گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir

مجموعه سوالات تستی

به صورت تفکیک شده از تابع

شامل ۳۰۰ سوال در ۸ مبحث

به همراه پاسخ تشریحی

تهیه کننده : عرفان خیامی

۱ اگر $f=\{(۱,۲),(-۱,۳),(۴,۴),(۳,۵)\}$ باشد، آنگاه تابع $f-f^{-۱}$ از چند زوج مرتب تشکیل شده است؟

۱) ۳   ۲) ۲

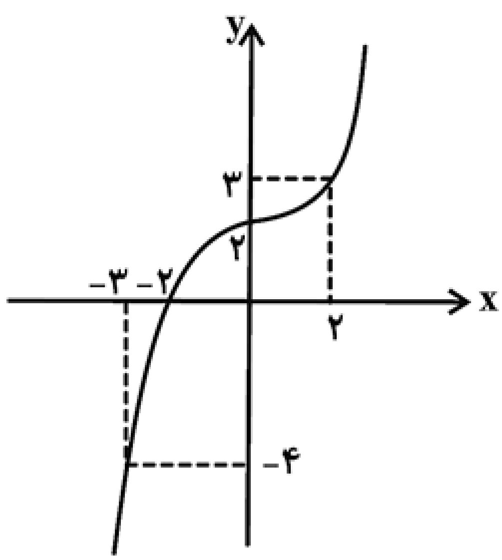
۳) ۴   ۴) ۱

۲ اگر $g(x)=۳x-۱$ و $f=\{(۱,۲),(-۱,۱),(۳,۰)\}$، آنگاه $f^{-۱}og(۱)$ کدام است؟

۱) ۱   ۲) ۲

۳) ۳   ۴) ۴

۳ نمودار تابع $y=-f(x-۱)$ به شکل زیر است. کدام تساوی درست نیست؟



۱) $f^{-۱}(-۳)=۱$

۲) $f^{-۱}(-۲)=-۱$

۳) $f^{-۱}(۰)=-۳$

۴) $f^{-۱}(۴)=۴$

۴ اگر $f=\{(۰,-۲),(۳,۲),(a,b)\}$، $g=\{(۵,۱),(۳,۳),(a+۱,۲b)\}$ و $f^{-۱}og(۳)=-۱$ باشد، مقدار $fog^{-۱}(۶)$ کدام است؟

۱) ۲   ۲) ۳

۳) -۳ ۴) -۲

۵ دامنهٔ تابع وارون تابع $y=x^۲-۴x+۵$، $(x\leq ۱)$ کدام است؟

۱) $(-\infty,۲]$ ۲) $[۲,+\infty)$

۳) $(-\infty,۱]$ ۴) $[۱,+\infty)$

۶ اگر $f(x)=\dfrac{۲x+۱}{x-۱}$، کدام عدد زیر در دامنهٔ تابع وارون f موجود نیست؟

۱) ۱ ۲) -۱

۳) ۲ ۴) -۲

۷ وارون $f(x)=۲-\sqrt{۳-x}$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

۱) $(۱,-۱)$ ۲) $(۱,۲)$

۳) $(-۱,۰)$ ۴) $(-۱,۲)$

۸ اگر $\begin{cases} f^{-۱}:[۲,+\infty)\to\mathbb{R} \\ f^{-۱}(x)=\sqrt{x-۲}+۱ \end{cases}$، آنگاه $f(۳)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۶

۳) ۴ ۴) ۱۸

۹ تابع f با دامنهٔ $(۲,۳)$ و ضابطهٔ $f(x)=[-x]\,x+[x]$ تعریف شده است. مقدار $f^{-۱}(-۵)$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۵}{۲}$ ۲) $\dfrac{۷}{۳}$

۳) ناموجود ۴) $\dfrac{۸}{۳}$

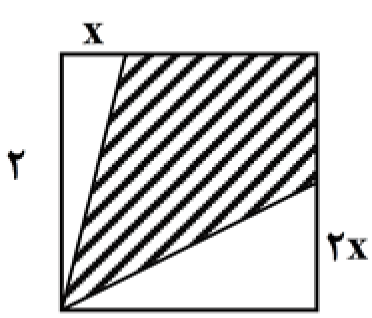
۱۰ در مربع شکل زیر، $f(x)$ برابر با مساحت ناحیهٔ هاشورخورده است. مقدار $f^{-۱}(۲)$ کدام است؟ $(۰<x<۱)$

۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۵}$

۴) $\frac{۲}{۵}$



۱۱ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۲-Ax+۳\ ;\ \ x>۳$ وارون‌پذیر است. اگر $f^{-۱}(-۵)=۴$ باشد، آنگاه $f^{-۱}(-۲)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴

۳) ۵ ۴) ۶

۱۲ در تابع $f(x)=x^۳+x+۲$، اگر محل برخورد $f^{-۱}(x)$ با محور xها را A' بنامیم و نقطهٔ A قرینهٔ A' نسبت به خط $y=x$ باشد، آنگاه اندازهٔ پاره‌خط AA' کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\dfrac{۱}{۲\sqrt{۲}}$

۱۳ نمودار وارون تابع $f(x) = x^{۳} + ۳x + a$، خط $۲x + ۵y = ۸$ را در نقطهٔ $A(b, ۲)$ قطع می‌کند. مقدار a کدام است؟

۱) ۱۴
۲) ۱۴-
۳) ۱۵
۴) ۱۵-

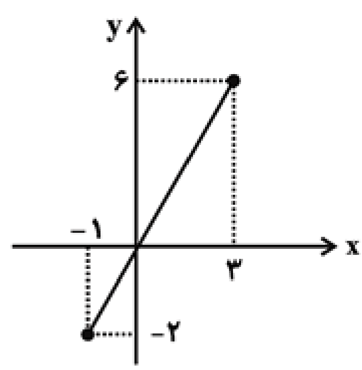
۱۴ اگر دو خط $۳x - ۴y = b$ و $bx + ay = -۱۶$ نسبت به خط $y = x$ قرینهٔ یکدیگر باشند، مقدار $b - a$ کدام است؟

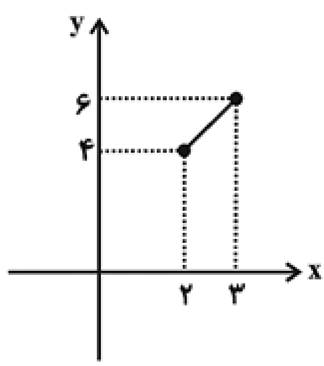
۱) ± ۱۴
۲) ± ۲
۳) ± ۱۲
۴) ± ۴

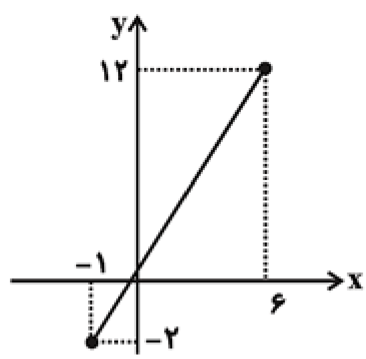
۱۵ اگر در تابع خطی f، $f(۲) = ۴$ و $f^{-۱}(-۵) = -۱$ باشد، مقدار $f^{-۱}(۳ + f(۴))$ کدام است؟

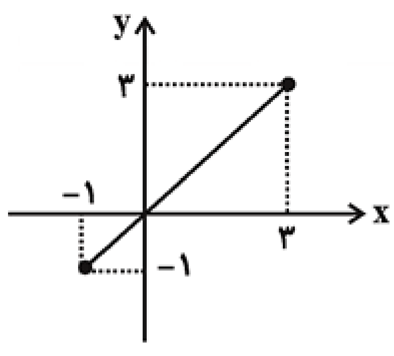
۱) ۵
۲) $\frac{۱۱}{۳}$
۳) ۳
۴) $۴/۵$

۱۶ f تابعی خطی با دامنهٔ $[-۱, ۳]$ است که از دو نقطهٔ $(-۱, ۲)$ و $(۱, ۴)$ می‌گذرد. نمودار تابع $g(x) = f(x) + f^{-۱}(x)$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۷ مساحت مثلث محصور بین نمودار توابع $f(x) = ۲x - a$ و $f^{-۱}(x)$ و محور xها برابر ۲۷ است. نمودار تابع $f(x)$ محور طول‌ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟ $(a > ۰)$

۱) ۶
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲

۱۸ ضابطهٔ وارون تابع $y = ۲x - ۳\,|x - ۱|$ در بازه‌ای که صعودی است، کدام است؟

۱) $y = \dfrac{x+۳}{۵}\ ;x \leq ۲$

۲) $y = \dfrac{x+۳}{۵}\ ;x \leq ۳$

۳) $y = x - ۳\ ;x \geq ۲$

۴) $y = x - ۳\ ;x \geq ۳$

۱۹ تابع معکوس تابع $f\,(x) = x - \sqrt{x^۲ - ۲x + ۱}$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که معکوس‌پذیر است، کدام است؟

۱) $f^{-۱}\,(x) = x - ۱\ ;x \geq -۱$

۲) $f^{-۱}\,(x) = \dfrac{x-۱}{۲}\ ;x \leq ۱$

۳) $f^{-۱}\,(x) = x + ۱\ ;x \geq -۱$

۴) $f^{-۱}\,(x) = \dfrac{x+۱}{۲}\ ;x \leq ۱$

۲۰ ضابطهٔ معکوس تابع $y = \left|x^۲ - ۲x\right|$ در بزرگ‌ترین بازه‌ای که صعودی است، کدام است؟

۱) $x \geq ۰\ ;\ ۱ - \sqrt{۱+x}$

۲) $x \geq ۱\ ;\ ۱ - \sqrt{x-۱}$

۳) $x \geq ۰\ ;\ ۱ + \sqrt{۱+x}$

۴) $x \leq ۱\ ;\ ۱ + \sqrt{۱-x}$

۲۱ ضابطهٔ وارون تابع $y = ۲x + |x|$ کدام است؟

۱) $y = -\dfrac{۲x+|x|}{۳}$

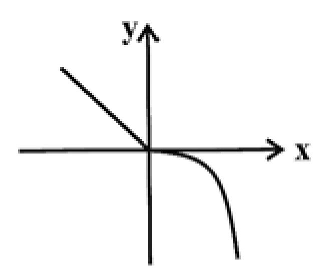
۲) $y = -\dfrac{۲x-|x|}{۳}$

۳) $y = \dfrac{۲x+|x|}{۳}$

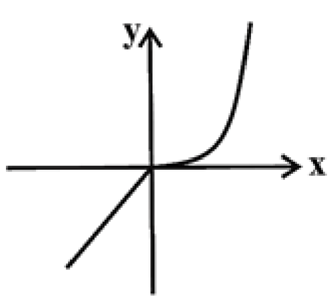
۴) $y = \dfrac{۲x-|x|}{۳}$

۲۲ نمودار معکوس تابع $f(x) = \begin{cases} -x^۲ & ;x \geq ۰ \\ |x| & ;x < ۰ \end{cases}$ کدام است؟

