گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir

مجموعه سوالات تستی

به صورت تفکیک شده از تابع

شامل ۳۰۰ سوال در ۸ مبحث

به همراه پاسخ تشریحی

تهیه کننده : عرفان خیامی

۱ کدام‌یک از موارد زیر در مورد تابع f با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases}|x+1| & ;x\leq -1\\ -x^2 & ;x\geq 0\end{cases}$ درست است؟

۱) صعودی است ولی اکیداً صعودی نیست.
۲) اکیداً صعودی است.
۳) نزولی است ولی اکیداً نزولی نیست.
۴) اکیداً نزولی است.

۲ کدام تابع در دامنهٔ خود، اکیداً صعودی است؟

۱) $f(x)=2^{-x}$
۲) $g(x)=|x+2|$
۳) $h(x)=\sqrt{2-x}$
۴) $k(x)=\log_2^x$

۳ بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطهٔ $f(x)=|x+1|+|x-1|$ روی آن صعودی است، کدام است؟

۱) $[1,+\infty)$
۲) $[-1,+\infty)$
۳) $(-\infty,-1]$
۴) $(-\infty,1]$

۴ تابع $f(x)=x-[x]$ در کدام بازه صعودی است؟ ($[\ ]$ جزء صحیح است)

۱) $(-1,1)$
۲) $[0,+\infty)$
۳) $\mathbb{R}$
۴) $[-2,-1)$

۵ تابع $y=2x+\frac{|x|}{x}$ در دامنهٔ خود چگونه است؟

۱) اکیداً صعودی
۲) اکیداً نزولی
۳) هم صعودی و هم نزولی
۴) غیریکنوا

۶ نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=2x-x|x|$ در بازهٔ $(-1,1)$ چگونه است؟

۱) ابتدا نزولی، سپس صعودی
۲) صعودی
۳) ابتدا صعودی، سپس نزولی
۴) نزولی

۷ اگر تابع $f=\{(2,2m+3),(1,6),(3,-4)\}$ یک تابع نزولی اکید باشد، آنگاه در محدودهٔ m چند عدد صحیح وجود دارد؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

۸ به ازای $x \in [a, b]$، تابع $f = \{(۱, ۲x + ۷), (-۲, ۱۰ - x), (۰, x^۲ + ۴)\}$ یک تابع صعودی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۱
۴) ۲

۹ تابع $f = \{(-۶, ۲), (۰, ۴), (۶, ۷), (۷, ۹), (۲, m^۲ - ۳)\}$ غیریکنوا است. m چند عدد صحیح را نمی‌تواند بپذیرد؟

۱) صفر
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۶

۱۰ اگر $f = \{(۱, ۲), (-۱, ۰), (۰, [a])\}$ و $g(x) = ۲^x$ باشند، به ازای چه مقادیری از a تابع $f + g$ صعودی است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است)

۱) $[۰, ۳]$
۲) $[۰, ۴)$
۳) $[-\frac{۱}{۲}, ۳]$
۴) $[-\frac{۱}{۲}, ۴)$

۱۱ تابع $f(x) = \left|x\left(x^۲ + ۳x + ۳\right) + ۲\right|$ در بازهٔ $[a, +\infty)$ صعودی اکید است. حداقل مقدار a کدام است؟

۱) -۱
۲) -۲
۳) $-\sqrt[۳]{۲}$
۴) $-۱ - \sqrt[۳]{۲}$

۱۲ بزرگ‌ترین بازه برای k که در آن تابع نمایی $y = \left(\frac{۵ - k}{۱ - ۳k}\right)^x$ همواره اکیداً صعودی باشد، کدام است؟

۱) $\left(-۱, \frac{۱}{۳}\right)$
۲) $\left(-۲, \frac{۱}{۳}\right)$
۳) $\left(-۳, \frac{۱}{۳}\right)$
۴) $\left(-۴, \frac{۱}{۳}\right)$

۱۳ چند عدد صحیح می‌توان به‌جای a قرار داد، به‌طوری‌که تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{۱ - x} + ۱ & ; x < ۰ \\ a & ; x = ۰ \\ ax - ۱ & ; x > ۰ \end{cases}$، اکیداً یکنوا شود؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

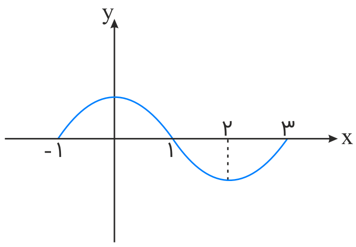
۱۴ تابع $f(x) = \begin{cases} x^۲ & ; x \geq a \\ ۲x + ۱ & ; x < a \end{cases}$ اکیداً صعودی است. مقدار a کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۵}{۲}$

