2 + 3^2$$

$$(4 \times 3)^2 = 3^2 \times 4^2$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2}$$

$$5 \times 6^2 = (6 \times 5)^2$$

$$2^2 \times 5^2 = 10^4$$

$$2^3 \times 2^4 = 2^7$$

۳- روش محاسبه را توضیح دهید.

$$2^8 + 8^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 8 \times 8$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را حساب کنید.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^2 = (-2) \times (-2) \quad (-2)^3 =$$

$$(-2)^4 = \quad (-2)^5 = \quad (-2)^6 =$$

با توجه به توان‌ها و حاصل عبارت‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۲- عبارت‌های زیر را حساب کنید.

$$-2^2 = -2 \times 2 \times 2 = \quad (-2)^3 =$$

$$-2^4 = \quad (-2)^4 =$$

۳- الگوی عددی زیر را کامل کنید.

$$2^6 \longrightarrow 2^5 \longrightarrow 2^4 \longrightarrow 2^3 \longrightarrow 2^2 \longrightarrow 2^1 \longrightarrow 2^0$$

$$64 \longrightarrow 32 \longrightarrow 16 \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow \longrightarrow$$

ارتباط بین عدددهای توان‌دار و حاصل آنها را توضیح دهید.

به نظر شما در جای خالی چه عددی باید نوشت؟

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$-3^2 = \quad (-5)^2 = \quad -1^5 =$$

$$(-1)^5 = \quad (-1)^4 = \quad -1^4 = \quad 7^0 =$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^0 = \quad (-9)^0 = \quad 0^5 + 1/1^0 = \quad 4 + 2^0 =$$

$$-1^5 = \quad 2^3 = \quad (-2)^3 = \quad 5^0 =$$

۲- در جای خالی علامت < یا = یا > بگذارید.

$$2^0 \bullet 2^1$$

$$7^0 \bullet 7^1$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \bullet 2^0$$

$$(-2) \bullet (-2)^1$$

۱- کدام درست و کدام نادرست اند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

$$(3+2)^{\circ} = 2^{\circ} + 3^{\circ}$$

$$\left(2\frac{1}{4}\right)^{\circ} > \left(-\frac{1}{2}\right)^{\circ}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^{\circ} + \left(\frac{1}{3}\right)^{\circ} > 1$$

$$4 + 2^{\circ} = 6$$

$$2^{\circ} + 3^{\circ} + 5^{\circ} = 1$$

$$4^{\circ} < (-2)^{\circ}$$

۲- الف) حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$2 \times 10^{\circ 2} + 4 \times 10^{\circ 2} + 7 \times 10^{\circ 1} + 2 \times 10^{\circ 0} =$$

$$5 \times 10^{\circ 2} + 0 \times 10^{\circ 2} + 1 \times 10^{\circ 1} + 9 \times 10^{\circ 0} =$$

ب) با توجه به تمرین‌های بالا عددهای زیر را به صورت گسترده و سپس به صورت توانی نمایش دهید.

$$4235 = 4000 + 200 + 30 + 5 =$$

$$9207 =$$

۳- به جای n عددهای ۱ تا ۵ را قرار دهید و دو عبارت 4^n و n^4 را با هم مقایسه کنید. برای محاسبات از ماشین حساب استفاده

کنید.

n	۱	۲	۳	۴	۵
4^n					
n^4					

برای $n=10$ کدام یک بزرگ‌تر از دیگری است؟

۴- در بعضی از ماشین حساب‌ها کلید توان به صورت زیر استفاده می‌شود. عددهای توان‌دار را محاسبه می‌کنند. برای مثال

2^3 به صورت زیر محاسبه می‌شود. حالا شما عددهای مختلف را در ماشین حساب وارد و حاصل آنها را ملاحظه کنید. چه راه دیگری

