

گروه آموزشی کلاسیویچ

Classwich.ir



مجموعه سوالات

"گراف و مدل سازی"

فصل دوم گسسته دوازدهم

تهیه کننده : عرفان خیامی

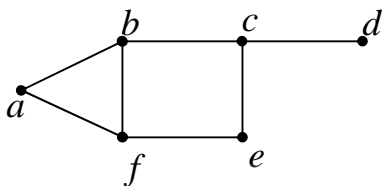


باسمه تعالی

چند نمونه سؤال در مورد احاطه گری

ریاضیات گسسته پایه ۱۲ ریاضی فیزیک

۱: گراف مقابل را در نظر بگیرید. سپس:



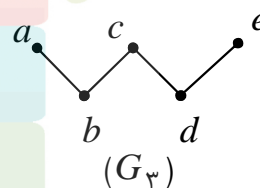
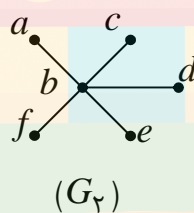
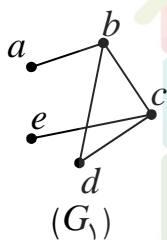
الف: یک مجموعه‌ی احاطه گر بنویسید.

ب: یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال بنویسید.

ج: یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم بنویسید.

حل: الف: $\{a, b, e, d\}$ ب: $\{a, f, d\}$ ج: $\{c, f\}$

۲: عدد احاطه گری را برای هر یک از گراف های زیر تعیین کنید.



حل:

G_3	G_2	G_1	گراف
$\left\lceil \frac{5}{2+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_3)$	$\left\lceil \frac{6}{5+1} \right\rceil = 1 \leq \gamma(G_2)$	$\left\lceil \frac{5}{3+1} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G_1)$	کران پایین
$\{b, d\}$	$\{b\}$	$\{a, c\}$	مجموعه‌ی احاطه گر
$\gamma(G_3) = 2$	$\gamma(G_2) = 1$	$\gamma(G_1) = 2$	عدد احاطه گری

۳: در هر قسمت تعیین کنید، آیا گراف ۲ - منتظم ۷ رأسی وجود دارد که دارای شرایط ذکر شده باشد؟ در صورت وجود، گراف را نیز رسم کنید.

الف: عدد احاطه گر آن ۲ باشد. ب: عدد احاطه گر آن ۳ باشد.

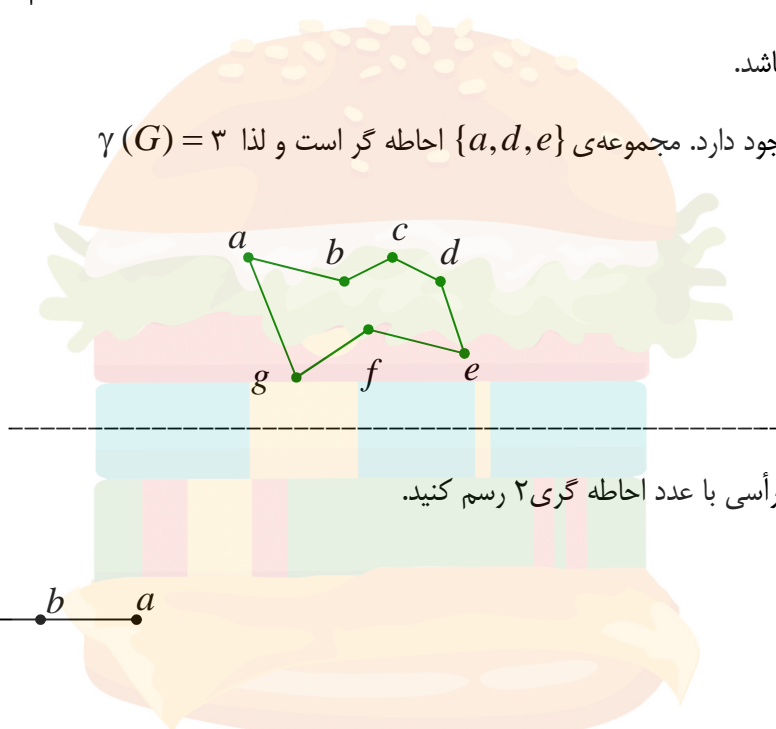
حل:

الف: چنین گرافی وجود ندارد، زیرا عدد احاطه گری این گراف برابر

$$\gamma(G) = \left\lceil \frac{7}{2+1} \right\rceil = 3$$

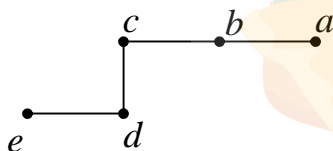
که بیشتر از ۲ می باشد.