۱۵ تابع درجه دوم $y = (a - ۳)\,x^{۲} - ۱۲x + ۱$ در فاصلهٔ $[۴, +\infty)$ صعودی است. کمترین مقدار a کدام است؟

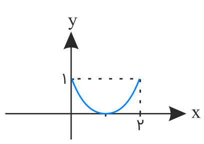
۱) ۴
۲) $\frac{۹}{۲}$
۳) ۵
۴) $\frac{۱۱}{۲}$

۱۶ شکل زیر نمودار تابع $y = f\,(x)$ است. نمودار تابع $y = f\,(۱ - x)$ در کدام فاصله اکیداً نزولی است؟



۱) $[-۴, -۳]$
۲) $(-۳, -۱)$
۳) $(-۱, ۱)$
۴) $[۱, ۲]$

۱۷ نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر است. تابع $y = f(f(x))$ با ورودی $۱ \le x \le ۲$ چگونه است؟



۱) صعودی
۲) نزولی
۳) ابتدا نزولی سپس صعودی
۴) ابتدا صعودی سپس نزولی

۱۸ اگر $f\,(x) = \sqrt{x - ۳}$ و $g\,(x) = ۲^{-x}$ باشد، کدام‌یک از توابع زیر نزولی است؟

۱) $f + g$
۲) fg
۳) $g - f$
۴) $\frac{f}{g}$

۱۹ اگر $y = f(x)$ تابعی اکیداً یکنوا باشد، تابع $fof(x)$ کدام‌یک از ضابطه‌های زیر را نمی‌تواند داشته باشد؟

۱) $y = ۳ + x$
۲) $y = x^{۹}$
۳) $y = ۴ - x$
۴) $y = ۲x - ۱$

۲۰ اگر f تابعی اکیداً صعودی و $f\,(۱) = ۰$ باشد، دامنهٔ تابع $g\,(x) = \sqrt{\frac{x - ۴}{f\,(۳ - x)}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر
۲) ۲
۳) ۳
۴) بی‌شمار

۲۱ اگر تابع f اکیداً صعودی و $f(۱) = ۰$ باشد، آنگاه دامنهٔ $\sqrt{(x^{۳} - x)f(x)}$ برابر با $\mathbb{R} - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

۱) ۱
۲) صفر
۳) -۱
۴) ۲

۲۲ اگر f تابعی نزولی اکید با دامنهٔ $\mathbb{R}$ باشد، دامنهٔ تابع $y=\sqrt{f(|۳x-۵|)-f(|۲x+۳|)}$ چند عدد صحیح را شامل می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۱۰

۲۳ اگر $f\left(\frac{۱}{x}\right)=۲^{x-۱}-۱$ باشد، دامنهٔ تابع $\sqrt{(f(x))^{۲}-۲۲۵}$ کدام است؟

۱) $(۰,\infty)$ ۲) $\left[-\frac{۱}{۴},۴\right]$

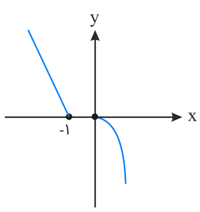
۳) $\left(۰,\frac{۱}{۵}\right]$ ۴) $\left[-\frac{۱}{۴},\frac{۳}{۲}\right)$

منبع: قلمچی

۱

گزینه ۳

ابتدا نمودار f را رسم می‌کنیم:



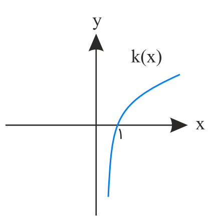
باتوجه‌به نمودار، واضح است که تابع f نزولی است. از طرفی چون $f\left(\circ\right) = f\left(-۱\right) = \circ$، بنابراین تابع f اکیداً نزولی نیست.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۲

گزینه ۴

کافی است نمودار تابع‌ها را رسم نماییم. به‌سادگی می‌بینیم نمودار $k(x) = \log_۲^x$ مطابق شکل زیر، یک تابع اکیداً صعودی است.