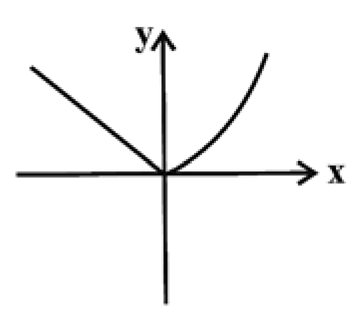
۱)



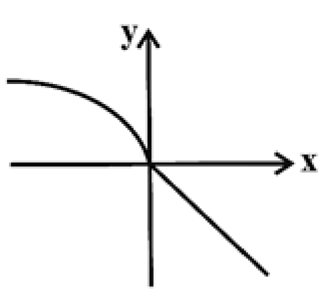
۲)



۳)



۴)



۲۳ تابع $f(x) = x^۲ - ۶x + ۳$ را با دامنهٔ محدودشدهٔ $D_f = (-\infty, ۰)$ در نظر بگیرید. وارون این تابع در کدام گزینه آمده است؟

۱) $f^{-۱}(x) = ۳ + \sqrt{x+۶}\ ;x < ۳$

۲) $f^{-۱}(x) = ۳ + \sqrt{x+۶}\ ;x > ۳$

۳) $f^{-۱}(x) = ۳ - \sqrt{x+۶}\ ;x < ۳$

۴) $f^{-۱}(x) = ۳ - \sqrt{x+۶}\ ;x > ۳$

۲۴ تابع وارون تابع $y = x + \sqrt{x}$ به‌صورت $y = (\frac{\sqrt{ax+1}-1}{b})^2$ است. مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

۲۵ نمودار وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$ از کدام ناحیهٔ محورهای مختصات عبور <u>نمی‌کند</u>؟

۱) اول
۲) دوم
۳) سوم
۴) چهارم

۲۶ اگر $f(x) = \frac{1}{2}(x - \frac{1}{x})$ به ازای $x > 0$ تعریف شده باشد، حاصل $f^{-1}(\frac{1}{x}) - f^{-1}(\frac{-1}{x})$ کدام است؟

۱) صفر
۲) $\frac{2}{x}$
۳) $\frac{3x^2+2}{3x}$
۴) $\frac{2}{x}\sqrt{x^2+1}$

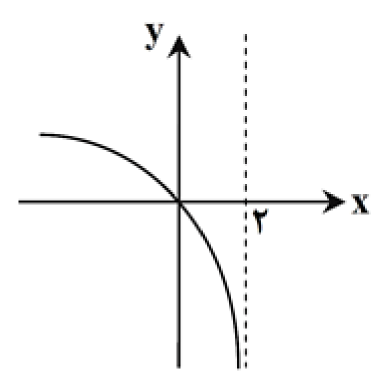
۲۷ دو تابع $x > 0$; $g(x) = \frac{x^2+b}{2x}$ و $f(x) = ax + \sqrt{x^2+1}$ وارون یکدیگرند. حاصل $a+b$ کدام است؟

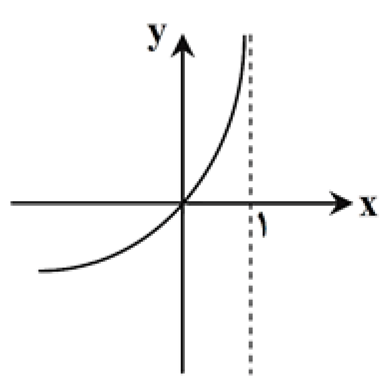
۱) ۲
۲) -۲
۳) ۳
۴) صفر

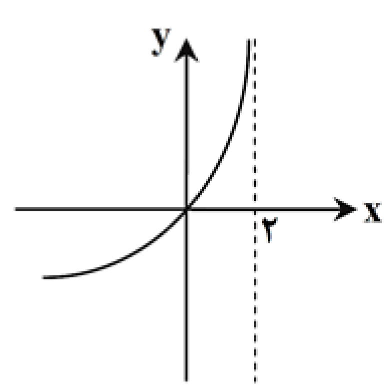
۲۸ ضابطهٔ وارون تابع $f(x) = \sqrt[3]{1+\sqrt{x-2}}$ کدام است؟

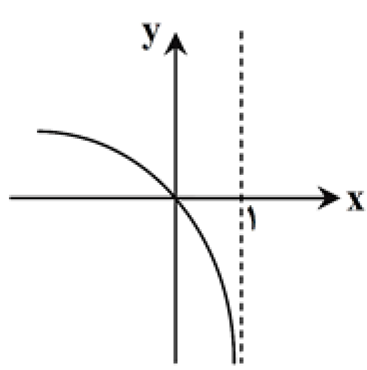
۱) $f^{-1}(x) = x^6 - 2x^3 + 1 \quad ; x \geq 1$
۲) $f^{-1}(x) = x^6 - 2x^3 + 3 \quad ; x \geq 1$
۳) $f^{-1}(x) = x^6 - 2x^3 + 1 \quad ; x \geq 2$
۴) $f^{-1}(x) = x^6 - 2x^3 + 3 \quad ; x \geq 2$

۲۹ نمودار وارون تابع $f(x) = 1 - 2^{-x}$ شبیه کدام گزینه است؟

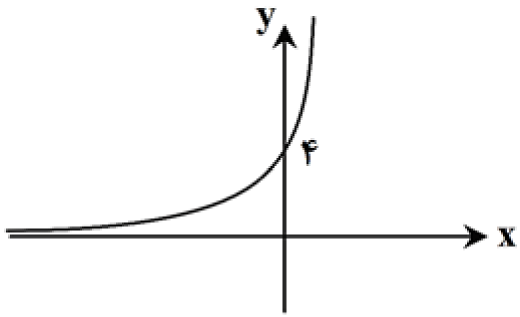
۱)


۲)


۳)


۴)


۳۰ اگر نمودار f به شکل زیر باشد، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f^{-۱}(۳x-۲)}$ کدام است؟



۱) $[۴, +\infty)$

۲) $(۰, ۴]$

۳) $[۲, +\infty)$

۴) $(۰, ۲]$

۳۱ اگر $f(x)=۳-۲x$ باشد، دامنهٔ تعریف $y=\sqrt{f^{-۱}(۲x^۲+۳)-x}$ در کدام گزینه آمده است؟

۱) $[۰, ۱]$ ۲) $[-۱, ۰]$

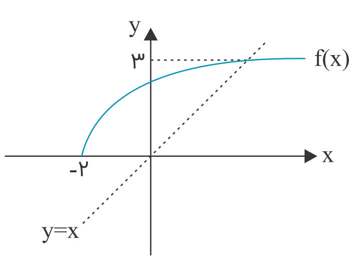
۳) $[-۱, ۱]$ ۴) $[-۲, ۱]$

۳۲ اگر $f(x)=x^۳+x+۱$ باشد، آنگاه در کدام بازه، تابع $y=(f-f^{-۱})(x)$ بالای محور xها قرار دارد؟

۱) $(-۲, ۰)$ ۲) $(-۱, +\infty)$

۳) $(-۴, ۱)$ ۴) $(-\infty, ۱)$

۳۳ اگر نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر باشد، دامنهٔ $\sqrt{\dfrac{x}{x-f^{-۱}(x)}}$ کدام است؟



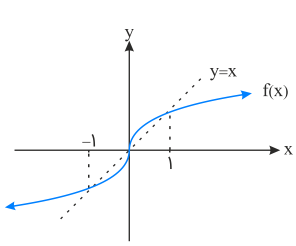
۱) $(-۲, ۰)\cup(۳, +\infty)$

۲) $[-۲, ۰]\cup[۳, +\infty)$

۳) $[۰, ۳)$

۴) $[۰, ۳]$

۳۴ نمودار تابع $f(x)$ مطابق شکل زیر است. دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\dfrac{f(x)-f^{-۱}(x)}{x^۲-۱}}$ کدام است؟



۱) $[۰, ۱)$

۲) $(-\infty, ۰]-\{-۱\}$

۳) $(-۱, ۰]$

۴) $[۰, +\infty)-\{۱\}$

۳۵ اگر $f(x)=\frac{۲x+۵}{x+k}$ و $fof(x)=x$ باشد، مقدار $f(k)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $-\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) $-\frac{۹}{۴}$

۳۶ دوتایی مرتب $(a\,,\,b)$ کدام می‌تواند باشد تا نمودار وارون تابع $y=\dfrac{2x}{a}-b$ بر خود تابع منطبق نباشد؟

۱) $(2\,,\,0)$
۲) $(-2\,,\,0)$
۳) $(-2\,,\,5)$
۴) $(2\,,\,5)$

۳۷ اگر تابع $f(x)=ax+2$ با وارونش در بیش از یک نقطه تقاطع داشته باشند، مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۵
۴) -۵

۳۸ اگر نمودار تابع خطی f، نمودار وارون خود را فقط در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کند و $f(1)=2$ باشد، نمودار تابع f^{-1} محور xها را در کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۲
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{5}{3}$

۳۹ در تابع خطی f، اگر $f(2)=5$ و نمودارهای دو تابع f و f^{-1} غیرمتقاطع باشند، آنگاه $f(4)$ برابر کدام است؟

۱) ۲
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۴۰ نمودار $f(x)=\sqrt{x+a}$، نمودار $f^{-1}(x)$ را در دو نقطه قطع می‌کند. حدود a کدام است؟

۱) $a>-\frac{1}{4}$
۲) $-\frac{1}{4}<a\le 0$
۳) $0\le a<\frac{1}{4}$
۴) $a>\frac{1}{4}$

۴۱ اگر محل برخورد نمودار تابع $f(x)=2x-|x|+1$ با نمودار تابع وارونش، نقطهٔ $A(a,b)$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) -۱
۲) صفر
۳) ۱
۴) ۲

۴۲ اگر $f(x)=\dfrac{2x+4}{x-1}$ باشد، آنگاه مجموع طول نقاط برخورد نمودار تابع f با نمودار وارون آن کدام است؟

۱) -1
۲) ۲
۳) ۳
۴) -4

۴۳ مجموعهٔ طول نقاط مشترک نمودار توابع $f(x)=\sqrt[3]{4-x^3}$ و $f^{-1}(x)$، چند عضو دارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) این مجموعه نامتناهی است.