ب: چنین گرافی وجود دارد. مجموعه‌ی $\{a, d, e\}$ احاطه گر است و لذا $\gamma(G) = 3$



۴: یک گراف ۵ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید.

حل:



۵: شهری دارای ۱۱ میدان است و هر میدان شهر از طریق خیابان‌ها حداکثر به ۴ میدان دیگر متصل است. می

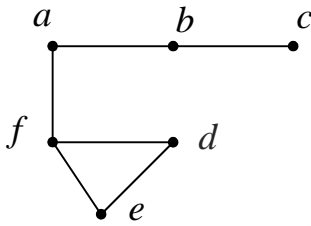
خواهیم در بعضی از میدان‌ها نمازخانه بسازیم به طوری که هر شخصی در هر یک از میدان‌های شهر که باشد، یا در همان میدانی که ایستاده به نماز خانه دسترسی داشته باشد یا در میدان مجاور آن. به نظر شما، آیا با ساخت

۲ نماز خانه می توانیم به این هدف برسیم؟ چرا؟

حل: چون کران پایین عدد احاطه گری ۳ است، پس با تعداد کمتر از ۳ نماز خانه به هدف نمی رسیم و حداقل به تعداد ۳ نمازخانه لازم است.

$$\gamma(G) = \left\lceil \frac{11}{4+1} \right\rceil = 3$$

۶: در گراف روبرو



الف: مجموعه ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه گر باشد.

ب: یک مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید.

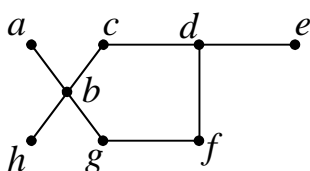
پ: یک مجموعه ی احاطه گر می نیمم بنویسید.

ت: یک مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید که می نیمم نباشد.

حل:

توصیف	مجموعه	
مجموعه ی احاطه گر	$\{a, c, e, d\}$	الف
مجموعه ی احاطه گر می نیمال	$\{a, e, c\}$	ب
مجموعه ی احاطه گر می نیمم	$\{f, b\}$	پ
مجموعه ی احاطه گر می نیمال بنویسید که می نیمم نباشد	$\{a, e, c\}$	ت

۷: در گراف شکل مقابل،



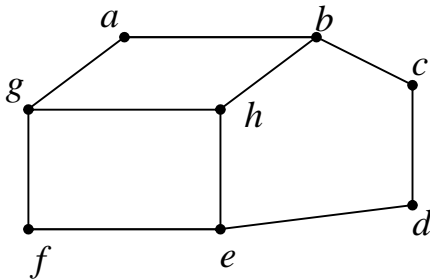
الف: مجموعه ی احاطه گری بنویسید که می نیمال باشد ولی می نیمم نباشد.

ب: عدد احاطه گری این گراف را تعیین کنید.

حل:

الف: $\{a, h, c, e, f\}$

ب: $\gamma(G) = 2 \leq \left\lceil \frac{8}{4+1} \right\rceil = 2$ و چون $\{b, d\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر پس $\gamma(G) = 2$



▲ با توجه به گراف مقابل، به سئوالات زیر پیرامون هر یک از

مجموعه‌های زیر پاسخ دهید.

$$A = \{b, d, g, h\} \text{ و } B = \{a, d, e\}$$

$$C = \{d, g, h\} \text{ و } D = \{d, g\}$$

الف: کدام یک از مجموعه‌های زیر یک مجموعه‌ی احاطه گر است؟

ب: از مجموعه‌های احاطه گر فوق کدام‌ها احاطه گر می‌نیمال است؟

پ: از مجموعه‌های احاطه گر فوق کدام‌ها احاطه گر می‌نیمم است؟

ت: عدد احاطه‌گری را تعیین کنید.

حل:

الف: مجموعه‌های A و B و C احاطه گر هستند ولی مجموعه‌ی D احاطه گر نیست.