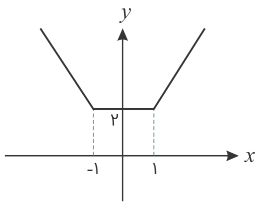
قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۳

گزینه ۲

نمودار تابع f را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$y = f(x) = |x+۱| + |x-۱| = \begin{cases} ۲x & ; x > ۱ \\ ۲ & ; -۱ \leq x \leq ۱ \\ -۲x & ; x < -۱ \end{cases}$$



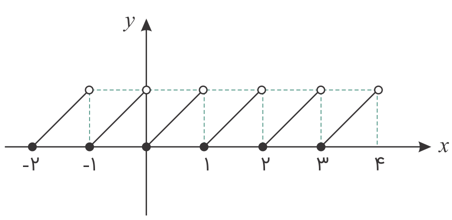
همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌شود، بازهٔ $[-۱, +\infty)$ بزرگ‌ترین بازه‌ای است که تابع f روی آن صعودی است.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۵

۴

گزینه ۴

با رسم نمودار تابع $f(x)$ داریم:



$$۰ \leq x < ۱ \Rightarrow f(x) = x$$

$$۱ \leq x < ۲ \Rightarrow f(x) = x - ۱$$

$$۲ \leq x < ۳ \Rightarrow f(x) = x - ۲$$

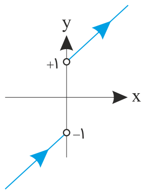
همان‌طور که از نمودار تابع $f(x)$ مشخص است، تابع در بازهٔ $[-۲, -۱)$ صعودی می‌باشد.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۵

گزینه ۱

$$y=۲x+\frac{|x|}{x}=\begin{cases}۲x+۱ & ;x>۰\\ ۲x-۱ & ;x<۰\end{cases}$$



باتوجه‌به نمودار، تابع موردنظر اکیداً صعودی است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۸

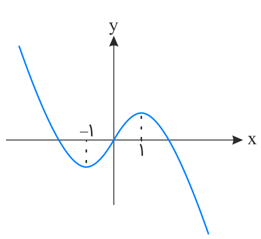
۶

گزینه ۲

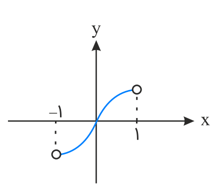
با تعیین علامت $|x|$، داریم:

$$f(x)=۲x-x|x| \Rightarrow f(x)=\begin{cases}-x^۲+۲x\ ; & x\geq ۰\\ x^۲+۲x\ ; & x<۰\end{cases}$$

حال تابع $f(x)$ را در بازهٔ داده‌شده رسم می‌کنیم:



$$\xrightarrow{x\in(-۱,۱)}$$



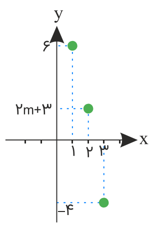
بنابراین تابع در بازهٔ $(-۱,۱)$، صعودی است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۷

گزینه ۳

نمایش نموداری تابع f به‌صورت زیر است. برای اینکه تابع f اکیداً نزولی باشد، با حرکت روی نمودار از چپ به راست، باید همواره به‌سمت پایین حرکت کنیم؛ بنابراین باتوجه‌به نمودار، مقدار تابع در نقطهٔ ۲ یعنی $۲m + ۳$ باید بین دو عدد ۶ و ۴- قرار گیرد:



$$-۴ < ۲m + ۳ < ۶ \Rightarrow -۷ < ۲m < ۳ \Rightarrow -۳/۵ < m < ۱/۵$$

پس پنج عدد صحیح از ۳- تا ۱ در محدودهٔ m قرار می‌گیرد.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۸

گزینه ۳

می‌دانیم که برای هر دو نقطهٔ $x_۱$ و $x_۲$ از دامنهٔ تابع f که $x_۱ < x_۲$، داشته باشیم $f(x_۱) \le f(x_۲)$، آنگاه تابع f را تابع صعودی می‌نامیم؛ پس:

$$\begin{aligned}
&۱۰ - x \le x^۲ + ۴ \le ۲x + ۷\\
&\Rightarrow ۱۰ - x \le x^۲ + ۴ \Rightarrow x^۲ + x - ۶ \ge ۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۲) \ge ۰\\
&\Rightarrow x \in (-\infty, -۳] \cup [۲, +\infty) \quad (I)\\
&\Rightarrow x^۲ + ۴ \le ۲x + ۷ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۳ \le ۰ \Rightarrow (x-۳)(x+۱) \le ۰\\
&\Rightarrow x \in [-۱, ۳] \quad (II)\\
&I \cap II : x \in [۲, ۳] \Rightarrow \max(b-a) = ۳ - ۲ = ۱
\end{aligned}$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۸