۴۴ نمودار وارون تابع $f(x)=\frac{۲x-۱}{x+۲}$، در چند نقطه خط $y=۳x$ را قطع می‌کند؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

۴۵ تابع f با ضابطهٔ $f(x)=x^۲-x+۵$ و دامنهٔ $D_f=[۱,+\infty)$ مفروض است. وارون این تابع محور xها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) ۵
۲) $\frac{۱+\sqrt{۲۶}}{۲}$
۳) $\frac{۱-\sqrt{۲۶}}{۲}$
۴) نقطهٔ برخورد ندارد.

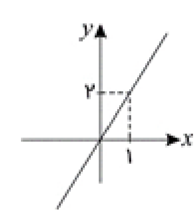
۴۶ وارون تابع $y=\frac{۲x-۱}{x-۲}$، نیمساز ناحیهٔ دوم و چهارم را در نقاط A و B قطع می‌کند. طول پاره‌خط AB کدام است؟

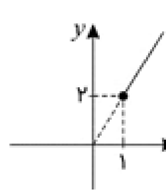
۱) $\sqrt{۲}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) $۴\sqrt{۲}$
۴) $۸\sqrt{۲}$

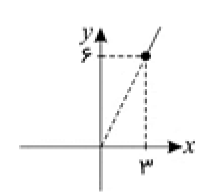
۴۷ اگر $f(x)=۴-\sqrt{x-۳}$ باشد، طول نمودار رسم‌شدهٔ تابع $g(x)=fof^{-۱}(x)+f^{-۱}of(x)$ برابر با کدام گزینه است؟

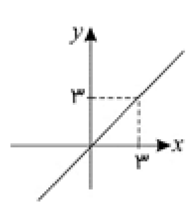
۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) ۲
۴) $\sqrt{۵}$

۴۸ با فرض آنکه $f(x)=۴\sqrt{x-۱}+۳$، نمودار تابع $y=۲f(f^{-۱}(x))$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۴۹ اگر $f^{-۱}(x)-f(۴)=x+۶$ و $f(x)$ یک تابع خطی باشد، آنگاه $f(۴)$ کدام است؟

۱) ۱
۲) ۱-
۳) ۱۱
۴) ۱۱-

۵۰ اگر به ازای هر عدد حقیقی x ، $(gof)^{-1}(۲x-۱)=x$ و $f(x)=x^۳+۲$ باشد، مقدار $g^{-1}(۳)$ کدام است؟ (f و g معکوس‌پذیرند و $D_g=\mathbb{R}$)

۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۴
۴) ۸

۵۱ اگر نمودار تابع $y=۲f^{-1}(x-۱)+۳$ از نقطهٔ $(۳,۷)$ بگذرد، کدام نقطهٔ زیر، قطعاً روی نمودار تابع $y=f(x+۱)$ قرار ندارد؟

۱) $(۳,۲)$
۲) $(۲,۴)$
۳) $(۱,۲)$
۴) $(۳,۴)$

۵۲ در تابع خطی f رابطهٔ $۴f(۲x)=f(۸x-۱)-۵$ برقرار است. اگر $f^{-1}(۳)=۵$ باشد، مقدار m از تساوی $f^{-1}(m)=۲$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

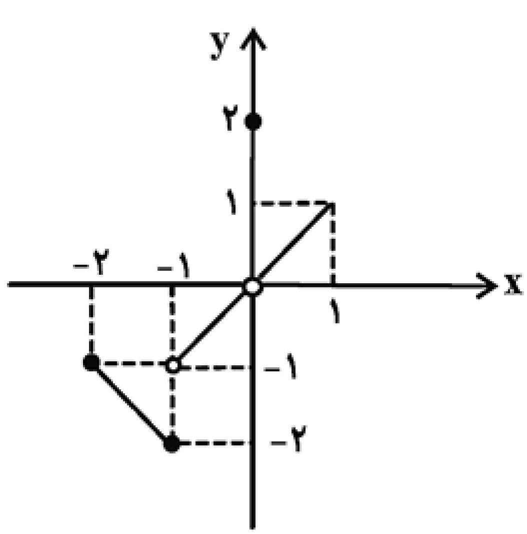
۵۳ اگر f تابعی یک‌به‌یک، $f(-۲)=\frac{۵}{۳}$ و $g(x)=۲-۳f(۵x-۱)$ باشد، حاصل $g^{-1}(-۳)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۵}$
۲) $-\frac{۳}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $-\frac{۱}{۵}$

۵۴ دو تابع $f=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۶),(۴,۷)\}$ و $g(x)=x+\sqrt{x}$ مفروض‌اند. به ازای چند مقدار a، $f^{-1}(g(۳a))=۳$ است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۵۵ اگر $f^{-1}(x)=\frac{x+۱}{۱-۲x}$ و نمودار تابع $y=g(x)$ به‌صورت زیر باشد، در این صورت به ازای چه مقداری از a، $f(g^{-1}(a))=۱$ است؟



۱) -۲
۲) -۱
۳) ۱
۴) صفر

۵۶ اگر به ازای هر عدد حقیقی داشته باشیم: $(fog)^{-1}(2x-4)=\frac{x}{2}$ و $g(x)=2x^3+1$، آنگاه نمودار وارون تابع $f(x)$، محور yها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۵۷ برد تابع $f(x)=2^{x+1}$ را به بازهٔ $[a,b]$ محدود کرده‌ایم تا برای تابع $g(x)=\sqrt{6-2x}$ ترکیب gof^{-1} تعریف شود. حداکثر مقدار $(b-a)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۶

۳) ۸ ۴) ۱۶

۵۸ اگر $(fog^{-1})(x)=\sqrt[3]{2x^5+1}$ باشد، حاصل $(gof^{-1})(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{(x-1)^3}{2}$ ۲) $1-f^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$

۳) $\sqrt[5]{\frac{x^3-1}{2}}$ ۴) $1-g^{-1}(\sqrt[5]{x-1})$

۵۹ اگر $f(x)=x+2$ و $g(x)=2x^2-8x+1$ باشند، آنگاه حاصل‌جمع ریشه‌های معادلهٔ $gof^{-1}(x)=0$ کدام است؟

۱) $\frac{-25}{2}$ ۲) $\frac{25}{2}$

۳) 8 ۴) -8

۶۰ اگر $f=\{(0,-1),(1,2),(-2,3),(3,1),(2,5)\}$ و $g=\{(1,-3),(3,2),(4,1)\}$ باشد، آنگاه مجموع اعضای برد تابع $(gof^{-1})^{-1}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۱ گزینه ۲

اگر در تابع وارون‌پذیر f داشته باشیم، $(a,b)\in f$ آنگاه $(b,a)\in f^{-1}$.

$$f=\{(۱,۲),(-۱,۳),(۴,۴),(۳,۵)\}$$

$$\Rightarrow D_f=\{۱,-۱,۴,۳\}$$

$$f^{-1}=\{(۲,۱),(۳,-۱),(۴,۴),(۵,۳)\}$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}}=\{۲,۳,۴,۵\}$$

$$D_{f-f^{-1}}=D_f\cap D_{f^{-1}}=\{۱,-۱,۴,۳\}\cap\{۲,۳,۴,۵\}=\{۳,۴\}$$

بنابراین تابع $f-f^{-1}$ شامل دو زوج مرتب است.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۲ گزینه ۱

$$f^{-1}og(۱)=f^{-1}(g(۱))=f^{-1}(\underbrace{۳\times ۱-۱}_{۲})=f^{-1}(۲)\xrightarrow{(۱,۲)\in f}f^{-1}(۲)=۱$$

نکته: وقتی $(a,b)\in f$ است، یعنی $f(a)=b$ یا معادلاً $f^{-1}(b)=a$ است.

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۴

۳ گزینه ۴

باتوجه‌به نمودار تابع $g(x)=-f(x-۱)$ داریم:

$$g(۲)=۳\Rightarrow -f(۲-۱)=۳\Rightarrow f(۱)=-۳\Rightarrow f^{-1}(-۳)=۱$$

$$g(۰)=۲\Rightarrow -f(۰-۱)=۲\Rightarrow f(-۱)=-۲\Rightarrow f^{-1}(-۲)=-۱$$

$$g(-۲)=۰\Rightarrow -f(-۲-۱)=۰\Rightarrow f(-۳)=۰\Rightarrow f^{-1}(۰)=-۳$$

$$g(-۳)=-۴\Rightarrow -f(-۳-۱)=-۴\Rightarrow f(-۴)=۴\Rightarrow f^{-1}(۴)=-۴$$

بنابراین تساوی $f^{-1}(۴)=۴$ درست نیست.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۴

گزینه ۴

نکته: $f(\alpha) = \beta \Leftrightarrow f^{-1}(\beta) = \alpha$

$$f^{-1}og(۳) = -۱ \Rightarrow f^{-1}(g(۳)) = -۱ \xrightarrow{g(۳)=۳} f^{-1}(۳) = -۱ \Rightarrow f(-۱) = ۳ \Rightarrow (-۱, ۳) \in f \Rightarrow (a, b) = (-۱, ۳)$$
$$\Rightarrow a = -۱, b = ۳ \Rightarrow g = \{(۵, ۱), (۳, ۳), (۰, ۶)\}$$
$$fog^{-1}(۶) = f(g^{-1}(۶)) = f(۰) = -۲$$

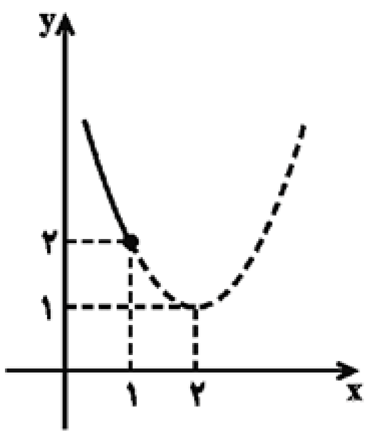
گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

۵

گزینه ۲

دامنهٔ تابع وارون با برد تابع اصلی برابر است، پس برد تابع با ضابطهٔ $y = x^۲ - ۴x + ۵$ را با شرط $x \leq ۱$ به دست می‌آوریم.
برای این منظور، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = x^۲ - ۴x + ۵ = (x^۲ - ۴x + ۴) + ۱ \Rightarrow y = (x - ۲)^۲ + ۱$$



همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، با شرط $x \leq ۱$، برد تابع بازهٔ $[۲, +\infty)$ است که همان دامنهٔ تابع وارون است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۷

۶

گزینه ۳

راه‌حل اول:

می‌دانیم:

$$D_f = R_{f^{-۱}} \qquad , \qquad R_f = D_{f^{-۱}}$$

بنابراین باتوجه‌به برد تابع f به‌راحتی می‌توان فهمید کدام عدد در دامنهٔ $f^{-۱}$ وجود ندارد.

$$D_f : x \neq ۱$$

$$y = \frac{۲x+۱}{x-۱} = \frac{۲x-۲+۳}{x-۱} = \frac{۲(x-۱)+۳}{x-۱} \Rightarrow f(x) = ۲ + \frac{۳}{x-۱}$$

باتوجه‌به اینکه $\frac{۳}{x-۱}$ همواره مخالف صفر است، بنابراین $f(x) \neq ۲$ است؛ پس در دامنهٔ تابع $f^{-۱}$، ۲ وجود نخواهد داشت.