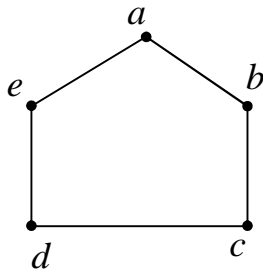
ب: مجموعه‌های B و C احاطه گر می‌نیمال هستند ولی مجموعه‌ی A احاطه گر می‌نیمال نیست.

پ: مجموعه‌های B و C احاطه گر می‌نیمم هستند ولی مجموعه‌ی A احاطه گر می‌نیمم نیست.

ت: $\gamma(G) = 2 \leq \left\lceil \frac{8}{3+1} \right\rceil = 2$ ولی $\{h, d, g\}$ یک مجموعه‌ی احاطه گر است، پس $\gamma(G) = 3$

۹: یک گراف ۲-منتظم ۵ رأسی رسم کنید که دارای بیش از یک مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمم با اندازه‌ی ۲

باشد. حداقل دو تا از مجموعه‌های احاطه گر می‌نیمم آن را بنویسید.

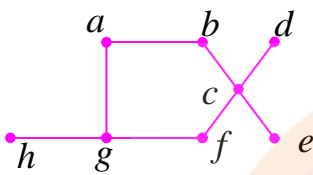


حل: مجموعه های احاطه گر می نیمم ، مجموعه های زیر می باشند.

$\{a,c\}$ و $\{a,d\}$

۱۰: یک گراف ۸ رأسی با عدد احاطه گری ۲ رسم کنید که دارای فقط یک مجموعه ی احاطه گر باشد.

حل: در گراف مقابل تنها مجموعه ی $\{c, g\}$ احاطه گر می نیمم می باشد.



۱۱: در هر مورد جای خالی را طوری کامل کنید که گزاره ی حاصل درست باشد.

الف : تعداد عضو های یک مجموعه ی احاطه گر با کمترین تعداد عضو را می نامند.

ب : بیشترین تعداد اعضای یک مجموعه ی احاطه گر برابر تعداد گراف است.

پ : یک مجموعه ی احاطه گر را که با حذف هر یک از رأس هایش، دیگر احاطه گر نباشد، احاطه گر می نامند.

حل: الف : عدد احاطه گری ب : رئوس پ : می نیمم

۱۲: گراف G از مرتبه ی ۷ دارای یک مجموعه ی احاطه گر می نیمم با اندازه ی ۳ است. حداکثر مقدار بزرگترین

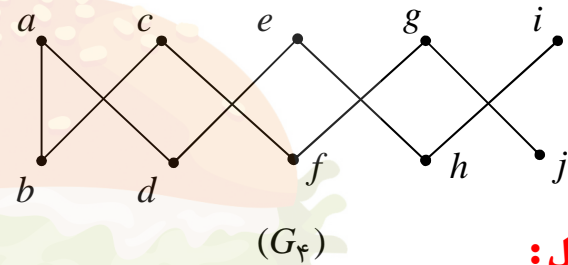
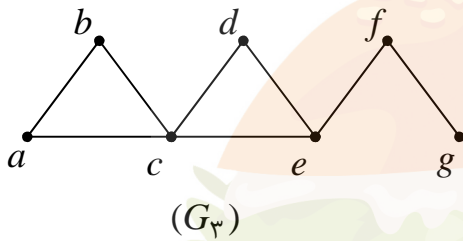
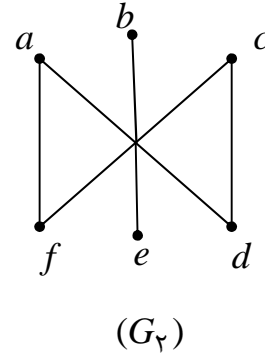
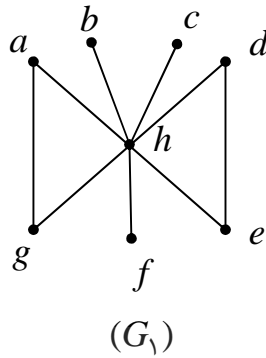
درجه ی رئوس (Δ) چه عددی است.

