

گروه آموزشی کلاسیویچ

Classwich.ir



مجموعه سوالات تستی

به صورت تفکیک شده از **تابع**

شامل ۳۰۰ سوال در ۸ مبحث

به همراه پاسخ تشریحی

تهیه کننده : عرفان خیامی



۱ اگر $f = \{(1, -1), (2, 0), (3, 2)\}$ و $g = \{(2, 1), (0, 1), (1, 1)\}$ باشد، حاصل $\frac{2f-g}{f}$ کدام است؟

(۱) $\{(1, -2), (2, -1), (3, 1)\}$

(۲) $\{(1, 3)\}$

(۳) $\{(2, 1), (1, 1)\}$

(۴) $\{(1, 3), (2, -1)\}$

۲ اگر $f + g = \{(3, 1), (4, 2), (5, -1)\}$ و $f - g = \{(3, 7), (4, 6), (5, 1)\}$ ، آنگاه دامنه تابع $\frac{1}{f}$ شامل چند عدد حقیقی است؟

(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۱

(۴) قابل تشخیص نمی باشد.

۳ اگر $f = \{(1, 2), (2, 1), (3, 2)\}$ و $g = \{(1, 4), (4, 2), (3, 2)\}$ ، تابع $(fog) + (gof)$ کدام است؟

(۱) $\{(4, 2), (3, 2)\}$

(۲) $\{(4, 2), (3, 2), (2, 4)\}$

(۳) $\{(4, 4)\}$

(۴) $\{\}$

۴ اگر $f = \{(1, 2), (a, 5), (4, b), (5, 3)\}$ ، $g = \{(2, 3), (-1, 4), (1, 0), (-2, 5)\}$ و داشته باشیم $fog = \{(2, 5), (-1, -2), (-2, 5)\}$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۲

(۴) -۱

۵ اگر $f = \{(1, m), (m, 2), (4, 1), (1, m^2 - 12)\}$ یک تابع باشد و $g(x) = \sqrt{x}$ ، آنگاه دامنه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ چند عضو دارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۶ اگر $f = \{(-1, 2), (4, 9), (-4, 3), (1, 6), (-2, 4)\}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ و $(gof)(a) = 12$ باشد، $g(a)$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۰

اگر $f = \{(5, 2), (3, 4), (1, 8), (6, 9)\}$ و $g(x) = 2f(x+2) - 3$ باشد و داشته باشیم: $(g \circ f)(a) = 15$ ، کدام است؟

۴ (۲)

۵ (۱)

۳ (۴)

۶ (۳)

اگر $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ و $g(x) = \{(1, 0), (0, 3), (4, 4), (3, 6)\}$ باشد، تابع $g \circ f$ شامل چند زوج مرتب است؟

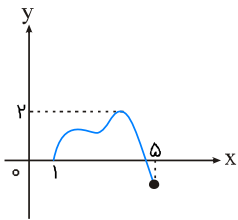
۴ (۲)

۲ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

اگر $g = \{(-1, 2), (2, 3), (-3, 1), (-2, -1), (5, 5)\}$ و نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت شکل زیر باشد، آنگاه دامنه تابع $y = \frac{f(1-x)}{g(x)+1}$ شامل چند عضو است؟



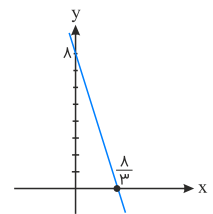
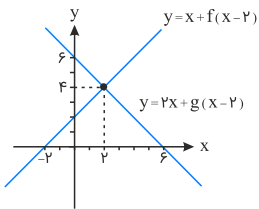
۱ (۱)

۲ (۲)

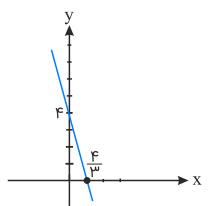
۳ (۳)

۴ (۴)

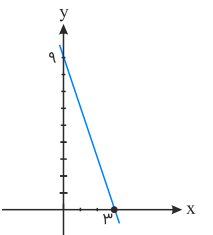
نمودار توابع $y = x + f(x-2)$ و $y = 2x + g(x)$ در شکل زیر رسم شده‌اند. نمودار تابع $y = f(x) + g(x)$ کدام است؟



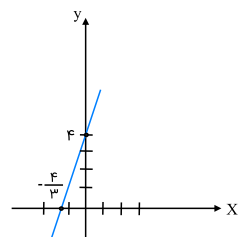
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

۱۱

اگر f و g دو تابع خطی باشند به طوری که $(f + g)(x) = 2x + 1$ و $(g - f)(x) = x - 2$ حاصل $f(1) + g(3)$ کدام است؟

(۱) $2/5$ (۲) 3

(۳) $3/5$ (۴) 6

۱۲

اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & ; x < 1 \\ x & ; x \geq 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 4x & ; x < 2 \\ 3x & ; x \geq 2 \end{cases}$ ضابطه تابع $y = f(x) - g(x)$ کدام است؟

(۱) $y = \begin{cases} -2x & ; x < 1 \\ -3x & ; 1 \leq x < 2 \\ -x & ; x \geq 2 \end{cases}$ (۲) $y = \begin{cases} -x & ; x < 1 \\ -3x & ; 1 \leq x < 2 \\ -2x & ; x \geq 2 \end{cases}$

(۳) $y = \begin{cases} 6x & ; x < 1 \\ 4x & ; x \geq 2 \end{cases}$ (۴) $y = \begin{cases} -2x & ; x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ -3x & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$

۱۳

اگر $f(2x + 1) + x^2 f(0) = 2x^2 + 4x - 1$ باشد، آنگاه حاصل $f(\sqrt{7})$ کدام است؟