راه‌حل دوم:

ضابطهٔ تابع وارون را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{۲x+۱}{x-۱} \Rightarrow yx - y = ۲x + ۱ \Rightarrow yx - ۲x = y + ۱$$

$$x(y-۲) = y + ۱ \Rightarrow x = \frac{y+۱}{y-۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x+۱}{x-۲} \Rightarrow x \neq ۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۷

گزینه ۲

اگر $(a,b) \in f$، آنگاه $(b,a) \in f^{-۱}$ است، پس داریم:

$$x = ۲ \Rightarrow f(۲) = ۲ - \sqrt{۳-۲} = ۲ - ۱ = ۱$$
$$\Rightarrow (۲,۱) \in f \Rightarrow (۱,۲) \in f^{-۱}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۷

۸

گزینه ۲

عدد ۳ ورودی f می‌باشد؛ بنابراین خروجی $f^{-۱}$ خواهد بود، پس:

$$f^{-۱}(x) = ۳ \Rightarrow \sqrt{x-۲} + ۱ = ۳ \Rightarrow \sqrt{x-۲} = ۲ \Rightarrow x - ۲ = ۴ \Rightarrow x = ۶$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ تابستان ۱۳۹۸

۹

گزینه ۲

وقتی $۲ < x < ۳$ باشد، $-۳ < -x < -۲$ است و داریم:

$$[x] = ۲\ ,\ [-x] = -۳ \Rightarrow f(x) = -۳x + ۲$$

برای محاسبهٔ $f^{-۱}(-۵)$ باید $f(x)$ را مساوی ۵- قرار دهیم:

$$-۳x + ۲ = -۵ \Rightarrow ۳x = ۷ \Rightarrow x = \frac{۷}{۳} \Rightarrow f(\frac{۷}{۳}) = -۵ \Rightarrow f^{-۱}(-۵) = \frac{۷}{۳}$$

توجه: اگر مقدار x بین ۲ و ۳ نمی‌شد باید "ناموجود" را انتخاب می‌کردیم.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۱۰

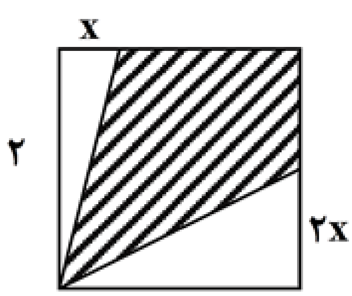
گزینه ۲

نکته: مساحت مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائمهٔ a و b برابر با $\frac{۱}{۲}ab$ است.

نکته: اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد، آنگاه:

$$f(\alpha) = \beta \Leftrightarrow f^{-۱}(\beta) = \alpha$$

اگر مساحت دو ناحیه‌ای را که هاشور ندارد از مساحت مربع کم کنیم، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده به دست می‌آید.



$$f(x) = ۲^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times x - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲x = ۴ - ۳x$$

با فرض $f^{-۱}(۲) = \alpha$ داریم:

$$f(\alpha) = ۲ \Rightarrow ۴ - ۳\alpha = ۲ \Rightarrow ۳\alpha = ۲ \Rightarrow \alpha = \frac{۲}{۳}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۷

۱۱

گزینه ۳

اگر دو تابع f و f^{-1} وارون هم باشند، آنگاه:

$$(a,b)\in f \Leftrightarrow (b,a)\in f^{-1}$$

بنابراین:

$$f^{-1}(-5)=4 \Rightarrow f(4)=-5$$

$$f(4)=4^2-4A+3=-5 \Rightarrow A=6$$

بنابراین $f(x)=x^2-6x+3$. برای محاسبهٔ $f^{-1}(-2)$ خواهیم داشت:

$$f^{-1}(-2)=a \Leftrightarrow -2=f(a)$$

$$\Rightarrow -2=a^2-6a+3 \Rightarrow a^2-6a+5=0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a-5)=0 \xrightarrow{x>3} a=5 \Rightarrow f^{-1}(-2)=5$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۸

۱۲

گزینه ۲

نقطهٔ A قرینهٔ A' نسبت به خط $y=x$ است، پس اگر A' نقطه‌ای روی تابع $f^{-1}(x)$ باشد، نقطهٔ متناظرش یعنی نقطهٔ A روی تابع $f(x)$ است که جای طول و عرض آن عوض شده است؛ بنابراین:

$$f(x)=x^3+x+2 \xrightarrow{x=0} y=2 \Rightarrow A(0,2) \Rightarrow A'(2,0)$$

$$AA'=\sqrt{(0-2)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{2}$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۱۳

گزینه ۴

مختصات نقطهٔ $A(b,2)$ در معادلهٔ $2x+5y=8$ صدق می‌کند، پس:

$$2b+10=8 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow A(-1,2)$$

$$A(-1,2)\in f^{-1} \Rightarrow A'(2,-1)\in f$$

$$\Rightarrow f(2)=8+6+a=14+a=-1 \Rightarrow a=-15$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲۰ ۱۳۹۸

۱۴

گزینه ۱

نکتهٔ ۱: اگر f یک تابع یک‌به‌یک باشد، برای به دست آوردن نمودار تابع f^{-1} کافی است، قرینهٔ f را نسبت به خط $y = x$ (نیمساز ربع اول و سوم) به دست آوریم.

نکتهٔ ۲: برای به دست آوردن ضابطهٔ وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند f، در معادلهٔ $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y حساب می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

مطابق نکتهٔ ۱، چون این دو خط نسبت به خط $y = x$ قرینهٔ یکدیگر هستند، پس معکوس یکدیگرند؛ لذا به کمک نکتهٔ ۲، معکوس خط $3x - 4y = b$ را به دست می‌آوریم:

$$3x - 4y = b \Rightarrow 3x = b + 4y \Rightarrow x = \frac{b + 4y}{3} \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = \frac{b + 4x}{3} \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + \frac{b}{3}$$

ازطرفی:

$$bx + ay = -16 \Rightarrow y = \frac{-bx - 16}{a} \Rightarrow y = -\frac{b}{a}x - \frac{16}{a}$$

از مقایسهٔ دو معادلهٔ خط نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} \frac{4}{3} = -\frac{b}{a} \Rightarrow b = -\frac{4}{3}a \quad (1) \\ -\frac{16}{a} = \frac{b}{3} \Rightarrow ab = -48 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری (۱) در (۲)}} -\frac{4}{3}a^2 = -48 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = \pm 6 \xrightarrow{(1)} b = \pm 8$$

بنابراین:

$$b - a = \pm 14$$

۱۵

گزینه ۱

نکته: اگر f تابعی وارون‌پذیر باشد و داشته باشیم $f(a)=b$، آنگاه: $f^{-1}(b)=a$

نکته: فرم کلی تابع خطی به‌صورت $y=ax+b$ است.

فرض کنیم ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x)=ax+b$ باشد، در این صورت داریم:

$$\begin{cases} f(۲)=۴ \Rightarrow ۲a+b=۴ \\ f^{-1}(-۵)=-۱ \Rightarrow f(-۱)=-۵ \Rightarrow -a+b=-۵ \end{cases} \Rightarrow a=۳\ ,\ \ b=-۲$$

بنابراین ضابطهٔ این تابع خطی به‌صورت $f(x)=۳x-۲$ است. برای به دست آوردن مقدار خواسته‌شده ابتدا مقدار $f(۴)$ را به دست می‌آوریم:

$$f(۴)=۳\times۴-۲=۱۰ \Rightarrow f^{-1}(۳+f(۴))=f^{-1}(۳+۱۰)=f^{-1}(۱۳)$$

راه‌حل اول:

اگر فرض کنیم $f^{-1}(۱۳)=t$، می‌توان نتیجه گرفت $f(t)=۱۳$، بنابراین:

$$۳t-۲=۱۳ \Rightarrow ۳t=۱۵ \Rightarrow t=۵$$

راه‌حل دوم:

نکته: برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون یک تابع یک‌به‌یک مانند $f(x)$، در معادلهٔ $y=f(x)$ در صورت امکان x را برحسب y محاسبه می‌کنیم و سپس با تبدیل y به x، ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

با استفاده از نکته، معکوس تابع خطی $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y=۳x-۲ \Rightarrow y+۲=۳x \Rightarrow x=\frac{y+۲}{۳} \Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x+۲}{۳}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(۱۳)=\frac{۱۳+۲}{۳}=۵$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

۱۶

گزینه ۲

معادلهٔ خط گذرنده از دو نقطهٔ $(-۱,۲)$ و $(۱,۴)$ را می‌نویسیم.

$$m=\frac{۴-۲}{۱+۱}=۱\ ,\ \ y-۲=۱(x+۱) \Rightarrow y=x+۳ \Rightarrow f(x)=x+۳$$

ضابطهٔ f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y=x+۳ \Rightarrow x=y-۳ \Rightarrow f^{-1}(x)=x-۳$$

دامنهٔ f^{-1} همان برد f است.

