گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir

لقمه ریاضی کلاسویچ

مجموعه ها

تهیه کننده : علی گودینی

مجموعه

دسته ای از اشیا کاملا مشخص را مجموعه گویند.

نماد

مجموعه را با حروف بزرگ انگلیسی A ، B ، C و ... نام گذاری می کنند.
عناصری که یک مجموعه را تشکیل می دهند اعضای مجموعه نامیده می شوند.اگر a عضوی از مجموعه A باشد آن را به صورت $\boldsymbol{a \in A}$ و اگر b به مجموعه A تعلق نداشته باشد ، آن را به صورت $\boldsymbol{b \notin A}$ نشان می دهند.

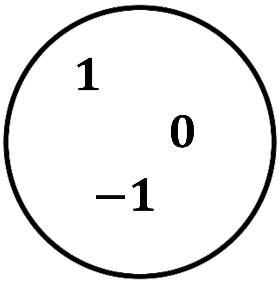
مجموعه تهی

مجموعه ای که عضو نداشته باشد مجموعه تهی نامیده می شود.
مجموعه تهی را با نماد $\emptyset$ یا $\{\ \}$ نشان می دهند.

صورت های مختلف نمایش یک مجموعه

هر مجموعه را می توان به سه صورت نمایش داد :

- نمایش هندسی (نمودار ون)



پایه نهم

- نمایش تفصیلی (با عضو ها)

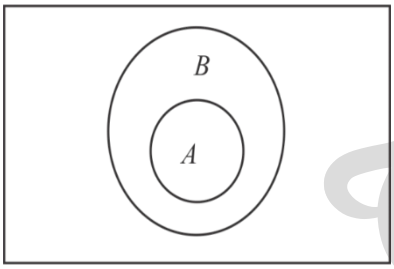
$$A = \{-1, 0, 1\}$$

- نمایش توصیفی (با علائم ریاضی)

$$A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 2\}$$

زیر مجموعه

مجموعه A را زیر مجموعه B گویند ، در صورتی که تمام عضو های
A در B باشد و آن را با نماد $A \subset B$ نشان می دهند.



- $\emptyset$ زیر مجموعه تمام مجموعه ها است.

- هر مجموعه ای زیر مجموعه خودش است.

- مجموعه A زیر مجموعه B نیست ، در صورتی که لااقل یک عضو A در B نباشد که آن را به صورت $A \not\subset B$ نشان می دهیم.

- اگر A یک مجموعه n عضوی باشد. تعداد زیر مجموعه های آن برابر است با : 2^n

- تعداد زیر مجموعه های k عضو آن برابر است با : $\binom{n}{k}$

مجموعه های متناهی و نامتناهی

- مجموعه متنهاهی به مجموعه که تعداد اعضا اون قابل شمارش باشد.

- مجموعه نامتناهی مجموعه ای است که اعضا اون **غیر** قابل شمارش هستند.

تعداد اعضا مجموعه

تعداد اعضا مجموعه ای مثل A را با $n(A)$ نشان می دهند.

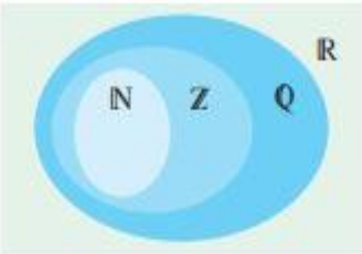
- $$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

- $$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

پایه دهم ریاضی و تجربی

پایه دهم ریاضی و تجربی

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



مجموعه مرجع

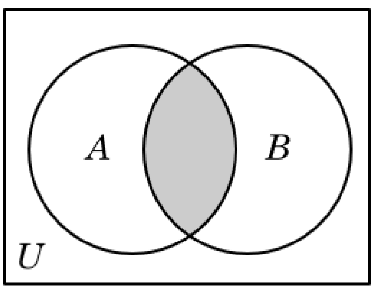
در هر مبحث ریاضی مجموعه ای که حاوی مجموعه های دیگر باشد مجموعه مرجع نامیده می شود. مجموعه مرجع را با M یا U نشان می دهیم.

پایه نهم

اشتراک دو مجموعه

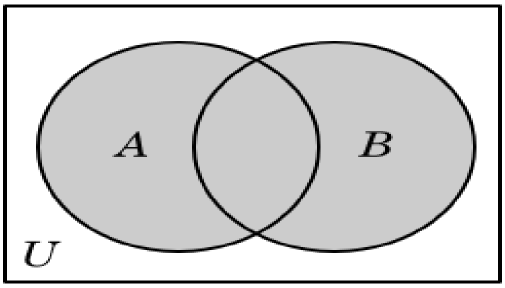
اشتراک دو مجموعه A و B که آن را با $\boldsymbol{A \cap B}$ نشان می دهیم مجموعه ای است که عضو های آن هم در A و هم در B .

$$\boldsymbol{A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}}$$



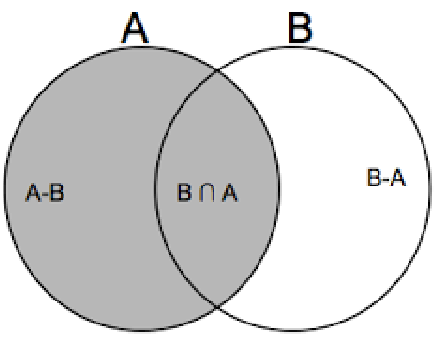
اجتماع دو مجموعه

اجتماع دو مجموعه A و B که آن را با $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}$ نشان می دهیم مجموعه ای است که عضو های آن یا در A باشند یا در B .