(۱) -2 (۲) $2 - 2\sqrt{7}$

(۳) 5 (۴) $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$

۱۴

اگر $xf(-x) + \frac{1}{x} = f(2)$ باشد، مقدار $f(1)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{5}{7}$ (۴) $-\frac{5}{6}$

۱۵

اگر $f(x + \sqrt{2x-1}) = x^2 - 6$ باشد، حاصل $f(1)$ کدام است؟

(۱) $-4\sqrt{2}$ (۲) $-2\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۶

اگر $f(x + 2) = \frac{2x^2 + 8x + 7}{4x^2 + 16x + 15}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{3})$ کدام است؟

(۱) $\frac{11}{15}$ (۲) $\frac{5}{11}$

(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{7\sqrt{3}}{15}$

۱۷

اگر $f(x + 1) = -f(x)$ باشد، حاصل $f(x + 2)$ کدام است؟

(۱) $-f(x)$ (۲) $-2f(x)$

(۳) $f(x)$ (۴) $2f(x)$

۱۸

تابع $f(x) = \frac{x+1}{x+a}$ مفروض است. اگر $f(x) \times f(-\frac{1}{x}) = -1$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۱) 1 (۲) -1

(۳) 2 (۴) -2

۱۹ اگر $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$ و $\alpha + \beta = 1$ باشد، آنگاه $f(\alpha) + f(\beta)$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{16}$

(۴) ۲

۲۰ اگر $5f(x-2) + f(2-x) = 4x + 1$ باشد، آنگاه $f(3)$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) ۵

(۴) $\frac{5}{5}$

۲۱ اگر $g(x) = 2x - 1$ و $fog(x) = 4x^2 - 1$ باشد، حاصل $gof(1)$ کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) -۲

(۴) -۱

۲۲ اگر $(fog)(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ و $g(x) = \frac{x-1}{x}$ باشد، ضابطه تابع $f+g$ کدام است؟ ($x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$)

(۱) $\frac{4}{x}$

(۲) $\frac{2}{x}$

(۳) $-\frac{4}{x}$

(۴) $-\frac{2}{x}$

۲۳ اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = x - [x]$ باشد، آنگاه ضابطه تابع $y = fog(x)$ برابر کدام است؟ ($[]$ علامت جزء صحیح است)

(۱) $f(x)$

(۲) $g(x)$

(۳) $(f+g)(x)$

(۴) $(f-g)(x)$

۲۴ نمودارهای تابع خطی f و تابع درجه دوم g ، محور y ها را به ترتیب با عرضهای ۲ و ۳ قطع می‌کنند؛ اگر $(fog)(x) = 2x^2 + x - 1$ ، آنگاه $(f-g)(x)$ کدام است؟

(۱) $-2x^2 - 2x + 1$

(۲) $x^2 - 2$

(۳) $x^2 + x - 1$

(۴) $2x^2 - 1$

۲۵ اگر $g(x) = \frac{x+1}{x+4}$ و $(gof)(x) = \frac{x-5}{3}$ ، ضابطه تابع $y = f(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{-17}{\lambda-x}$

(۲) $\frac{fx-23}{\lambda-x}$

(۳) $\frac{fx-23}{x-2}$

(۴) $\frac{fx-17}{x-2}$

۲۶ اگر $g(x) = \frac{x+1}{x}$ و به ازای هر $x \in \mathbb{R} - \{0, 1\}$ داشته باشیم $(fog)(x) + g(x) = x$ ، آنگاه ضابطه تابع f کدام است؟

(۱) $\frac{1-x-x^2}{x-1}$

(۲) $\frac{1+x-x^2}{x-1}$

(۳) $\frac{1}{x-1}$

(۴) $-\frac{1}{x-1}$

۲۷ اگر $g(x) = x^3 - x$ و $(fog)(x) = x^6 - 2x^6 + x^2 + 1$ باشند، حاصل $f(3)$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۵

(۳) ۱۷ (۴) ۱۰

۲۸ اگر $g(x) = \frac{x+2}{x-1}$ و $fog(x) = x - 1$ ، آنگاه حاصل $f(4)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۲۹ اگر $f(x) = 3x - 1$ و $f(g(x)) = x^2 - x - 1$ باشد، مقدار $g(3)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۳۰ اگر $(fog)(x) = x^3 - 1 + 3x^2 + 3x$ و $f(x) = x^3 - 2$ ، مقدار $g(f(\sqrt[3]{2}))$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

۳۱ اگر $f(x+1) = 3x - 2$ و $g(x-2) = 5x$ ، جواب معادله $f(x) - 1 = g(f(3))$ کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۰

(۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۳۲ اگر f تابعی خطی با شیب منفی و $(fof)(x) = 9x + 5$ باشد، مقدار $f(-1)$ کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{7}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{7}{4}$

۳۳ با فرض $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + ax + b$ ، به ازای تمامی مقادیر حقیقی x ، داریم $gof(x) = 2$ ، مقدار $a + b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۵

(۳) -۲ (۴) ۳

۳۴ اگر داشته باشیم $f(x) = \begin{cases} 2-x & ; x \geq 1 \\ 3-2x & ; x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = ax + b$ ، آنگاه دو تابع $fog(x)$ و $g(x)$ برابرند. $a + b$ کدام است؟

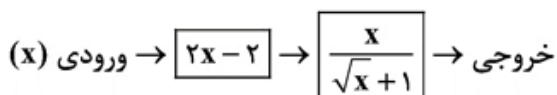
(۱) ۳ (۲) ۲

(۳) ۱ (۴) صفر

۳۵ اگر $g(x) = 1 - 2x$ باشد، آنگاه باتوجه به ماشین $x \rightarrow \underline{f} \rightarrow \underline{g} \rightarrow -6x^2 - 2x + 3$ مقدار $f(1)$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۳
(۴) -۳