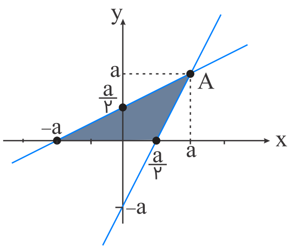
$$D_{f^{-1}}=R_f=[f(-۱),f(۳)]=[۲,۶]$$
$$D_g=D_{f+f^{-1}}=D_f\cap D_{f^{-1}}=[-۱,۳]\cap[۲,۶]=[۲,۳]$$
$$g(x)=(x+۳)+(x-۳)=۲x$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

۱۷

گزینه ۲

ابتدا نقطهٔ تقاطع دو تابع f و f^{-1} را می‌یابیم:



$$y = f(x) = 2x - a \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+a}{2}$$

$$2x - a = \frac{x+a}{2} \Rightarrow x = a \Rightarrow y = a \Rightarrow A(a, a)$$

$$S = \frac{\frac{3a}{2} \times a}{2} = 27 \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow a = 6$$

$$f(x) = 2x - 6$$

$$2x - 6 = 0 \Rightarrow x = 3$$

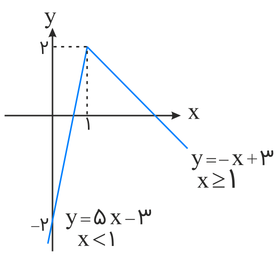
بنابراین نمودار تابع $f(x)$ محور طول‌ها را در $x = 3$ قطع می‌کند.

۱۸

گزینه ۱

تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق، نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:

$$y=\begin{cases}۲x-۳x+۳=-x+۳ & ;x\geq ۱\\ ۲x+۳x-۳=۵x-۳ & ;x<۱\end{cases}$$



پس تابع در بازهٔ $(-\infty,۱]$ صعودی است و داریم:

$$y=۵x-۳\xrightarrow{\text{وارون}}x=۵y-۳\Rightarrow y=\frac{x+۳}{۵}$$

که باتوجه‌به برد تابع اولیه در این بازه، دامنهٔ تابع معکوس $x\leq ۲$ است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

۱۹

گزینه ۴

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=x-\sqrt{x^۲-۲x+۱}=x-\sqrt{(x-۱)^۲}=x-|x-۱|$$

$$\Rightarrow y=\begin{cases}x-x+۱=۱ & ;x>۱\\ x+x-۱=۲x-۱ & ;x\leq ۱\end{cases}$$

تابع به ازای $x>۱$ یک تابع ثابت و درنتیجه معکوس‌ناپذیر است. بنابراین معکوس تابع را به ازای $x\leq ۱$ محاسبه می‌کنیم:

$$f^{-۱}\ \text{دامنهٔ}=f\ \text{برد}:x\leq ۱\Rightarrow ۲x\leq ۲\Rightarrow ۲x-۱\leq ۱$$

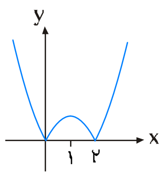
$$\Rightarrow f^{-۱}\ \text{دامنهٔ}=\{x|x\leq ۱\}$$

$$y=۲x-۱\Rightarrow y+۱=۲x\Rightarrow x=\frac{y+۱}{۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x+۱}{۲}\quad ;x\leq ۱$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۷ ۱۳۹۷

۲۰ گزینه ۳



مطابق شکل این تابع در $[2, +\infty)$ صعودی است (البته در $(0, 1)$ هم صعودی است ولی بزرگ‌ترین بازه نیست).

$$x > 2 : y = x^2 - 2x \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 - 1$$
$$= (x-1)^2 - 1 \Rightarrow y + 1 = (x-1)^2 \Rightarrow \sqrt{y+1} = x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x+1}$$

از طرفی $\sqrt{y+1} = x - 1 \xrightarrow{x \geq 2} \sqrt{y+1} \geq 1 \Rightarrow y \geq 0$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۷

۲۱ گزینه ۴

$$y = \begin{cases} x & ; x < 0 \\ 3x & ; x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \text{تابع وارون} : y = \begin{cases} x & ; x < 0 \\ \frac{1}{3}x & ; x \geq 0 \end{cases}$$

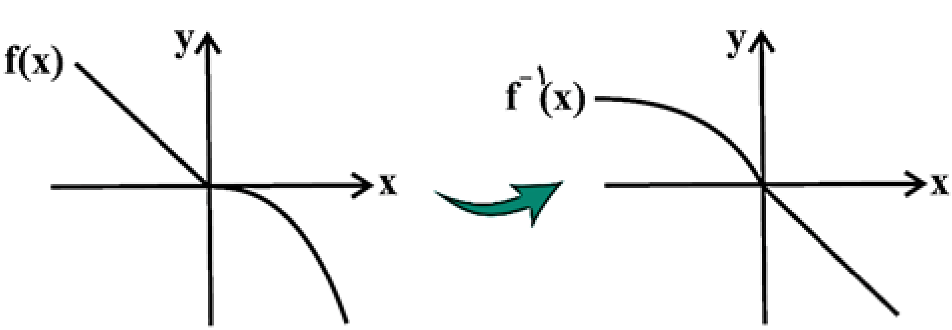
$$\Rightarrow \text{تابع وارون} : y = \frac{2x - |x|}{3}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۲۲ گزینه ۴

نمودار f و f^{-1} نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ |x| & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x^2 & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$



قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۷

۲۳

گزینه ۴

برای یافتن وارون تابع f باید x را برحسب y به دست آوریم:

$$x^{۲} - ۶x + ۳ = y \xrightarrow{+۶} x^{۲} - ۶x + ۹ = y + ۶$$
$$\Rightarrow (x - ۳)^{۲} = y + ۶ \Rightarrow x - ۳ = \pm\sqrt{y + ۶}$$

باتوجه‌به دامنهٔ داده‌شده، x منفی است، پس $x - ۳$ نیز منفی است؛ پس در عبارت بالا فقط علامت منفی پشت رادیکال موردقبول است:

$$x - ۳ = -\sqrt{y + ۶} \Rightarrow x = ۳ - \sqrt{y + ۶} \quad (*)$$

چون طبق دامنهٔ محدودشده داریم $x < ۰$، پس:

$$۳ - \sqrt{y + ۶} < ۰ \Rightarrow ۳ < \sqrt{y + ۶} \Rightarrow ۹ < y + ۶ \Rightarrow y > ۳ \quad (**)$$

روابط (*) و (**) ضابطه و دامنهٔ وارون تابع f را مشخص می‌کنند:

$$f^{-۱}(x) = ۳ - \sqrt{x + ۶} \ ; x > ۳$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۲۴

گزینه ۲

$$f(x) = y = x + \sqrt{x} = (\sqrt{x} + \frac{۱}{۲})^{۲} - \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۴y + ۱}{۴} = (\sqrt{x} + \frac{۱}{۲})^{۲}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{۱}{۲} = \frac{\sqrt{۴y + ۱}}{۲} \Rightarrow x = (\frac{\sqrt{۴y + ۱} - ۱}{۲})^{۲}$$

$$\xrightarrow[\text{عوض می‌کنیم}]{\text{جای x و y را}} y = (\frac{\sqrt{۴x + ۱} - ۱}{۲})^{۲} = f^{-۱}(x)$$

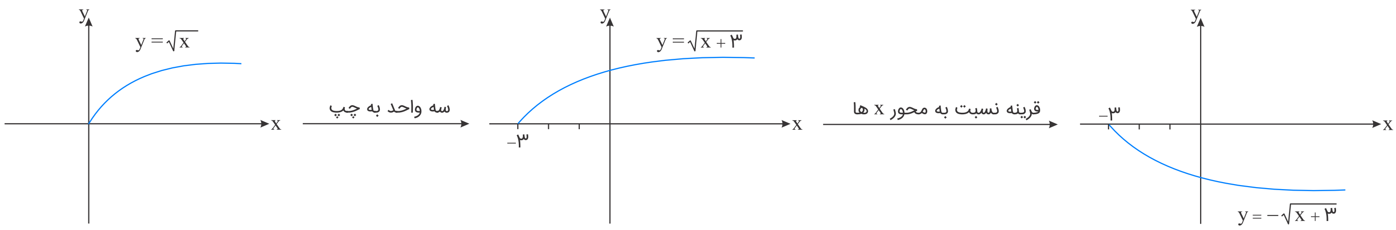
$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ b = ۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = ۲$$

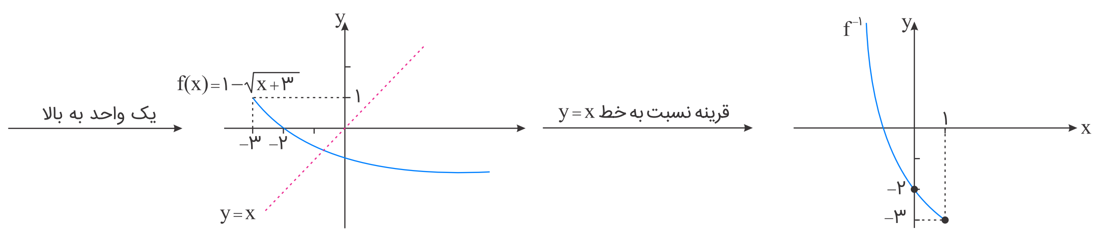
قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۲۵

گزینه ۱

نمودار تابع $f(x) = ۱ - \sqrt{x+۳}$ را با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ رسم می‌کنیم و سپس نمودار را نسبت به خط $y = x$ قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع f^{-1} به دست آید:





پس f^{-1} از ناحیهٔ اول عبور نمی‌کند.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۸

۲۶

گزینه ۲

ابتدا معکوس تابع $y = \frac{۱}{۲}(x - \frac{۱}{x})$ را می‌یابیم.

$$y = \frac{۱}{۲}(x - \frac{۱}{x}) \Rightarrow ۲y = \frac{x^۲ - ۱}{x} \Rightarrow x^۲ - ۲xy - ۱ = ۰$$

$$\xrightarrow[\text{درجه ۲}]{\text{حل معادلهٔ}} x = \frac{۲y \pm \sqrt{۴y^۲ + ۴}}{۲} = y \pm \sqrt{y^۲ + ۱}$$

$$\xrightarrow{\text{چون } x>۰} x = \sqrt{y^۲ + ۱} + y$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt{x^۲ + ۱} + x \Rightarrow \begin{cases} f^{-۱}(\frac{۱}{x}) = \frac{۱}{x} + \sqrt{\frac{۱}{x^۲} + ۱} \\ f^{-۱}(\frac{-۱}{x}) = \frac{-۱}{x} + \sqrt{\frac{۱}{x^۲} + ۱} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(\frac{۱}{x}) - f^{-۱}(\frac{-۱}{x}) = \frac{۲}{x}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