برای پیدا کردن جواب 2^3 وجود دارد؟



۵- حاصل عبارت‌ها را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a^2 - b^2 + ab \quad a = -2 \quad b = 2$$

$$a^3 - 2b^2 + a^2b \quad a = 1 \quad b = -2$$

۱- زهره می‌خواست مسئله‌هایی را که معلم برای تمرین تعیین کرده بود، حل کند. معلم ریاضی خواسته بود که دانش‌آموزان مساحت مستطیل به طول 2^4 و عرض 2^2 را به دست آورند. زهره به صورت زیر عمل کرد و عبارت‌ها را به صورت ضرب نوشت.

$$S = a \times b = 2^4 \times 2^2 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۴}} \times \underbrace{2 \times 2}_{\text{مرتبۀ ۲}}$$

سیمما با مشاهده عبارت زهره به او گفت: هفت تا ۲ ضرب شده است. پس عبارت تو با 2^7 برابر است. نتیجه‌گیری سیمما را با یک تساوی نشان دهید.

$$5^2 \times 5^4 = \underbrace{5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۲}} \times \underbrace{5 \times 5 \times 5 \times 5}_{\text{مرتبۀ ۴}} = 5^6$$

۲- مانند نمونه عمل کنید.

$$4^2 \times 4^2 = \quad 7^2 \times 7^2 =$$

$$x^2 \times x^2 = \quad a^2 \times a^2 =$$

با توجه به تساوی‌های بالا یک رابطه برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان دار با پایه‌های مساوی بنویسید.
۳- با توجه به رابطه بالا، مانند نمونه عبارت توان دار را به صورت ضرب ۲ یا چند عبارت توان دار بنویسید.

$$2^7 = 2^5 \times 2^2 \quad 2^7 = \quad \times \quad \quad 2^7 = \quad \times \quad \times$$

$$5^1 = \quad \times \quad \quad 5^1 = \quad \times \quad \quad 5^1 = \quad \times \quad \times$$

۱- حاصل عبارت‌های زیر را به صورت یک عدد توان دار بنویسید.

$$5^2 \times 5^4 = \quad (-2)^4 \times (-2)^2 = \quad (-4)^1 \times (-4)^5 =$$

$$7^2 \times 7 = \quad \left(\frac{1}{3}\right)^5 \times \frac{1}{5^2} = \quad 1/5^4 \times \left(\frac{3}{4}\right)^4 =$$

۲- با باز کردن عبارت توان دار، جواب را ساده‌تر کنید و محاسبات را مانند نمونه پاسخ دهید.

$$3^4 = 3^2 \times 3^2 = 9 \times 9 = 9^2 \quad 2^6 = \quad 4^4 = \quad 5^4 =$$

۳- اگر $2^{10} = 1024$ باشد حاصل 2^{12} را به دست آورید.

۱- مانند نمونه عبارت‌ها را باز کنید و دوباره به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$2^3 \times 5^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 1 \circ \times 1 \circ \times 1 \circ =$$

$$3^2 \times 4^2 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 5^2 =$$

$$a^x \times b^y =$$

$$x^4 \times y^4 =$$

با مقایسه تساوی‌ها یک قانون کلامی برای ساده کردن ضرب عبارت‌های توان‌دار با توان‌های مساوی به دست آورید.
۲- با قانونی که به دست آوردید، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$2^4 \times 3^4 =$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 \times \left(\frac{3}{4}\right)^6 =$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \times 3^5 =$$

$$(-2)^5 \times (-1)^5 =$$

$$(-2)^5 \times 3^5 =$$

$$x^2 \times y^2 =$$

$$(ab)^2 = a^2 \times b^2$$

$$6^5 = (2 \times 3)^5 = 2^5 \times 3^5$$

۳- به تساوی‌های روبه‌رو توجه کنید.