۳۶ اگر مقدار خروجی از ماشین شکل زیر $\frac{4}{3}$ باشد، مقدار ورودی کدام است؟



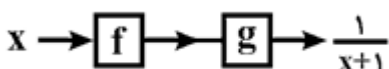
(۱) $\frac{11}{9}$

(۲) $\frac{7}{6}$

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۷ در ماشین زیر اگر $f(x) = \frac{x}{1+x}$ باشد، تابع $g(x)$ کدام است؟



(۱) $g(x) = 1 - x$

(۲) $g(x) = \frac{1}{x}$

(۳) $g(x) = \frac{1}{x-1}$

(۴) $g(x) = \frac{x+2}{x+1}$

۳۸ اگر $f(x) = x^2 - 8x + 12$ و $g(x) = -x + \sqrt{-x}$ باشد، مجموع جوابهای معادله $f \circ g(x) = 0$ کدام است؟

- (۱) -۳
(۲) +۵
(۳) +۳
(۴) -۵

۳۹ تابع با ضابطه $g(x) = x - \sqrt{x}$ مفروض است. اگر نمودار تابع f محور x ها را در دو نقطه به طولهای ۶ و $\frac{1}{4}$ قطع کند، آنگاه نمودار تابع $f \circ g$ ، محور x ها را با کدام طولها قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ و ۴
(۲) $\frac{1}{4}$ و ۹
(۳) $\frac{1}{4}$ و ۴
(۴) ۴ و ۹

۴۰ اگر $f(x) = x^2 + 3x$ و $g(x) = -\frac{1}{p}x + 2$ ، آنگاه مجموعه طول نقاطی از منحنی تابع $g \circ f$ که در بالای محور x ها قرار می‌گیرند؛ برابر کدام بازه است؟

- (۱) $(-4, 1)$
(۲) $(-3, 2)$
(۳) $(-2, 2)$
(۴) $(-1, 4)$

۴۱ اگر $f(x) = 5 - \sqrt{x-3}$ و دامنه تابع $f \circ f$ بازه $[a, b]$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۴۲ اگر $f(x) = \log_2(x-3)$ و $g(x) = \sqrt[4]{2-x}$ دامنه تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۱) $(0, 3)$

(۲) $(3, 7]$

(۳) $(3, +\infty)$

(۴) $(5, 8)$

۴۳ اگر $D_f = [-3, 3]$ ، دامنه تعریف تابع $g(x) = 2f(1-2x) + \sqrt{x-1}$ کدام است؟

(۱) $[-1, 2]$

(۲) $[1, +\infty)$

(۳) $[1, 7]$

(۴) $[1, 2]$

۴۴ اگر $g(x) = [x]$ و $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{8-x}$ باشد، آنگاه دامنه $f \circ g$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است)

(۱) $[1, 9]$

(۲) $[0, 9)$

(۳) $[1, 8]$

(۴) $[1, 9)$

۴۵ اگر $f(x) = 2^x + 3$ و $g(x) = \sqrt{2x-22}$ ، دامنه تابع $y = (g \circ f)(x)$ کدام است؟

(۱) $[1, +\infty)$

(۲) $[0, 11)$

(۳) $[3, +\infty)$

(۴) $[-11, +\infty)$

۴۶ تابع $f(x) = 3x + 1$ با دامنه $[0, a]$ مفروض است. حداقل مقدار a برای اینکه تابع $f \circ f$ با دامنه غیرتهی قابل تعریف باشد، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) ۲

(۴) $\frac{5}{2}$

۴۷ اگر $f(x) = \sqrt{\log(x-1)}$ و $g(x) = \frac{2^x}{2^x-1}$ ، آنگاه دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

(۱) $(1, +\infty)$

(۲) $(0, 1]$

(۳) $(0, 1] \cup [2, 11]$

(۴) $(0, 1)$

۴۸ اگر $f(x) = \sqrt{6+x-x^2}$ ، دامنه تابع $y = f(1-2x)$ کدام است؟

(۱) $[-5, 5]$

(۲) $[-3, 2]$

(۳) $[-2, 3]$

(۴) $[-1, \frac{3}{2}]$

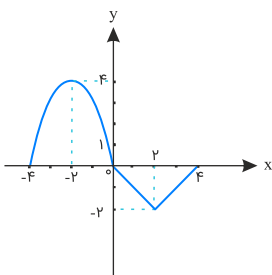
۴۹ اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، آنگاه دامنه تابع $g(x) = f(\frac{x}{p}) - f(2x)$ کدام است؟

(۱) $[-2, 2]$

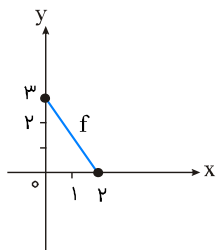
(۲) $[-8, 8]$

(۳) $[-4, 4]$

(۴) $[-2, 4]$



۵۰ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = f \circ f(x)$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

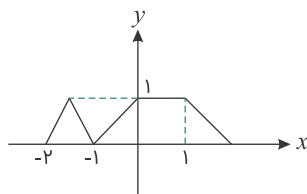
۵۱ اگر $f(x) = x^2 - 2x$ و $g(x) = \sqrt{4-x} + 1$ باشند، برد تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