۹

گزینه ۲

تابع را به‌صورت $f = \{(-۶, ۲), (۰, ۴), (۲, m^۲ - ۳), (۶, ۷), (۷, ۹)\}$ مرتب می‌کنیم. ملاحظه می‌شود با افزایش x، مقادیر تابع در حال افزایش‌اند. برای اینکه تابع غیریکنوا شود باید $m^۲ - ۳ > ۷$ یا $m^۲ - ۳ < ۴$ باشد.

$$\begin{cases} m^۲ - ۳ < ۴ \Rightarrow m^۲ < ۷ \Rightarrow -\sqrt{۷} < m < \sqrt{۷} & (۱)\\ m^۲ - ۳ > ۷ \Rightarrow m^۲ > ۱۰ \Rightarrow m > \sqrt{۱۰} \text{ یا } m < -\sqrt{۱۰} & (۲)\end{cases}$$

باتوجه‌به بازه‌های (۱) و (۲)، m فقط اعداد صحیح $+۳$ و -۳ را نمی‌تواند بپذیرد.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۱۰

گزینه ۲

تابع $f+g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f+g)(1)=f(1)+g(1)=2+2=4\ ,\ (f+g)(-1)=0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\ ,\ (f+g)(0)=[a]+1$$

اگر $f+g$ صعودی باشد، باید با افزایش مقادیر x مقادیر تابع هم زیاد شود، یعنی:

$$(f+g)(-1)\le(f+g)(0)\le(f+g)(1)\Rightarrow\frac{1}{2}\le[a]+1\le4\xrightarrow{-1}-\frac{1}{2}\le[a]\le3$$

چون $[a]\in\mathbb{Z}$ است، پس $0\le[a]\le3$، یعنی $0\le a<4$ می‌باشد.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۷

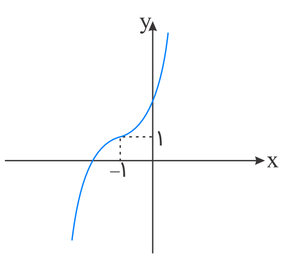
۱۱

گزینه ۲

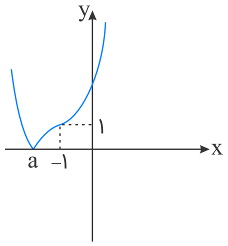
ابتدا ضابطهٔ f را ساده‌تر می‌کنیم:

$$f(x)=\left|x^3+3x^2+3x+1+1\right|=\left|(x+1)^3+1\right|$$

نمودار تابع $y=(x+1)^3+1$ را به کمک انتقال تابع $y=x^3$ رسم می‌کنیم:



برای رسم نمودار f، کافی است قسمتی از نمودار را که زیر محور xها است، نسبت به محور xها قرینه کنیم و آن قسمت از نمودار را که بالای محور xها است حفظ کنیم:



برای به دست آوردن a باید معادلهٔ $f(x)=0$ را حل کنیم:

$$(x+1)^3+1=0\Rightarrow(x+1)^3=-1\Rightarrow x+1=-1\Rightarrow x=-2$$

پس تابع f در بازهٔ $[-2,+\infty)$ صعودی اکید است و حداقل مقدار a برابر با -2 است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۸

۱۲

گزینه ۲

شرط صعودی بودن تابع $y = a^x$، $(a > ۰, a \neq ۱)$ این است که $a > ۱$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{۵ - k}{۱ - ۳k} > ۱ \Rightarrow \frac{۵ - k}{۱ - ۳k} - ۱ > ۰ \Rightarrow \frac{۲k + ۴}{۱ - ۳k} > ۰$$

k	$-\infty$		-۲		$\frac{۱}{۳}$		$+\infty$
عبارت		$-$	۰	$+$	تعریف نشده	$-$	

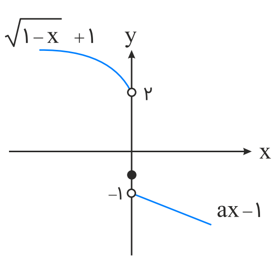
$$\Rightarrow -۲ < k < \frac{۱}{۳}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۱۳

گزینه ۲

می‌دانیم که تابع $y = \sqrt{۱ - x} + ۱$ در دامنه‌اش اکیداً نزولی است؛ بنابراین برای اینکه f اکیداً نزولی باشد، لازم است خط $y = ax - ۱$ نیز اکیداً نزولی باشد و این یعنی $a < ۰$ است. در این صورت نمودار تابع f، به‌صورت زیر خواهد بود:



واضح است که a باید عضو بازهٔ $[-۱, ۰)$ باشد؛ درنتیجه فقط عدد صحیح $a = -۱$ قابل‌قبول خواهد بود.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

۱۴

گزینه ۴

در ابتدا هر دو ضابطهٔ تابع باید اکیداً صعودی باشند؛ این یعنی حتماً $a \geq ۰$ باشد؛ در غیر این صورت تابع $x^۲$ غیریکنوا خواهد شد.
حال کافی است در نقطهٔ مشترک دو ضابطه، شرط اکیداً صعودی بودن تابع را بنویسیم. داریم:

$$۲a + ۱ \leq a^۲ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۱ \geq ۰$$

$$\Rightarrow (a - ۱)^۲ \geq ۲ \xrightarrow{a>۰} a \geq ۱ + \sqrt{۲}$$

در بین گزینه‌ها، فقط مقدار $\frac{۵}{۲}$، در این بازه قرار دارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

۱۵

گزینه ۲

برای اینکه تابع موردنظر در بازهٔ $[۴, +\infty)$ صعودی باشد، باید دهانه سهمی به‌سمت بالا بوده و طول رأس سهمی کوچک‌تر یا مساوی با ۴ باشد، درنتیجه:

$$\begin{cases} a - ۳ > ۰ \\ -\dfrac{-۱۲}{۲(a-۳)} \leq ۴ \xrightarrow{a>۳} ۳ \leq ۲a - ۶ \Rightarrow \dfrac{۹}{۲} \leq a \end{cases}$$

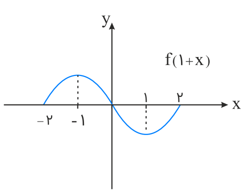
بنابراین کمترین مقدار a برابر $\frac{۹}{۲}$ است.

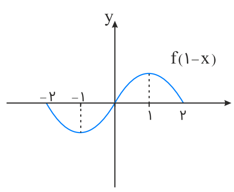
قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ تابستان ۱۳۹۸

۱۶

گزینه ۴

نمودار تابع $y = f\,(۱ - x)$ را با استفاده از نمودار تابع $y = f\,(x)$ رسم می‌کنیم:





برای رسم نمودار $f\,(۱ + x)$، نمودار $f\,(x)$ را یک واحد به‌سمت چپ می‌بریم و برای رسم نمودار $f\,(۱ - x)$، نمودار تابع $f\,(۱ + x)$ را نسبت به محور yها قرینه می‌کنیم. مطابق شکل نمودار حاصل در فاصله‌های $[-۲, -۱]$ و $[۱, ۲]$ اکیداً نزولی است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

۱۷

گزینه ۲

اگر $x_۱$ و $x_۲$ در بازهٔ $[۱, ۲]$ باشند، داریم:

$$x_۱ < x_۲ \Rightarrow f(x_۱) < f(x_۲)$$

اما مقادیر $f(x_۱)$ و $f(x_۲)$ بین صفر و ۱ قرار دارند و f در فاصلهٔ صفر تا ۱ نزولی است، پس:

$$f(f(x_۱)) > f(f(x_۲))$$

یعنی $f(f(x))$ نزولی است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

۱۸

گزینه ۳

اگر f تابعی صعودی باشد، تابع $-f$ نزولی خواهد بود. همچنین مجموع دو تابع صعودی، تابعی صعودی و مجموع دو تابع نزولی، تابعی نزولی خواهد بود. در این سؤال، تابع f صعودی و تابع g نزولی است. پس تابع $g - f$ قطعاً نزولی است. تابع گزینهٔ ۴ صعودی است. تابع گزینهٔ ۱ صعودی و تابع گزینهٔ ۲ ابتدا صعودی و سپس نزولی است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۸

۱۹

گزینه ۳

اگر $y = f(x)$ اکیداً صعودی باشد، $fof(x)$ نیز اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_۱ > x_۲ \Rightarrow f(x_۱) > f(x_۲) \Rightarrow fof(x_۱) > fof(x_۲)$$

و اگر $y = f(x)$ اکیداً نزولی باشد، $fof(x)$ باز هم اکیداً صعودی است، زیرا:

$$x_۱ > x_۲ \Rightarrow f(x_۱) < f(x_۲) \Rightarrow f(f(x_۱)) > f(f(x_۲))$$

در بین گزینه‌ها، گزینهٔ "۳" تابعی اکیداً نزولی است؛ پس نمی‌تواند برابر با $fof(x)$ باشد.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۸

۲۰

گزینه ۲

f اکیداً صعودی و $y = ۳ - x$ اکیداً نزولی است، پس ترکیب آن‌ها یعنی $f(۳ - x)$ نیز اکیداً نزولی است. چون $f(۱) = ۰$ است، $x = ۱$ صفر تابع $f(x)$ و $x = ۲$ صفر تابع $f(۳ - x)$ است.