مانند نمونه‌های بالا عددهای توان‌دار زیر را باز کنید.

$$15^2 =$$

$$10^4 =$$

$$12^8 =$$

$$(xy)^5 =$$

$$(xyz)^4 =$$

$$30^5 =$$

۱- مانند نمونه عبارت‌های توان‌دار را تا جایی که ممکن است ساده کنید.

$$5^2 \times 5^4 \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}} \times 7^6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$7^2 \times 7^3 \times 9^5 =$$

ضرب با پایه‌های مساوی ضرب با توان‌های مساوی

$$2^3 \times 6^3 \times 3^7 \times 4^7 = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$(2^5 \times 3^2 \times 5) \times (2^2 \times 3^5 \times 5^6) =$$

$$2^a \times 2^b =$$

۲- عبارت توان‌دار مقابل را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

به جای a و b عددهای ۳ و ۵ و یک بار ۴ و ۷ قرار دهید و تساوی‌ها را به صورت عددی بنویسید.

۱- در تساوی‌های زیر به جای a و b و c عددهای مختلفی قرار دهید و تساوی‌های عددی بسازید.

$$a^b \times a^c = a^{b+c}$$

$$a^c \times b^c = (a \times b)^c$$

۲- با استفاده از تجزیه به عددهای اول، هر عدد را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$۱۲۱ =$$

$$۲۵۶ =$$

$$۴۴۱ =$$

$$۱۰۰۰۰ =$$

۳- مسئله‌هایی طرح کنید که پاسخ آنها: (الف) $۲^۳$ (ب) ۲×۳ (ج) $۵^۲$ باشد.

۴- عددهای توان‌دار را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $۹^۲$ و $۸^۱$ و $۶^۰$ و $۴^۱$ و $۳^۵$

۵- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟ توضیح دهید.

$$۴^۲ \times ۴^۴ = ۴^{۱۲}$$

$$۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۵$$

$$۴^۲ + ۲^۳ = ۶^۳$$

$$۴^۲ \times ۴^۴ = ۴^۷$$

$$۳^۲ \times ۲^۳ = ۶^۲$$

$$۴^۱ + ۳^۱ = ۷^۱$$

$$(-۲^۳) \times ۷^۳ = (-۱۴)^۳$$

$$\left(\frac{۲}{۳}\right)^۰ \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۷$$

۶- کدام یک از عبارت‌های زیر $\left(\frac{۲}{۳}\right)^۳$ را نشان می‌دهد؟

$$\frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳} \times \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲+۲+۲}{۳}$$

$$\frac{۳ \times ۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} \times ۳$$

$$\frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{۲}{۳} + ۳$$

۷- به جدول زیر توجه کنید و با توجه به آن سؤال‌ها را جواب دهید.

$۴^۰$	$۴^۱$	$۴^۲$	$۴^۳$	$۴^۴$	$۴^۵$	$۴^۶$	$۴^۷$	$۴^۸$
۱	۴	۱۶	۶۴	۲۵۶	۱۰۲۴	۴۰۹۶	۱۶۳۸۴	۶۵۵۳۶

حاصل عبارت ۴۰۹۶×۶۵۵۳۶ را به صورت توان‌دار بنویسید.

تعداد رقم‌های $۴^۱$ را پیش‌بینی کنید. فکر می‌کنید $۴^۲$ چند رقمی می‌شود؟ چرا؟

۸- جاهای خالی را کامل کنید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟ یک تساوی دیگر بنویسید.

$$۳^۲ - ۱^۲ = ()^۲$$

$$۶^۲ - ۳^۲ = ()^۲$$

$$۱۰^۲ - ۶^۲ = ()^۲$$

$$۱۵^۲ - ۱۰^۲ = ()^۲$$

$$۲۱^۲ - ۱۵^۲ = ()^۲$$

آیا این الگو برای $۳^۳ - ۱^۳ = ۲^۴$ درست است؟

۹- در جای خالی یکی از عمل‌های + یا - یا \times یا \div را قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

$$۲^۵ \blacksquare ۸ = ۴$$

$$۳^۲ \blacksquare ۷^۲ = ۵۸$$

$$(-۷)^۰ \blacksquare ۸^۱ = ۳^۲$$

$$۲^۶ \blacksquare ۱۶ = ۲^۰ \blacksquare ۲^۲$$

۱- مساحت یک زمین بازی کودکان که به شکل مربع است، برابر ۱۴۴ متر مربع است. طول ضلع این مربع چند متر است؟