(۲) $[-1, +\infty)$ (۱) $[-1, 1]$ (۴) \mathbb{R} (۳) $(-\infty, 1]$

۵۲ اگر $g(x) = 2x - x^2$ و برد تابع $f(x)$ بازه $(-2, 3)$ باشد، برد تابع $g \circ f(x)$ کدام است؟

(۲) $(-\infty, 1]$ (۱) $(-8, -3)$ (۴) $(-3, 1]$ (۳) $(-8, 1]$

۵۳ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، برد تابع $f \circ f(x)$ کدام است؟

(۱) $(0, 1)$ (۲) $[0, 1]$ (۳) $(0, 1)$ (۴) $\{1\}$

۵۴ اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ باشد، برد تابع $y = f \circ f(x)$ کدام است؟

(۲) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$ (۱) $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$ (۴) $\mathbb{R} - \{0\}$ (۳) $\mathbb{R} - \{1\}$

۵۵ اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = \sin \pi x$ باشد، برد تابع $g \circ f(x)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است)

(۲) $[0, 1]$ (۱) $[-1, 1]$ (۴) $[-1, -\frac{1}{\pi}]$ (۳) $[-1, 0]$

۵۶ توابع $f(x) = [x] + [-x]$ و $g(x) = x^2 + ax + b$ مفروض اند. اگر برد تابع $g \circ f$ برابر با $\{2\}$ باشد، کدام است a؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) -۲

(۳) -۱

گزینه ۲

۱

$$2f = \{(1, -2), (2, 0), (3, 4)\}$$

$$g^2 = \{(2, 1), (0, 1), (1, 1)\}$$

ابتدا دامنه $\frac{2f-g^2}{f}$ را به دست می آوریم:

$$D_{2f-g^2} = D_{2f} \cap D_{g^2} = \{2, 1\}$$

$$D_{\frac{2f-g^2}{f}} = (D_{2f-g^2} \cap D_f) - \{x | f(x) = 0\} = \{1\}$$

$$\Rightarrow \frac{2f-g^2}{f} = \left\{ \left(1, \frac{-2-1}{-1} \right) \right\} = \{(1, 3)\}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

گزینه ۴

۲

با جمع کردن دو تابع $f+g$ و $f-g$ ظاهراً خواهیم داشت:

$$(f+g) + (f-g) = 2f = \{(3, 8), (4, 8), (5, 0)\}$$

پس $f = \{(3, 4), (4, 4), (5, 0)\}$ این طور به نظر می رسد که:

$$\frac{1}{f} = \left\{ \left(3, \frac{1}{4} \right), \left(4, \frac{1}{4} \right) \right\}$$

یعنی دامنه آن شامل دو عدد است ولی با دقت بیشتر می توان فهمید که چون دامنه های $f+g$ و $f-g$ اشتراک دامنه های f و g است دامنه f شامل اعداد دیگری هم می تواند باشد که با دامنه g مشترک نباشند، پس $\frac{1}{f}$ هم می تواند شامل زوج های بیشتری باشد. به طور کلی می توان گفت چون دامنه f مشخص نیست، پس دامنه $\frac{1}{f}$ مشخص نیست.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۶

نکته: $(f \circ g)(x) = f(g(x))$

نکته: $D_{f \circ g} = D_f \cap D_g$

ابتدا توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} 1 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} \times \\ 2 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} 4 \\ 3 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} \times \end{cases} \Rightarrow g \circ f = \{(2, 4)\}$$

$$\begin{cases} 1 \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f} \times \\ 4 \xrightarrow{g} 2 \xrightarrow{f} 1 \\ 3 \xrightarrow{g} 2 \xrightarrow{f} 1 \end{cases} \Rightarrow f \circ g = \{(4, 1), (3, 1)\}$$

چون اشتراک دامنه توابع $f \circ g$ و $g \circ f$ برابر تهی است، پس دامنه تابع $(f \circ g) + (g \circ f)$ برابر تهی می‌باشد؛ در نتیجه: $(f \circ g) + (g \circ f) = \{ \}$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

با استفاده از تابع $f \circ g = \{(2, 5), (-1, -2), (-2, 5)\}$ می‌توان نوشت:

$$(f \circ g)(2) = 5 \Rightarrow f(g(2)) = 5 \Rightarrow f(3) = 5$$

از طرفی در تابع f داریم $f(a) = 5$ ؛ بنابراین $a = 3$

$$(f \circ g)(-1) = -2 \Rightarrow f(g(-1)) = -2 \Rightarrow f(4) = -2$$

در تابع f داریم $f(4) = b$ ؛ بنابراین $b = -2$

پس می‌توان نتیجه گرفت: $a + b = 3 + (-2) = 1$

گزینه دو ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۶ تابستان ۱۳۹۸

ابتدا تابع بودن f را بررسی می‌کنیم:

$$(1, m) = (1, m^2 - 12) \Rightarrow m^2 - 12 = m$$

$$\Rightarrow m^2 - m - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4 \\ m_2 = -3 \end{cases}$$

اگر $m = 4$ آنگاه دو زوج مرتب با مؤلفه اول ۴ و مؤلفه دوم متفاوت خواهیم داشت و f تابع نخواهد بود، پس فقط $m = -3$ پذیرفته است. حال در

تابع $f = \{(1, -3), (-3, 2), (4, 1)\}$ تنها دو عضو در دامنه $g(x) = \sqrt{x}$ صدق می‌کنند؛ پس دامنه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ شامل ۲ عضو است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ ۱۳۹۸

$$(g \circ f)(a) = 12 \Rightarrow g(f(a)) = 12 \Rightarrow f(a) + \sqrt{f(a)} = 12$$

$$f(a) + \sqrt{f(a)} - 12 = 0 \xrightarrow{f(a)=t} t^2 + t - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (t + 4)(t - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -4 \Rightarrow f(a) = 16 \\ t = 3 \Rightarrow f(a) = 9 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$