۲۷

گزینه ۴

در تابع وارون می‌دانیم که:

$$f(a) = b \Leftrightarrow f^{-1}(b) = a$$

در این مسئله f و g وارون یکدیگرند. با انتخاب دو عدد مناسب داریم:

$$f(۰) = ۱ \Leftrightarrow f^{-1}(۱) = ۰ \Rightarrow g(۱) = ۰ \Rightarrow \frac{۱+b}{۲} = ۰ \Rightarrow b = -۱$$

$$g(۲) = \frac{۴+(-۱)}{۲\times۲} = \frac{۳}{۴} \Rightarrow f(\frac{۳}{۴}) = ۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴}a + \sqrt{\frac{۹}{۱۶}+۱} = ۲ \Rightarrow \frac{۳}{۴}a + \frac{۵}{۴} = ۲$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۴}a = \frac{۳}{۴} \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow a + b = ۰$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

۲۸

گزینه ۲

$$D_f = [۲, +\infty)$$

$$\sqrt{x-۲} \geq ۰ \Rightarrow ۱+\sqrt{x-۲} \geq ۱ \Rightarrow \sqrt[۳]{۱+\sqrt{x-۲}} \geq \sqrt[۳]{۱} = ۱ \Rightarrow R_f = [۱, +\infty)$$

$$y = f\,(x) = \sqrt[۳]{۱+\sqrt{x-۲}} \Rightarrow y^۳ = ۱+\sqrt{x-۲}$$

$$\Rightarrow \left(y^۳-۱\right)^۲ = x-۲ \Rightarrow y^۶ - ۲y^۳ + ۱ = x-۲$$

$$\Rightarrow x = y^۶ - ۲y^۳ + ۳ \Rightarrow f^{-۱}\,(x) = x^۶ - ۲x^۳ + ۳ \Rightarrow D_{f^{-۱}} = R_f = [۱, +\infty)$$

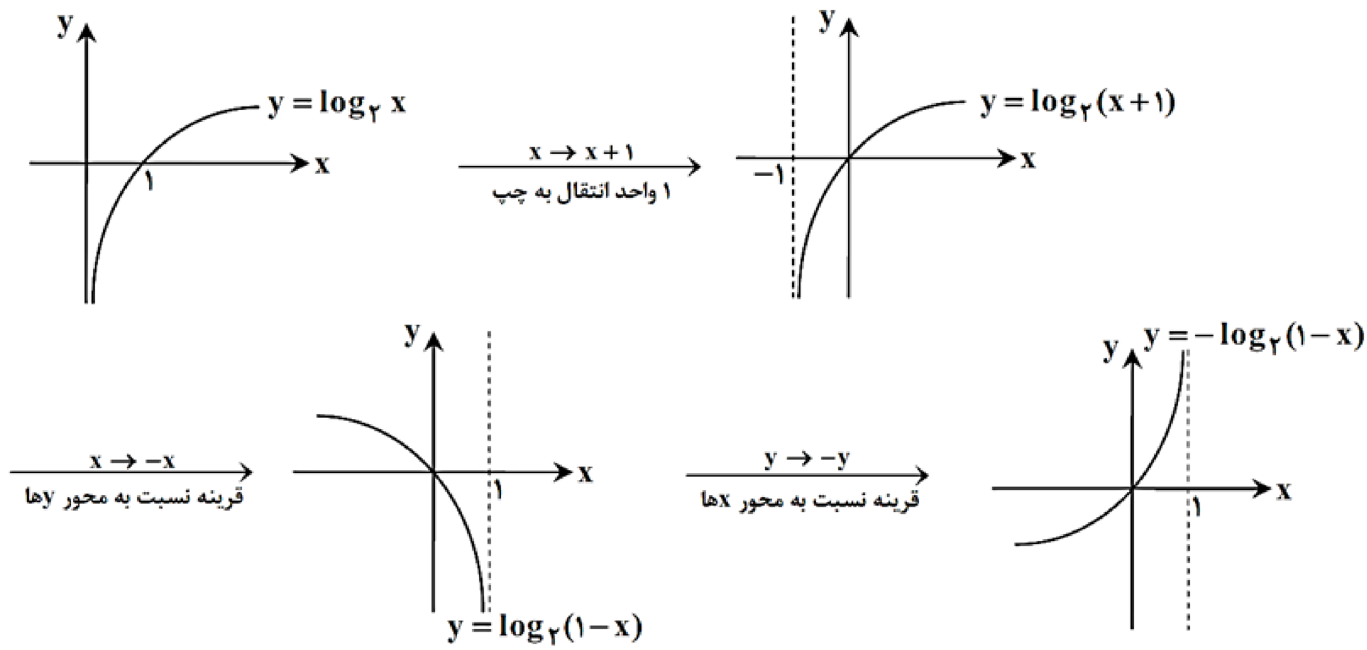
قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۹ ۱۳۹۸

۲۹

گزینه ۲

ابتدا ضابطهٔ $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم.

$$y=1-2^{-x}\Rightarrow 2^{-x}=1-y\Rightarrow -x=\log_2^{(1-y)}$$
$$\Rightarrow x=-\log_2^{(1-y)}\Rightarrow f^{-1}(x)=-\log_2^{(1-x)}$$



گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۳۰

گزینه ۳

نکته: اگر f تابعی صعودی باشد، داریم: $x_1\geq x_2\Rightarrow f(x_1)\geq f(x_2)$

نکته: اگر $a\in D_{f^{-1}}$، آنگاه: $f(f^{-1}(a))=a$

باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$f^{-1}(3x-2)\geq 0\xrightarrow{\text{صعودی}f} f(f^{-1}(3x-2))\geq f(0)\Rightarrow 3x-2\geq 4\Rightarrow 3x\geq 6\Rightarrow x\geq 2$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

۳۱

گزینه ۲

چون $f\left(x\right)$ یک خط است و هر خطی یک‌به‌یک است، بنابراین معکوس‌پذیر نیز هست، پس داریم:

$$y=f\left(x\right)=۳-۲x\Rightarrow y-۳=-۲x\Rightarrow x=\frac{۳-y}{۲}\Rightarrow f^{-۱}\left(x\right)=\frac{۳-x}{۲}$$

درنتیجه داریم:

$$f^{-۱}\left(۲x^{۲}+۳\right)-x=\frac{۳-\left(۲x^{۲}+۳\right)}{۲}-x=\frac{-۲x^{۲}-۲x}{۲}$$

دامنهٔ تابع داده‌شده برابر است با:

$$f^{-۱}\left(۲x^{۲}+۳\right)-x\geq ۰\Rightarrow \frac{-۲x^{۲}-۲x}{۲}\geq ۰\Rightarrow -۲x^{۲}-۲x\geq ۰\Rightarrow ۲x^{۲}+۲x\leq ۰$$

x		-۱		۰	
$۲x^{۲}+۲x$	+	۰	−	۰	+

$\Longrightarrow -۱\leqslant x\leqslant ۰$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۵

۳۲

گزینه ۲

برای اینکه تابع $y=(f-f^{-۱})(x)$ بالای محور xها قرار بگیرد، باید:

$$(f-f^{-۱})(x)>۰\Rightarrow f(x)-f^{-۱}(x)>۰\Rightarrow f(x)>f^{-۱}(x)$$

در بازه‌ای نمودار f بالاتر از نمودار تابع $f^{-۱}$ قرار دارد که نمودار f بالای خط $y=x$ باشد درنتیجه برای حل نامعادلهٔ فوق، کافی است نامعادلهٔ $f(x)>x$ را حل کنیم:

$$f(x)>x\Rightarrow x^{۳}+x+۱>x\Rightarrow x^{۳}>-۱\Rightarrow x>-۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۶

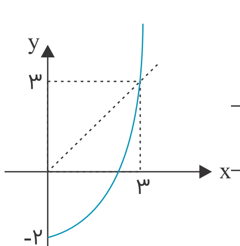
۳۳

گزینه ۳

نمودار $f^{-۱}(x)$ را رسم می‌کنیم:

جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم (ت.ن: تعریف‌نشده):

در بازهٔ $[۰,۳)$ زیر رادیکال نامنفی بوده و مخرج کسر نیز صفر نمی‌شود؛ بنابراین این بازه دامنهٔ تابع است.



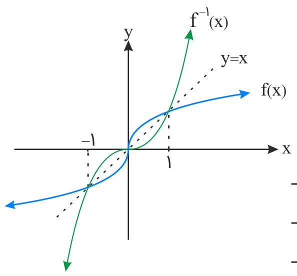
		۰		۳	
x	−	۰	+		+
$x-f^{-۱}(x)$	ت ن		+	۰	−

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۷

۳۴

گزینه ۲

ابتدا نمودار $f^{-۱}$ را رسم می‌کنیم:



نمودار را در چهار بازهٔ زیر بررسی می‌کنیم:

رابطه \ بازه	$(-\infty,-۱)$	$x=-۱$	$(-۱,۰)$	$x=۰$	$(۰,۱)$	$x=۱$	$(۱,+\infty)$
$f(x)-f^{-۱}(x)$	+	○	−	○	+	○	−
$x^۲-۱$	+	○	−		−	○	+
$\frac{f(x)-f^{-۱}(x)}{x^۲-۱}$	+	تعریف نشده	+	○	−	تعریف نشده	−

می‌دانیم که زیر رادیکال همواره باید نامنفی باشد؛ بنابراین دامنهٔ تابع $y=\sqrt{\frac{f(x)-f^{-۱}(x)}{x^۲-۱}}$ به‌صورت $(-\infty,۰]-\{-۱\}$ است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۳۵

گزینه ۲

چون $f(f(x))=x$ است، پس $f^{-۱}(x)=f(x)$.