۲- یک شرکت برای محوطه‌سازی، سنگ‌های مرمر در اندازه‌های ۲۵×۵ سانتی متر خریده است. این شرکت در مجموع ۸۱

متر مربع سنگ برای این کار خریده است. ضلع بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان با این سنگ‌ها ساخت چند متر است؟

۳- در جدول زیر طول ضلع تعدادی مربع و مساحت آنها داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

طول ضلع	۳		$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{7}{4}$		$\frac{0}{9}$
مساحت مربع	۹	۱۶			۸۱	$\frac{121}{36}$	۴۰۰	

۴- در الگوی عددی زیر آیا عدد ۱۵ قرار می‌گیرد؟ چرا؟

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots, n^2$$

با کمک ماشین حساب و راهبرد حدس و آزمایش، عددی پیدا کنید که بتوان به جای x قرار داد.

$$x^2 = 15$$

در تساوی $3^2 = 9$ ، عدد ۹ را توان دوم یا مجذور عدد ۳ و عدد ۳ را نیز ریشه دوم یا جذر ۹ می‌نامند. آیا ۳- نیز

ریشه دوم ۹ است؟ چرا؟

جدول زیر را کامل کنید.

عدد	۹	۲۵	$\frac{1}{4}$	
ریشه دوم	۳ و -۳			۷ و -۷
رابطه ریاضی	$(-3)^2 = 9$ $3^2 = 9$			

توان دوم یا مجذور عدد ۳ را با ۳^۲ و توان دوم یا مجذور عدد ۳- را با (-۳)^۲ نمایش می‌دهیم. برای نمایش ریشهٔ دوم مثبت از نماد $\sqrt{\quad}$ (بخوانید **رادیکال**) استفاده می‌کنیم.

ریشه‌های دوم عدد ۹ را با $\sqrt{9}$ و $-\sqrt{9}$ نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر $\sqrt{9} = 3$ و $-\sqrt{9} = -3$.

۱- تساوی‌ها را کامل کنید.

$$\sqrt{16} = \quad \quad \quad -\sqrt{16} = \quad \quad \quad \sqrt{36} = \quad \quad \quad -\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{100}} = \quad \quad \quad -\sqrt{\frac{9}{25}} = \quad \quad \quad \sqrt{49} = \quad \quad \quad \sqrt{\frac{1}{81}} =$$

۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست‌اند؟ علت نادرستی را توضیح دهید.

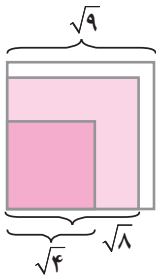
$$\sqrt{25} > 5 \quad \quad \quad \sqrt{25} = 5 \quad \quad \quad \sqrt{25} = 5 \times 2 \quad \quad \quad \sqrt{25} = 25$$

$$\sqrt{25} = 5^2 \quad \quad \quad \sqrt{25} = -5 \quad \quad \quad -\sqrt{25} = -5 \quad \quad \quad \sqrt{25} < 5$$

۱- در شکل زیر، مربع‌هایی با مساحت ۴، ۸ و ۹ نمایش داده شده‌اند. طول ضلع‌های مربع‌ها نیز مشخص شده است. با کمک شکل

عبارت را کامل کنید. $< \sqrt{8} <$

به نظر شما عدد $\sqrt{8}$ به کدام یک از این دو عدد نزدیک‌تر است؟



۲- به کمک روش بالا و با توجه به سطر اول جدول زیر، جذر تقریبی عددهای داده شده را به دست آورید و جدول را کامل کنید.