باتوجه به g:

$$g(4) = 4 + \sqrt{4} \Rightarrow g(4) = 4 + 2 = 6$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

$$g(f(a)) = 15 \xrightarrow{f(a)=t} g(t) = 15$$

$$\Rightarrow g(t) = 2f(t+2) - 3 = 15 \Rightarrow f(t+2) = 9 \xrightarrow{f(x)=9} t+2 = 6 \Rightarrow t = 4$$

$$\Rightarrow f(a) = 4 \Rightarrow a = 3$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

$$\begin{cases} D_{g \circ f} = \{x | x \in D_f, f(x) \in D_g\} \\ D_f = [-5, 5] \\ D_g = \{1, 0, 4, 3\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x | -5 \leq x \leq 5, \sqrt{25 - x^2} \in \{1, 0, 4, 3\}\}$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{24}$$

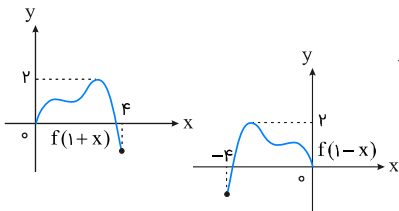
$$\sqrt{25 - x^2} = 4 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 3 \Rightarrow x = \pm 4$$

بنابراین تابع $g \circ f$ شامل ۸ زوج مرتب است.

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

نمودار تابع $f(1-x)$ را از روی نمودار $f(1+x)$ رسم می‌کنیم. برای این کار کافی است نمودار تابع $f(1+x)$ را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.



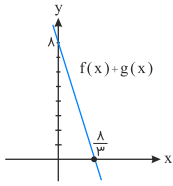
باتوجه به شکل، دامنه تابع $y = f(1-x)$ برابر $[-4, 0]$ است به علاوه دامنه $g(x)$ برابر $\{-1, 2, -3, -2, 5\}$ است که اشتراک آنها برابر $\{-1, -3, -2\}$ است، به علاوه دقت کنید به ازای $x = -2$ مخرج صفر می‌شود، پس دامنه تابع $y = \frac{f(1-x)}{g(x)+1}$ برابر $\{-1, -3\}$ است و دو عضو دارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

$$x + f(x-1) = x + 2 \Rightarrow f(x-1) = 2 \Rightarrow f(x) = 2$$

$$2x + g(x) = -x + 6 \Rightarrow g(x) = -3x + 6$$

$$\Rightarrow f(x) + g(x) = -3x + 8$$



قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(x) = ax + b \\ g(x) = a'x + b' \end{cases}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} (f+g)(x) = (a+a')x + (b+b') = 2x + 1 \\ (g-f)(x) = (a'-a)x + (b'-b) = x - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + a' = 2 \\ a' - a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a' = 1/5 \\ a = 0/5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b + b' = 1 \\ b' - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b' = -0/5 \\ b = 1/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0/5x + 1/5 \\ g(x) = 1/5x - 0/5 \end{cases} \Rightarrow f(1) + g(3) = 2 + 4 = 6$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

ابتدا توابع داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x & ; x < 1 \\ x & ; 1 \leq x < 2 \\ x & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 4x & ; x < 1 \\ 4x & ; 1 \leq x < 2 \\ 3x & ; x \geq 2 \end{cases}$$

اکنون داریم:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} 2x - 4x & ; x < 1 \\ x - 4x & ; 1 \leq x < 2 \\ x - 3x & ; x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x & ; x < 1 \\ -3x & ; 1 \leq x < 2 \\ -2x & ; x \geq 2 \end{cases}$$

بنابراین:

$$f(x) - g(x) = \begin{cases} -2x & ; x < 1 \text{ یا } x \geq 2 \\ -3x & ; 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

گزینه دو علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

اول باید مقدار $f(0)$ را پیدا کنیم. به ازای $x = -\frac{1}{4}$ داریم:

$$f(0) + \frac{1}{4}f(0) = 2\left(\frac{1}{4}\right) + 4\left(-\frac{1}{4}\right) - 1 \Rightarrow \frac{5}{4}f(0) = \frac{1}{4} - 3 = -\frac{5}{4} \Rightarrow f(0) = -2$$

$$f(2x+1) - 2x^2 = 2x^2 + 4x - 1 \Rightarrow f(2x+1) = 4x^2 + 4x - 1$$

$$\Rightarrow f(2x+1) = (4x^2 + 4x + 1) - 2 = (2x+1)^2 - 2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2 \xrightarrow{x=\sqrt{7}} f(\sqrt{7}) = (\sqrt{7})^2 - 2 = 7 - 2 = 5$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

ابتدا با جایگذاری $x = -2$ ، مقدار $f(2)$ را به دست می آوریم:

$$xf(-x) + \frac{1}{x} = f(2) \xrightarrow{x=-2} -2f(2) - \frac{1}{2} = f(2) \Rightarrow f(2) = -\frac{1}{6} \quad (*)$$

حال با جایگذاری $x = -1$ ، مقدار $f(1)$ را به دست می آوریم:

$$-f(1) - 1 = f(2) \stackrel{(*)}{=} -\frac{1}{6} \Rightarrow f(1) = -\frac{5}{6}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۶

ابتدا باید معادله زیر را حل کنیم:

$$x + \sqrt{2x-1} = 1 \Rightarrow \sqrt{2x-1} = 1-x \begin{cases} 1-x \geq 0 \\ x \geq \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq 1$$