در تابع هموگرافیک $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$، اگر $a=-d$ باشد، آنگاه $f^{-۱}(x)=f(x)$، پس در اینجا $k=-۲$ است:

$$f(x)=\frac{۲x+۵}{x-۲}$$

$$f(k)=f(-۲)=\frac{-۴+۵}{-۲-۲}=-\frac{۱}{۴}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۳۶

گزینه ۴

$$y=\frac{۲x}{a}-b\Rightarrow ay=۲x-ab\Rightarrow x=\frac{ay}{۲}+\frac{ab}{۲}\Rightarrow y^{-۱}=\frac{ax}{۲}+\frac{ab}{۲}$$

برای اینکه دو نمودار بر هم منطبق باشند، داریم:

$$y^{-۱}=y\Rightarrow \frac{ax}{۲}+\frac{ab}{۲}=\frac{۲x}{a}-b$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\frac{a}{۲}=\frac{۲}{a}\Rightarrow\begin{cases}a=۲\\a=-۲\end{cases}\\ \frac{ab}{۲}=-b\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{هر مقدار می‌تواند باشد } b & ;a=-۲\\ b=۰ & ;a=۲\end{cases}$$

بنابراین $(۲\ ,\ ۵)$ جواب سؤال است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۳۷

گزینه ۲

وارون هر تابع خطی، یک تابع خطی است. وارون f را حساب می‌کنیم:

$$y = ax + ۲ \Rightarrow x = \frac{y - ۲}{a} \xrightarrow{\text{عوض کردن x و y}} y = \frac{x - ۲}{a} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{a}x - \frac{۲}{a}$$

اگر f و $f^{-۱}$ در بیش از یک نقطه برخورد داشته باشند، چون هر دو توابعی خطی هستند، باید بر هم منطبق باشند؛ بنابراین داریم:

$$f(x) = f^{-۱}(x) \Rightarrow ax + ۲ = \frac{۱}{a}x - \frac{۲}{a} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{۱}{a} \\ ۲ = -\frac{۲}{a} \end{cases} \Rightarrow a = -۱$$

پس ضابطهٔ f و $f^{-۱}$ به‌صورت $f(x) = f^{-۱}(x) = -x + ۲$ درمی‌آید.

$$\Rightarrow f^{-۱}(۳) = -۳ + ۲ = -۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

۳۸

گزینه ۳

چون تابع، معکوس خود را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کرده است، بنابراین $(۳, ۳)$ نقطهٔ مشترک دو تابع f و $f^{-۱}$ است:

$$\begin{cases} (۱, ۲) \in f \Rightarrow (۲, ۱) \in f^{-۱} \\ (۳, ۳) \in f^{-۱} \end{cases}$$

درنتیجه معادلهٔ تابع خطی $f^{-۱}$ برابر است با:

$$y - ۱ = \frac{۳ - ۱}{۳ - ۲}(x - ۲) \Rightarrow y = ۲x - ۳ \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۲x - ۳$$

برای یافتن نقطهٔ تلاقی $f^{-۱}$ با محور xها معادلهٔ $f^{-۱}(x) = ۰$ را حل می‌کنیم:

$$۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲}$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۷

۳۹

گزینه ۴

چون نمودارهای دو تابع f و $f^{-۱}$ غیرمتقاطع‌اند، الزاماً نمودار تابع خطی f موازی نیمساز ناحیهٔ اول است، پس $f(x) = x + b$ است.

$$f(۲) = ۵ \Rightarrow ۲ + b = ۵ \Rightarrow b = ۳$$

پس $f(x) = x + ۳$ درنتیجه $f(۴) = ۷$ است.

آزمایشی سنجش علوم تجربی چهارم مرحله دوم ۱۳۹۳

۴۰

گزینه ۲

برای یافتن نقطهٔ برخورد $f(x)$ با $f^{-1}(x)$ کافی است نقطهٔ برخورد نمودار $f(x)$ را با خط $y = x$ به دست بیاوریم:

$$f(x) = x \Rightarrow \sqrt{x + a} = x$$

$$\xrightarrow[x \geq ۰]{\text{به توان ۲}} x + a = x^{۲} \Rightarrow x^{۲} - x - a = ۰$$

باتوجه‌به اینکه $x \geq ۰$، معادلهٔ اخیر باید دو ریشهٔ نامنفی داشته باشد؛ بنابراین:

$$\text{الف)}\ \Delta > ۰ \Rightarrow ۱ + ۴a > ۰ \Rightarrow a > -\frac{۱}{۴} \quad (*)$$

$$\text{ب)}\ x_۱ , x_۲ = \frac{۱ \pm \sqrt{۱ + ۴a}}{۲} \geq ۰ \Rightarrow ۱ - \sqrt{۱ + ۴a} \geq ۰ \Rightarrow \sqrt{۱ + ۴a} \leq ۱ \Rightarrow ۴a \leq ۰ \Rightarrow a \leq ۰ \quad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$-\frac{۱}{۴} < a \leq ۰$$

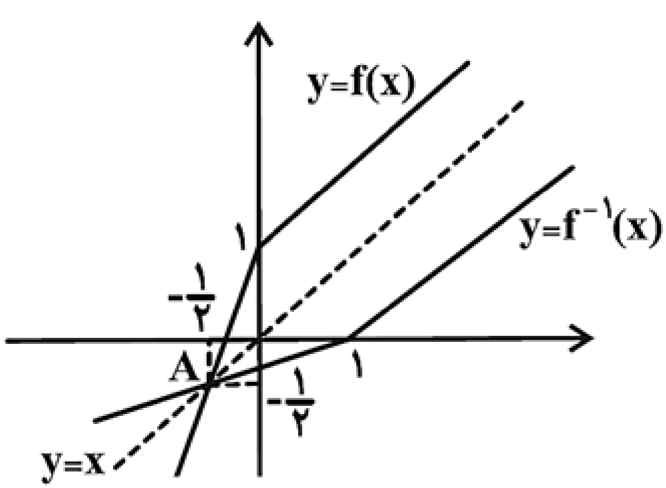
گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۷

۴۱

گزینه ۱

تابع را دوضابطه‌ای کرده و رسم می‌کنیم:

$$f(x) = ۲x - |x| + ۱ = \begin{cases} x + ۱ & ; x \geq ۰ \\ ۳x + ۱ & ; x < ۰ \end{cases}$$



نمودار تابع f را نسبت به نیمساز ناحیه‌های اول و سوم $(y = x)$ قرینه می‌کنیم. باتوجه‌به شکل مشخص است که محل برخورد دو نمودار روی خط $y = x$ است و دارای طول منفی است؛ بنابراین:

$$x < ۰ : ۳x + ۱ = x \Rightarrow ۲x = -۱ \Rightarrow x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow y = -\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow A(-\frac{۱}{۲}, -\frac{۱}{۲}) \Rightarrow a + b = -\frac{۱}{۲} + (-\frac{۱}{۲}) = -۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۴۲

گزینه ۳

ابتدا ضابطهٔ تابع وارون را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{۲x+۴}{x-۱} \Rightarrow xy - y = ۲x + ۴ \Rightarrow x = \frac{y+۴}{y-۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x+۴}{x-۲}$$

حال دو ضابطه را برابر باهم قرار می‌دهیم:

$$f^{-۱}(x) = f(x) \Rightarrow \frac{x+۴}{x-۲} = \frac{۲x+۴}{x-۱} \Rightarrow x^۲ + ۳x - ۴ = ۲x^۲ - ۸$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۳x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۳ \pm \sqrt{۹+۱۶}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = ۴ \\ x_۲ = -۱ \end{cases}$$

مجموع طول نقاط برخورد برابر با $۴ + (-۱) = ۳$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۷

۴۳

گزینه ۴

ابتدا توجه کنید که:

$$y = \sqrt[۳]{۴ - x^۳} \Rightarrow y^۳ = ۴ - x^۳ \Rightarrow x^۳ = ۴ - y^۳ \Rightarrow x = \sqrt[۳]{۴ - y^۳}$$

بنابراین $f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{۴ - x^۳}$ و درنتیجه $f^{-۱}(x) = f(x)$، بنابراین نمودار توابع f و $f^{-۱}$ بر هم منطبق هستند. درنتیجه مجموعهٔ طول نقاط مشترک این نمودارها نامتناهی است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۴۴

گزینه ۲

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع f را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{۲x-۱}{x+۲} \Rightarrow yx + ۲y = ۲x - ۱ \Rightarrow x(y-۲) = -۲y - ۱$$

$$\Rightarrow x = \frac{۲y+۱}{۲-y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۲x+۱}{۲-x}$$

بنابراین باید تعداد نقاط تلاقی نمودار تابع $y = \frac{۲x+۱}{۲-x}$ و خط $y = ۳x$ را معین کنیم که برابر با تعداد جواب‌های معادلهٔ $\frac{۲x+۱}{۲-x} = ۳x$ است، پس:

$$۲x + ۱ = ۶x - ۳x^۲ \Rightarrow ۳x^۲ - ۴x + ۱ = ۰$$

مجموع ضرایب معادلهٔ بالا برابر با صفر است؛ پس $x = ۱$ و $x = \frac{۱}{۳}$ جواب‌های آن هستند.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

۴۵

گزینه ۴

اگر وارون تابع با محور طول‌ها در نقطه‌ای مانند $(\alpha, ۰)$ برخورد کند، این نقطه بر روی $f(x)$ به شکل $(۰, \alpha)$ است؛ پس داریم:

$$f(۰) = ۵ \Rightarrow \alpha = ۵$$

ولی چون دامنهٔ f بازهٔ $[۱, +\infty)$ است، بنابراین $۰ \notin D_f$ و لذا چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

۴۶

گزینه ۲

ابتدا ضابطهٔ وارون تابع داده‌شده را حساب می‌کنیم:

$$y = \frac{۲x - ۱}{x - ۲} \Rightarrow xy - ۲y - ۲x + ۱ = ۰ \Rightarrow x(y - ۲) = ۲y - ۱ \Rightarrow x = \frac{۲y - ۱}{y - ۲}$$

حالا جای x و y را عوض می‌کنیم: $y = \frac{۲x - ۱}{x - ۲}$

پس ضابطهٔ وارون تابع داده‌شده به‌صورت $y = \frac{۲x - ۱}{x - ۲}$ درمی‌آید (بد نیست بدانید در توابع به فرم $y = \frac{ax + b}{cx + d}$، اگر $a = -d$ باشد، وارون تابع با تابع اولیه برابر است)

حالا ضابطهٔ به‌دست‌آمده را با خط $y = -x$ قطع می‌دهیم:

$$\frac{۲x - ۱}{x - ۲} = -x \Rightarrow -x^۲ + ۲x = ۲x - ۱ \Rightarrow x = \pm ۱ \Rightarrow \begin{cases} A(۱, -۱) \\ B(-۱, ۱) \end{cases}$$

پس:

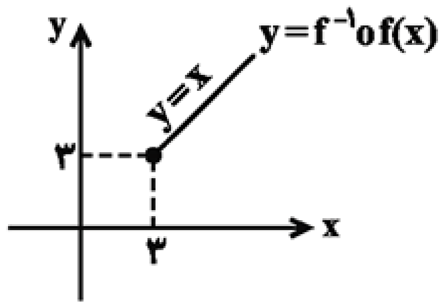
$$AB = \sqrt{(۱ + ۱)^۲ + (-۱ - ۱)^۲} = ۲\sqrt{۲}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