عمل تفاضل

تفاضل دو مجموعه A و B که آن را به صورت $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ نشان می دهیم ، مجموعه ای است که عضو های آن در A باشند ولی در B نباشند.

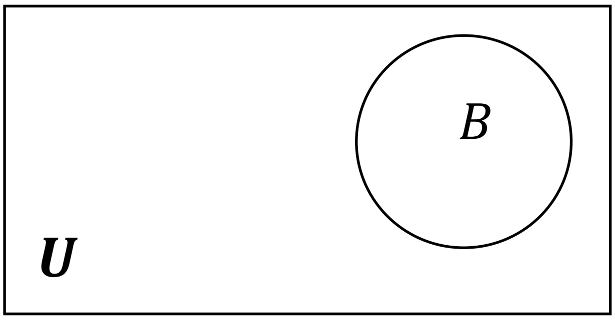


پایه نهم

دو مجموعه جدا از هم

دو مجموعه A و B را جدا از هم گویند ، در صورتی که هیچ عضو مشترکی نداشته باشند. یعنی :

$$A \cap B = \emptyset$$



خواص اجتماع و اشتراک مجموعه ها

خاصیت جا به جایی (تعویض پذیری)	$A \cap B = B \cap A$	$A \cup B = B \cup A$
خاصیت شرکت پذیری (انجمنی)	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
خاصیت پخشی (توزیع پذیری)	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

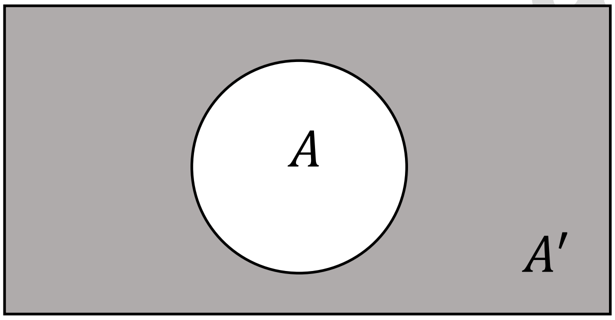
قوانین دمرگان	$(A \cap B)' = A' \cup B'$	$(A \cup B)' = A' \cap B'$
قوانین جذب	$A \cap (A \cup B) = A$	$A \cup (A \cap B) = A$

متمم یک مجموعه

متمم مجموعه A که آن را با A' نشان می دهیم مجموعه ای است که عضو های آن در U باشد ولی در A نباشد .

$$A' = \{x | x \in M, x \notin A\}$$

U



ویژگی های متمم و تفاضل مجموعه ها

- $(A')' = A$
- $U' = \emptyset$
  $\emptyset' = U$

- $A \subseteq B \Leftrightarrow B' \subseteq A'$
- $A \cap A' = \emptyset$
  $A \cup A' = U$
- $A - B = A \cap B'$
- $A \subset B \Leftrightarrow A - B = \emptyset$

بازه ها

اگر عدد $a > b$ باشد :

نمایش هندسی	نمایش مجموعه‌ای	بازه	نوع بازه
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	(a, b)	باز
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x \le b\}$	$[a, b]$	بسته
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \le b\}$	$(a, b]$	نیم‌باز
	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \le x < b\}$	$[a, b)$	نیم‌باز

افراز مجموعه

فرض کنیم $A = \emptyset$ یک مجموعه و A_1 ، A_2 ، ... ، A_n زیر مجموعه های A باشند. مجموعه A به n زیر مجموعه A_1 ، A_2 ، ... ، A_n افراز می شود ، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد :

A_1	A_2	...	A_n

- هیچ کدوم از زیر مجموعه ها تهی نباشد :

$$\forall 1 \leq i \leq n: A_i \neq \emptyset$$

- هیچ کدام از دو مجموعه اشتراکی نداشته باشند :

$$\forall i = j: A_i \cap A_j = \emptyset$$

- اجتماع همه زیر مجموعه های افراز ، مجموعه اصلی را ایجاد کند:

$$A_1 \cup A_2 \cup \cdots A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A$$

پایه یازدهم ریاضی

ضرب دکارتی

اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند ، مجموعه $A \times B$ را حاصل ضرب دکارتی این دو مجموعه می گویند که مجموعه زوج مرتب هایی است که مولفه اول آن از مجموعه A و مولفه دوم از مجموعه B می آید.

$$\boldsymbol{A \times B = \{(x, y) | x \in A, y \in B\}}$$

ویژگی های ضرب دکارتی

- اگر A دارای m عضو و B دارای n عضو باشد، $A \times B$ دارای mn عضو است.
- $$\mathbf{A \times B = \emptyset \Leftrightarrow A = \emptyset \vee B = \emptyset}$$
- $$\mathbf{(A \times B) \cap (B \times A) = (A \cap B) \times (A \cap B)}$$
- $$\mathbf{(A \subseteq C, B \subseteq \mathit{D}) \Leftrightarrow A \times B \subseteq C \times D}$$