طرفین معادله $\sqrt{2x-1} = 1-x$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$2x-1 = 1-2x+x^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \notin [\frac{1}{2}, 1] \\ x = 2 - \sqrt{2} \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x + \sqrt{2x-1}) = x^2 - 6$$

$$\xrightarrow{x=2-\sqrt{2}} f(1) = (2 - \sqrt{2})^2 - 6 = 4 + 2 - 4\sqrt{2} - 6 = -4\sqrt{2}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶

گزینه ۲

۱۶

$$f(x+2) = \frac{2(x^2+4x+4)-1}{4(x^2+4x+4)-1} \Rightarrow f(x+2) = \frac{2(x+2)^2-1}{4(x+2)^2-1}$$

$$\xrightarrow{x+2=t} f(t) = \frac{2t^2-1}{4t^2-1} \xrightarrow{t=\sqrt{3}} f(\sqrt{3}) = \frac{6-1}{12-1} = \frac{5}{11}$$

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۶

گزینه ۳

۱۷

کافی است x را به $x+1$ تبدیل کنیم، داریم:

$$f(x+1+1) = -f(x+1) \Rightarrow f(x+2) = f(x)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

گزینه ۲

۱۸

$$f(x) = \frac{x+1}{x+a} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{-\frac{1}{x}+1}{-\frac{1}{x}+a} = \frac{\frac{-1+x}{x}}{\frac{-1+ax}{x}} = \frac{x-1}{ax-1}$$

$$f(x) \times f\left(\frac{-1}{x}\right) = -1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+a} \times \frac{(x-1)}{ax-1} = -1 \Rightarrow a = -1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

راهحل اول:

$$\alpha + \beta = 1 \quad (*)$$

$$\begin{aligned} f(\alpha) + f(\beta) &= \frac{f^\alpha}{f^\alpha + 2} + \frac{f^\beta}{f^\beta + 2} \stackrel{(*)}{=} \frac{f^\alpha}{f^\alpha + 2} + \frac{f^{1-\alpha}}{f^{1-\alpha} + 2} \\ &= \frac{f^\alpha}{f^\alpha + 2} + \frac{f}{f + 2 \times f^\alpha} = \frac{f^\alpha}{f^\alpha + 2} + \frac{2}{f^\alpha + 2} = \frac{f^\alpha + 2}{f^\alpha + 2} = 1 \end{aligned}$$

راهحل دوم:

به ازای $\alpha = 0$ و $\beta = 1$ داریم:

$$f(0) = \frac{1}{3}, \quad f(1) = \frac{2}{3} \Rightarrow f(0) + f(1) = 1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

گزینه ۲

۲۰

$$\begin{cases} x = 5 : 5f(3) + f(-3) = 21 \\ x = -1 : 5f(-3) + f(3) = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -25f(3) - 5f(-3) = -105 \\ 5f(-3) + f(3) = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -24f(3) = -108 \Rightarrow f(3) = 4/5$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

گزینه ۱

۲۱

$$g(x) = 2x - 1 \xrightarrow{x=1} g(1) = 1 \quad (*)$$

$$f \circ g(x) = 2x^2 - 1 \xrightarrow{x=1} f \circ g(1) = 3 \stackrel{(*)}{=} f(1) = 3$$

بنابراین حاصل $g \circ f(1)$ برابر است با:

$$g \circ f(1) = g(\overbrace{f(1)}^3) = g(3) = 5$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

گزینه ۲

۲۲

$$f(g(x)) = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \frac{2x+1}{x-1}$$

$$\frac{x-1}{x} = t \Rightarrow tx - x + 1 = 0 \Rightarrow x(t-1) = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{t-1}$$

$$f(t) = \frac{2\left(\frac{-1}{t-1}\right) + 1}{\frac{-1}{t-1} - 1} = \frac{-2 + t - 1}{-1 - t + 1} = \frac{t-3}{-t} \Rightarrow f(x) = \frac{-x+3}{x}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{-x+3}{x} + \frac{x-1}{x} = \frac{2}{x}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۸

ابتدا توجه کنید که:

$$0 \leq x - [x] < 1$$

ضابطهٔ fog را تشکیل می‌دهیم:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(x - [x]) \\ &= x - [x] + [x - [x]] = x - [x] + 0 \\ \Rightarrow f(g(x)) &= x - [x] = g(x) \end{aligned}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

می‌دانیم f یک تابع خطی است که محور y ها را با عرض ۲ قطع می‌کند، پس $f(x) = mx + 2$. g یک تابع درجه دوم است که محور y ها را با عرض ۳ قطع می‌کند، پس: $g(x) = ax^2 + bx + 3$

$$\begin{aligned} (f \circ g)(x) &= f(g(x)) = m(ax^2 + bx + 3) + 2 \\ \Rightarrow (f \circ g)(x) &= max^2 + mbx + (3m + 2) \end{aligned}$$

اما طبق فرض سؤال $(f \circ g)(x) = 2x^2 + x - 1$ ، پس داریم:

$$\begin{cases} (f \circ g)(x) = max^2 + mbx + (3m + 2) \\ (f \circ g)(x) = 2x^2 + x - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3m + 2 = -1 \Rightarrow m = -1 \quad (*) \\ mb = 1 \xrightarrow{(*)} -b = 1 \Rightarrow b = -1 \\ ma = 2 \xrightarrow{(*)} -a = 2 \Rightarrow a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ g(x) = -2x^2 - x + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f - g)(x) = f(x) - g(x) = (-x + 2) - (-2x^2 - x + 3) = 2x^2 - 1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

$$\begin{aligned} g(x) = \frac{x+1}{x+4} \Rightarrow g(f(x)) = \frac{f(x)+1}{f(x)+4} = \frac{x-5}{3} \Rightarrow 3f(x) + 3 &= (x-5)f(x) + 4x - 20 \\ \Rightarrow (\lambda - x)f(x) = 4x - 23 \Rightarrow f(x) &= \frac{4x - 23}{\lambda - x} \end{aligned}$$