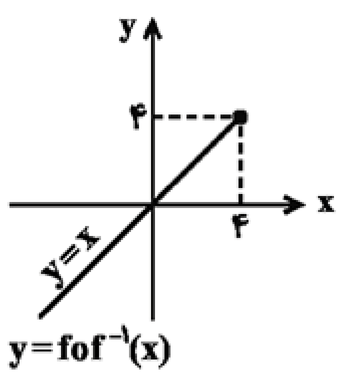
۴۷

گزینه ۴

می‌دانیم $y = f^{-۱}of\left(x\right)$ تابعی همانی روی دامنهٔ f است، پس نمودار $y = f^{-۱}of\left(x\right)$ به شکل زیر است: $(D_f = [۳, +\infty))$



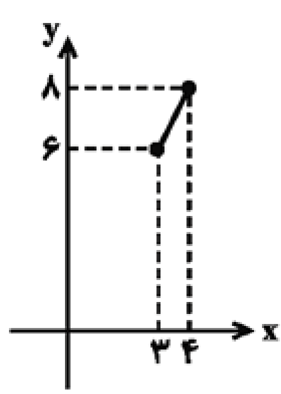
از سوی دیگر $y = fof^{-۱}\left(x\right)$ تابع همانی روی برد f (دامنهٔ $f^{-۱}$) است، پس نمودار $y = fof^{-۱}\left(x\right)$ به شکل زیر است: $(R_f = (-\infty, ۴])$



دامنهٔ $g\left(x\right)$ اشتراک دامنه‌های $fof^{-۱}\left(x\right)$ و $f^{-۱}of\left(x\right)$ است؛ یعنی: $D_g = [۳, ۴]$ و ضابطهٔ $g\left(x\right)$ نیز جمع ضابطه‌های $f^{-۱}of\left(x\right) = x$ و $fof^{-۱}\left(x\right) = x$ است؛ بنابراین:

$$g\left(x\right) = ۲x \quad ; ۳ \leq x \leq ۴$$

پس نمودار $y = g(x)$ به شکل زیر است:



بنابراین طول نمودار تابع $g\left(x\right)$ برابر است با:

$$d = \sqrt{(۳-۴)^{۲} + (۶-۸)^{۲}} = \sqrt{۵}$$

۴۸ گزینه ۳

نکته: $f^{-1}(f(x)) = x\,,\ x \in D_f = R_{f^{-1}}$, $f(f^{-1}(x)) = x\,,\ x \in D_{f^{-1}} = R_f$

$$D_f = [1, +\infty), R_f = [3, +\infty)$$

$$y = 2f(f^{-1}(x)) = 2x,\ x \in [3, +\infty)$$

بنابراین کافی است نمودار تابع $y = 2x$ را با شرط $x \geq 3$ رسم کنیم که به گزینهٔ ۳ می‌رسیم.

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۵

۴۹ گزینه ۲

$f^{-1}(x) = x + f(4) + 6$ بنابراین $f^{-1}(x) = x + a$ است؛ یعنی:

$$x + a = x + f(4) + 6 \Rightarrow f(4) = a - 6\ (1)$$

$$f^{-1}(x) = x + a \Rightarrow y = x + a \Rightarrow x = y - a \Rightarrow f(x) = x - a$$

$$\Rightarrow f(4) = 4 - a\ (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a - 6 = 4 - a \Rightarrow a = 5$$

$$f(4) = 5 - 6 = -1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۵

۵۰ گزینه ۲

$$(gof)^{-1}(2x - 1) = x \Rightarrow f^{-1}(g^{-1}(2x - 1)) = x$$

$$\xrightarrow{x=2} f^{-1}(g^{-1}(3)) = 2 \Rightarrow g^{-1}(3) = f(2) = 2^3 + 2 = 10$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

۵۱ گزینه ۱

$$y = 2f^{-1}(x - 1) + 3 \xrightarrow{(3,7)} 7 = 2f^{-1}(2) + 3$$
$$\Rightarrow f^{-1}(2) = 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

یعنی نقطهٔ $(1, 2)$ روی نمودار $f(x + 1)$ قرار دارد. چون f^{-1} وجود دارد، f یک‌به‌یک است؛ بنابراین $f(x + 1)$ نیز یک‌به‌یک است و هیچ نقطهٔ دیگری با عرض ۲ ندارد. درنتیجه $(3, 2)$ قطعاً روی نمودار $y = f(x + 1)$ قرار ندارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۵۲

گزینه ۱

تابع f را به‌صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم؛ بنابراین داریم:

$$۴\left(a\left(۲x\right) + b\right) = a\left(۸x - ۱\right) + b - ۵ \Rightarrow a + ۳b = -۵ \quad (۱)$$

$$f^{-۱}\left(۳\right) = ۵ \Rightarrow f\left(۵\right) = ۳ \Rightarrow ۵a + b = ۳ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} a = ۱ \ , \ b = -۲ \Rightarrow f\left(x\right) = x - ۲$$

$$\xrightarrow{f(۲)=m} m = ۲ - ۲ = ۰$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۵۳

گزینه ۴

$$g^{-۱}\left(-۳\right) = a \Rightarrow g\left(a\right) = -۳ \Rightarrow ۲ - ۳f\left(۵a - ۱\right) = -۳$$

$$\Rightarrow f\left(۵a - ۱\right) = \frac{۵}{۳} \Rightarrow ۵a - ۱ = -۲ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۵}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

۵۴

گزینه ۲

$$f^{-۱}\left(g\left(۳a\right)\right) = ۳ \Rightarrow f\left(۳\right) = g\left(۳a\right) \Rightarrow ۶ = ۳a + \sqrt{۳a}$$

$$\Rightarrow ۶ - ۳a = \sqrt{۳a} \xrightarrow[\text{به توان ۲}]{۶-۳a\geq ۰} ۳۶ + ۹a^۲ - ۳۶a = ۳a$$

$$\Rightarrow ۳a^۲ - ۱۳a + ۱۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۳ & (۰ \leq a \leq ۲ \ , \ \text{غ.ق.ق}) \\ a = \frac{۴}{۳} \end{cases}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۸

۵۵

گزینه ۲

$$f^{-۱}(x) = \frac{x + ۱}{۱ - ۲x} \Rightarrow f^{-۱}(۱) = \frac{۲}{-۱} = -۲ \Rightarrow (۱, -۲) \in f^{-۱}$$

بنابراین نتیجه می‌گیریم $f(-۲) = ۱$ است. چون $f(g^{-۱}(a)) = ۱$ است، درنتیجه $g^{-۱}(a) = -۲$ بوده و از آنجا $a = g(-۲)$ می‌شود و باتوجه‌به نمودار $a = -۱$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۷

۵۶

گزینه ۳

$$(fog)^{-1} = g^{-1}of^{-1}$$

$$(fog)^{-1}(2x-4) = \frac{x}{2} \Rightarrow (g^{-1}of^{-1})(2x-4) = \frac{x}{2}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(2x-4)) = \frac{x}{2} \quad (*)$$

محل برخورد نمودار وارون تابع $f(x)$ با محور yها، همان $f^{-1}(0)$ است؛ پس کافی است در رابطهٔ $(*)$، x را ۲ قرار دهیم:

$$\xrightarrow[x=2]{(*)} g^{-1}(f^{-1}(2(2)-4)) = \frac{2}{2} \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(0)) = 1 \xrightarrow{f^{-1}(0)=\alpha} g^{-1}(\alpha) = 1$$

$$\Rightarrow \alpha = g(1) \xrightarrow{g(x)=2x^3+1} \alpha = 2(1)^3 + 1 = 2 + 1 = 3 \xrightarrow{\alpha=f^{-1}(0)} f^{-1}(0) = 3$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

۵۷

گزینه ۴

ابتدا معکوس تابع $f(x) = 2^{x+1}$ را می‌یابیم:

$$f(x) = 2^{x+1} \Rightarrow y = 2^{x+1} \Rightarrow \log_2^y = \log_2^{2^{x+1}}$$
$$\Rightarrow \log_2^y = x + 1 \Rightarrow x = \log_2^y - 1 = \log_2^y - \log_2^2 = \log_2^{\frac{y}{2}}$$
$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2^{\frac{x}{2}}$$

برای آنکه ترکیب gof^{-1} قابل انجام باشد، باید دامنهٔ gof^{-1} را بیابیم:

$$D_{gof^{-1}} = \{x \in D_{f^{-1}} | f^{-1} \in D_g\} = \{x \in (0, +\infty) | f^{-1} \in D_g\}$$

دامنهٔ تابع $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$ برابر است با:

$$6 - 2x \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_g = \{x | x \leq 3\}$$

بنابراین:

$$f^{-1} \in D_g \Rightarrow \log_2^{\frac{x}{2}} \leq 3 \Rightarrow \frac{x}{2} \leq 8 \Rightarrow x \leq 16$$
$$D_{gof^{-1}} = \{x \in (0, +\infty) | x \leq 16\}$$
$$\Rightarrow D_{gof^{-1}} = (0, +\infty) \cap (-\infty, 16] = (\underbrace{0}_{a}, \underbrace{16}_{b}] \Rightarrow \max(b - a) = 16 - 0 = 16$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۶

۵۸

گزینه ۳

$$(fog^{-1})(x) = \sqrt[3]{2x^5+1} \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}(\sqrt[3]{2x^5+1})$$
$$\Rightarrow x = (gof^{-1})(\sqrt[3]{2x^5+1})$$

اگر فرض کنیم $\sqrt[3]{2x^5+1} = t$، آنگاه $x = \sqrt[5]{\frac{t^3-1}{2}}$ خواهد بود.

$$(gof^{-1})(t) = \sqrt[5]{\frac{t^3-1}{2}} \Rightarrow (gof^{-1})(x) = \sqrt[5]{\frac{x^3-1}{2}}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۶

۵۹

گزینه ۳

$$f(x) = x+2 = y \Rightarrow x = y-2 \Rightarrow f^{-1}(x) = x-2$$

$$g(f^{-1}(x)) = 0 \Rightarrow g(x-2) = 0 \Rightarrow 2(x-2)^2 - 8(x-2) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2(x^2-4x+4) - 8x + 16 + 1 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 16x + 25 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta>0} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 8$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۴

۶۰

گزینه ۳

$$(gof^{-1})^{-1} = fog^{-1}$$

$$\left.\begin{array}{l} g^{-1} = \{(-3,1),(2,3),(1,4)\} \\ f = \{(0,-1),(1,2),(-2,3),(3,1),(2,5)\} \end{array}\right\} \Rightarrow fog^{-1} = \{(-3,2),(2,1)\}$$

$$R_{fog^{-1}} = \{1,2\} \Rightarrow 2+1 = 3$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۵