حال برای به دست آوردن دامنهٔ تابع g کافی است جدول تعیین علامتی را تشکیل دهیم. باید داشته باشیم $\dfrac{x - ۴}{f(۳ - x)} \geq ۰$.

x		۲		۴	
$x - ۴$	−		−	۰	+
$f(۳ - x)$	+	۰	−		−
$\dfrac{x - ۴}{f(۳ - x)}$	−	ت ن	+	۰	−

$$\Rightarrow D_g = (۲, ۴]$$

این بازه شامل اعداد صحیح ۳ و ۴ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۸

۲۱

گزینه ۳

باتوجه‌به آنکه تابع f اکیداً صعودی است، به ازای $x < ۱$ منفی و به ازای $x > ۱$ مثبت است. حال با تعیین علامت عبارت زیر رادیکال داریم:

$$(x^۳ - x)f(x) \geq ۰$$

$$x^۳ - x = ۰ \Rightarrow x(x^۲ - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۱ \\ x = -۱ \end{cases}$$

		-۱		۰		۱	
$x^۳-x$	$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$
$f(x)$	$-$		$-$		$-$	۰	$+$
P	$+$	۰	$-$	۰	$+$	۰	$+$

دامنهٔ $\sqrt{(x^۳ - x)f(x)}$ برابر با $\mathbb{R} - (-۱, ۰)$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} a = -۱ \\ b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a + b = -۱$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۸

۲۲

گزینه ۳

$$f(|۳x - ۵|) - f(|۲x + ۳|) \geq ۰ \Rightarrow f(|۳x - ۵|) \geq f(|۲x + ۳|)$$

$$\xrightarrow{\text{اکیداً نزولی } f} |۳x - ۵| \leq |۲x + ۳| \xrightarrow{\text{توان ۲}} (۳x - ۵)^۲ \leq (۲x + ۳)^۲ \Rightarrow (۳x - ۵)^۲ - (۲x + ۳)^۲ \leq ۰$$

$$\Rightarrow (۳x - ۵ - ۲x - ۳)(۳x - ۵ + ۲x + ۳) \leq ۰ \Rightarrow (x - ۸)(۵x - ۲) \leq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۵} \leq x \leq ۸ \Rightarrow x = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ \quad (\text{۸ تا عدد صحیح})$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۲۳

گزینه ۳

باید داشته باشیم:

$$(\mathrm{f}(\mathrm{x}))^{۲} - ۲۲۵ \geq ۰ \Rightarrow (\mathrm{f}(\mathrm{x}) - ۱۵)(\mathrm{f}(\mathrm{x}) + ۱۵) \geq ۰$$

ازطرفی به‌سادگی رابطهٔ $\mathrm{f}(\mathrm{x})$ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathrm{f}(\mathrm{x}) = ۲^{\frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱} - ۱$$

بنابراین:

$$(\mathrm{f}(\mathrm{x}) - ۱۵)(\mathrm{f}(\mathrm{x}) + ۱۵) = \left(۲^{\frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱} - ۱۶\right)\underbrace{\left(۲^{\frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱} + ۱۴\right)}_{\text{همواره مثبت}} \geq ۰$$

$$\Rightarrow ۲^{\frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱} - ۱۶ \geq ۰ \Rightarrow ۲^{\frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱} \geq ۱۶ = ۲^{۴}$$

$$\xrightarrow{۲^{\mathrm{x}} \text{ اکیداً صعودی است}} \frac{۱}{\mathrm{x}} - ۱ \geq ۴ \Rightarrow \frac{۱}{\mathrm{x}} \geq ۵ \Rightarrow \frac{۱ - ۵\mathrm{x}}{\mathrm{x}} \geq ۰$$

x		۰		$\frac{۱}{۵}$	
$\frac{۱-۵\mathrm{x}}{\mathrm{x}}$	-	ت‌ن	+	۰	-

$$\Rightarrow ۰ < \mathrm{x} \leq \frac{۱}{۵}$$