حل:

$$\left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil \leq 3 \rightarrow \left\lceil \frac{7}{\Delta + 1} \right\rceil \leq 3 \rightarrow 2 \leq \frac{7}{\Delta + 1} < 3$$

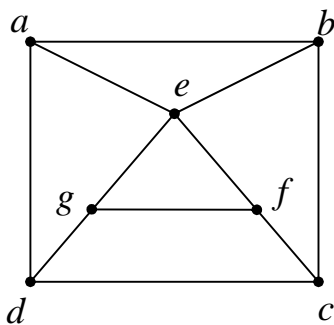
با این شرایط حداکثر مقدار Δ برابر ۲ می باشد.

۱۳: در هر یک از گراف های زیر، ابتدا کران پایین برای عدد احاطه گری و سپس عدد احاطه گر آن را مشخص کنید.



حل:

گراف	کران پایین	مجموعه‌ی احاطه گر	عدد احاطه گری
G_1	$\left\lfloor \frac{8}{7+1} \right\rfloor = 1 \leq \gamma(G_1)$	$\{h\}$	$\gamma(G_1) = 1$
G_2	$\left\lfloor \frac{6}{2+1} \right\rfloor = 2 \leq \gamma(G_2)$	$\{a, b, c\}$	$\gamma(G_2) = 3$
G_3	$\left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 1 \leq \gamma(G_3)$	$\{g, c\}$	$\gamma(G_3) = 2$
G_4	$\left\lfloor \frac{10}{2+1} \right\rfloor = 3 \leq \gamma(G_4)$	$\{g, c, d, h\}$	$\gamma(G_4) = 4$



۱۴: با توجه به گراف شکل مقابل ، مجموعه های احاطه گری زیر

نوشته شده است.

$$A = \{a, b, c, e, g\} \text{ و } B = \{b, c, f, g\} \text{ و } C = \{a, d, f, c\}$$

الف : در هر مورد با حذف برخی رئوس، مجموعه‌ی داده شده را به یک مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمال تبدیل کنید.

ب : یک مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمم برای این گراف را بنویسید.

پ : عدد احاطه گر این گراف را مشخص کنید.

حل :

الف : در مجموعه‌ی A اگر رئوس a و b را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمال می‌شود.

در مجموعه‌ی B اگر رأس g را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمال می‌شود.

در مجموعه‌ی C اگر رئوس d و c را حذف کنیم، مجموعه‌ی احاطه گر می‌نیمال می‌شود.

ب : مجموعه‌ی احاطه گر این گراف، مجموعه‌ی $\{e, d\}$ است.

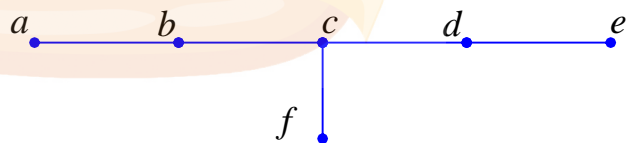
پ : با توجه به اینکه مجموعه‌ی دو عضوی $\{e, d\}$ احاطه گر است. لذا

$$\left\lceil \frac{7}{4+1} \right\rceil = 2 \rightarrow \gamma(G) = 2$$

۱۵ : گرافی با ۶ رأس رسم کنید که عدد احاطه گر آن برابر با $\left\lceil \frac{6}{\Delta+1} \right\rceil$ نباشد.

حل :

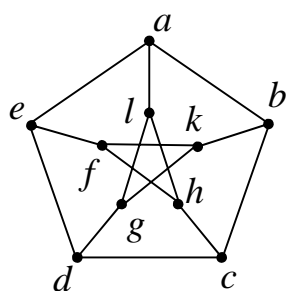
$$\left\lceil \frac{6}{3+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{4} \right\rceil = 2 \leq \gamma(G)$$



پس کران پایین عدد احاطه گرین این گراف ۲ است. اما چون مجموعه‌ی احاطه گر $\{a, d, c\}$ می‌باشد.

لذا

$$\gamma(G) = 3$$



۱۶: با توجه به گراف مقابل یک مجموعه‌ی احاطه گر می نیمال بنویسید که مینیمم نباشد.

حل: مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e\}$ احاطه گر می نیمال است ولی می نیمم نیست. مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم این گراف $\{c, l, f\}$ می باشد.

۱۷: درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف: مجموعه‌ی احاطه گر هر گراف، مساوی مجموعه‌ی احاطه گر مینیمم آن است.

ب: مجموعه‌ی احاطه گر می نیمم هر دو گراف زیر یک مجموعه‌ی دو عضوی است.



(الف)



(ب)

ب: درست

حل:

الف: نادرست