مربع کامل قبلی	عدد	مربع کامل بعدی	جذر تقریبی
۴	۵	۹	$\sqrt{5}$ بین عددهای ۲ و ۳ است
	۱۷		
	۶۱		
			$\sqrt{30}$ بین عددهای ۵ و ۶ است

- ۱- می‌خواهیم مقدار تقریبی $\sqrt{28}$ را به دست آوریم.
 الف) $\sqrt{28}$ بین کدام دو عدد طبیعی قرار دارد؟ چرا؟
 ب) به کدام یک نزدیک‌تر است؟ چرا؟
 ج) با توجه به جدول زیر جای خالی را کامل کنید:

$$\sqrt{28} =$$

عدد	۵	۵/۱	۵/۲	۵/۳	۵/۴
مجذور	۲۵	۲۶/۰۱	۲۷/۰۴	۲۸/۰۹	۲۹/۱۶

- ۲- به همین روش مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{20} =$$

$$\sqrt{14} =$$

$$\sqrt{8} =$$

- ۱- چرا عددهای منفی جذر ندارند؟ یعنی عبارت مقابل بی‌معناست؟ $\sqrt{-25} = ?$

- ۲- کدام یک درست و کدام یک نادرست‌اند؟

$$\sqrt{5} > 4$$

$\sqrt{6}$ بین ۷ و ۵ است

$$\sqrt{15} < \sqrt{21}$$

$$\sqrt{12} < 4$$

$\sqrt{40}$ بین ۷ و ۵ است

$$\sqrt{3} > 2$$

- ۳- به جای \square در محور اعداد زیر یکی از عددهای $\sqrt{9}$ ، $-\sqrt{4}$ ، $\sqrt{1}$ ، $\sqrt{\frac{1}{4}}$ ، $-\sqrt{1}$ ، $\sqrt{4}$ ، $\sqrt{\frac{9}{4}}$ و $-\sqrt{9}$ را قرار دهید.



- ۴- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) ۷ و -۷ ریشه‌های \square هستند. ب) مجذور عدد صفر همان \square است.

ج) اگر عددی صفر نباشد، توان دوم آن همیشه \square است.

د) هر عدد مثبت دارای \square ریشه دوم است که یکی از آنها \square دیگری است.

- ۵- مقدار تقریبی عددهای زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{1000}$$

$$\sqrt{500}$$

$$\sqrt{30}$$

$$\sqrt{40}$$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

● توان ● پایه ● مجذور ● مکعب ● جذر ● جذر تقریبی

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

● محاسبهٔ عدد توان دار

● محاسبهٔ یک عبارت توان دار با رعایت ترتیب

● تأثیر پرانتز در محاسبهٔ عبارت توان دار

● محاسبهٔ عبارت توان دار با پایه‌های منفی

● توان صفر

● قانون ضرب با پایه‌های مساوی

● استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در محاسبه

● قانون ضرب با توان‌های مساوی

● استفاده از قانون ضرب با پایه‌های مساوی در تجزیه عددها

● ساده کردن یک عبارت توان دار

● مفهوم مجذور و مکعب

● مفهوم جذر و ریشه

● پیدا کردن جذر یا ریشه عددهای مربع کامل و جذر تقریبی

از این درس در ساده کردن عبارت‌های جبری و نوشتن رابطه‌های ریاضی در محاسبهٔ سطح و حجم استفاده می‌کنیم.

در صورتی که تمرین‌های ترکیبی زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- عبارت توان دار زیر را محاسبه کنید.

$$-1^3 + 2^2 \times 3^2 + (2^3 + 0^2)^1$$

۲- عبارت توان دار را تا جایی که ممکن است، ساده کنید.

$$4^2 \times 8^2 \times 6^2 \times 3^2 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 \times \frac{1}{4^5} =$$

۳- مقدار تقریبی عدد $\sqrt{32}$ را بنویسید.

۴- ریشه‌های دوم عدد ۱۲۱ را بنویسید و تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\sqrt{49} = \quad -\sqrt{121} = \quad -\sqrt{25} = \quad \sqrt{121} =$$