گزینه دو علوم تجربی سوم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶

$$(f \circ g)(x) + g(x) = x \Rightarrow f(g(x)) + g(x) = x$$

$$g(x) = \frac{x+1}{x} \text{ از آنجا که}$$

$$f\left(\frac{x+1}{x}\right) + \frac{x+1}{x} = x \Rightarrow f\left(\frac{x+1}{x}\right) = x - \left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{x^2 - x - 1}{x} \Rightarrow f\left(\frac{x+1}{x}\right) = \frac{x^2 - x - 1}{x} \quad (*)$$

حال با فرض $\frac{x+1}{x} = t$ خواهیم داشت:

$$\frac{x+1}{x} = t \Rightarrow 1 + \frac{1}{x} = t \Rightarrow \frac{1}{x} = t - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{t-1}$$

با جایگذاری این تساوی در (*) تابع f را می‌یابیم:

$$f(t) = \frac{\frac{1}{(t-1)^2} - \frac{1}{t-1} - 1}{\frac{1}{t-1}} = \frac{1}{t-1} - 1 - t + 1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{x-1} - x = \frac{1-x^2+x}{x-1}$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۵

در تابع $f \circ g$ داریم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 - x) = x^6 - 2x^6 + x^2 + 1$$

$$\frac{x^2 - x = t}{x^6 - 2x^6 + x^2 = t^2} \rightarrow f(t) = t^2 + 1$$

برای به دست آوردن $f(3)$ داریم:

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۸ ۱۳۹۸

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب g با f را با $g \circ f$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) \quad , D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

$$\begin{cases} f \circ g(x) = x - 1 \\ g(x) = \frac{x+2}{x-1} \end{cases} \Rightarrow f\left(\frac{x+2}{x-1}\right) = x - 1 \quad (*)$$

برای یافتن $f(4)$ می‌بایست به جای x عددی را قرار دهیم که حاصل $\frac{x+2}{x-1}$ برابر با ۴ شود:

$$\frac{x+2}{x-1} = 4 \Rightarrow x+2 = 4x-4 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

بنابراین با جایگذاری مقدار $x = 2$ در

(*)

داریم:

$$x = 2 \Rightarrow f(4) = 2 - 1 = 1$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

راه حل اول:

$$f(g(x)) = x^2 - x - 1 \xrightarrow{x=3} f(g(3)) = 9 - 3 - 1 = 5 \xrightarrow{f(x)=3x-1} f(g(3)) = 3(g(3)) - 1 = 5 \Rightarrow 3(g(3)) = 6 \Rightarrow g(3) = 2$$

راه حل دوم:

در حالت کلی می‌توان از روابط داده شده، ضابطه $g(x)$ را به دست آورد:

$$\begin{cases} f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 1 \\ f(g(x)) = x^2 - x - 1 \end{cases} \Rightarrow 3g(x) - 1 = x^2 - x - 1 \Rightarrow 3g(x) = x^2 - x$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - x}{3} \Rightarrow g(3) = \frac{3^2 - 3}{3} = 2$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۳ ۱۳۹۴

ابتدا ضابطه $g(x)$ را به دست می‌آوریم. داریم:

$$f(x) = x^3 - 2 \Rightarrow f(g(x)) = g^3(x) - 2 = x^3 - 1 + 3x^2 + 3x$$

$$\Rightarrow g^3(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Rightarrow g^3(x) = (x+1)^3 \Rightarrow g(x) = x+1$$

حال باتوجه به ضابطه $g(x)$ داریم:

$$g(\underbrace{f(\sqrt[3]{2})}_{\circ}) = g(\circ) = 1$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

ابتدا مقادیر $f(3)$ و $g(f(3))$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f(x+1) = 3x - 2 \xrightarrow{x=3} f(3) = 6 - 2 = 4 \\ g(x-2) = 5x \xrightarrow{x=4} g(4) = 3 \cdot 4 = 12 \Rightarrow g(f(3)) = g(4) = 12 \end{cases}$$

اکنون در طرفین تساوی $f(x+1) = 3x - 2$ به جای x ، قرار می‌دهیم $x - 1$ ، بنابراین:

$$f(x+1) = 3x - 2 \Rightarrow f(x-1+1) = 3(x-1) - 2 \Rightarrow f(x) = 3x - 5$$

حال داریم:

$$f(x) - 1 = g(f(3)) \Rightarrow 3x - 6 = 12 \Rightarrow 3x = 18 \Rightarrow x = 6$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

ضابطه f را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم. طبق فرض داریم:

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = 9x + 5 \Rightarrow a(ax + b) + b = 9x + 5$$

$$\Rightarrow \underline{a^2}x + \underline{ab + b} = \underline{9}x + \underline{5} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 & (*) \\ ab + b = 5 & (**) \end{cases}$$

چون شیب f منفی است، پس $a < 0$. بنابراین از $(*)$ داریم: $a = -3$ با جایگذاری این مقدار در $(**)$ داریم:

$$-2b = 5 \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

در نتیجه $f(x) = -3x - \frac{5}{2}$. بنابراین:

$$f(-1) = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

برای تابع $f(x)$ داریم:

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

باتوجه به اینکه در صورت سؤال ذکر شده تابع $g \circ f(x) = g(f(x))$ به ازای تمام مقادیر x برابر ۲ است، پس مقادیر ورودی را به دو قسمت $x \in \mathbb{Z}$ و $x \notin \mathbb{Z}$ تقسیم می‌کنیم. داریم:

$$\begin{cases} x \in \mathbb{Z} : g(f(x)) = 2 \Rightarrow g(0) = 2 \Rightarrow b = 2 & (*) \\ x \notin \mathbb{Z} : g(f(x)) = 2 \Rightarrow g(-1) = 2 \Rightarrow 1 - a + b = 2 \xrightarrow{(*)} a = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 3$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

دقت کنید وقتی $x \geq 1$ باشد، $2 - x \leq 1$ است. به نحو مشابه اگر $x < 1$ باشد، آنگاه $3 - 2x > 1$ است پس:

$$f \circ f(x) = f(f(x)) = \begin{cases} 3 - 2(2 - x) = 2x - 1 & ; x \geq 1 \\ 2 - (3 - 2x) = 2x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

بنابراین $f \circ f(x) = 2x - 1$ یعنی $g(x) = 2x - 1$ پس $a = 2$ و $b = -1$ و $a + b = 1$.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

باتوجه به ماشین، $(g \circ f)(x) = -6x^2 - 2x + 3$ و $g(x) = 1 - 2x$ است، پس داریم:

$$g(f(x)) = 1 - 2f(x) = -6x^2 - 2x + 3$$

$$\Rightarrow 2f(x) = 6x^2 + 2x - 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x^2 + x - 1 \Rightarrow f(1) = 3 + 1 - 1 = 3$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲۰ ۱۳۹۸

اگر ورودی را x و $f(x) = 2x - 2$ و $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ و خروجی را y بگیریم، در این صورت داریم:
این همان تعریف تابع $y = g \circ f(x)$ است:

$$x \rightarrow \boxed{f} \rightarrow \boxed{g} \rightarrow y$$

$$y = g \circ f(x) = g(f(x)) \Rightarrow y = \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 2 + 1}}$$

اگر به جای خروجی (y) ، $\frac{4}{3}$ را قرار دهیم، ورودی (x) به دست می‌آید:

$$\frac{4}{3} = \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 2 + 1}} \xrightarrow{\sqrt{2x - 2} = t \geq 0} \frac{4}{3} = \frac{t^2}{t + 1}$$

$$\Rightarrow 3t^2 = 4t + 4 \Rightarrow 3t^2 - 4t - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 & \text{ق.ق} \\ t = -\frac{2}{3} & \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2x - 2} = 2 \Rightarrow 2x - 2 = 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۹ ۱۳۹۷

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow g\left(\frac{x}{1+x}\right) = \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{x+1-1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow g\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$$

$$1 - \frac{1}{x+1} = t \Rightarrow \frac{1}{x+1} = 1 - t$$

$$g(t) = 1 - t \Rightarrow g(x) = 1 - x$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۵

$$f \circ g(x) = 0 \Rightarrow f(g(x)) = 0 \Rightarrow (g(x), 0) \in f$$

باتوجه به ضابطه $f(x)$:

$$f(x) = x^2 - 8x + 12 \Rightarrow f(x) = (x - 2)(x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases}$$

ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ برابر ۶ و ۲ می‌باشند، لذا $g(x)$ باید برابر ۲ و ۶ باشد.

$$-x + \sqrt{-x} = 2 \xrightarrow[t \geq 0]{\sqrt{-x}=t} t^2 + t = 2$$

$$t^2 + t - 2 = 0 \Rightarrow (t + 2)(t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow \sqrt{-x} = 1 \\ t = -2 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -x = 1 \Rightarrow x = -1$$

$$-x + \sqrt{-x} = 6 \xrightarrow[t \geq 0]{\sqrt{-x}=t} t^2 + t = 6$$

$$t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t + 3)(t - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow \sqrt{-x} = 2 \\ t = -3 \Rightarrow \text{غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

بنابراین جمع ریشه‌ها برابر است با: $-4 - 1 = -5$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ تابستان ۱۳۹۸

برای یافتن نقاط تقاطع تابع $f \circ g$ با محور x ها باید معادله $(f \circ g)(x) = 0$ را حل کنیم، یعنی: $f(g(x)) = 0$
برای حل این معادله ابتدا ریشه‌های f را می‌یابیم. چون f در دو نقطه به طول‌های ۶ و $\frac{-1}{4}$ محور x ها را قطع می‌کند، پس:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 6, x = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = 0 \Rightarrow g(x) = 6, g(x) = \frac{-1}{4}$$

از آنجا که $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، بنابراین:

$$x - \sqrt{x} = 6 \text{ و } x - \sqrt{x} = \frac{-1}{4}$$

باتوجه به گزینه‌ها $x = 9$ ریشه معادله اول و $x = \frac{1}{4}$ ریشه معادله دوم است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۲ تابستان ۱۳۹۸

ابتدا ضابطه $g \circ f$ را به دست می آوریم:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + 3x \\ g(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \end{cases} \Rightarrow (g \circ f)(x) = g(f(x)) = -\frac{1}{2}f(x) + 2$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = -\frac{1}{2}(x^2 + 3x) + 2$$

$$\Rightarrow (g \circ f)(x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

برای به دست آوردن مجموعه طول نقاطی از نمودار تابع $g \circ f$ که بالای محور x ها قرار می گیرند، باید نامعادله $(g \circ f)(x) > 0$ را حل کنیم:

$$(g \circ f)(x) > 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 > 0$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} x^2 + 3x - 4 < 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+4) < 0 \Rightarrow -4 < x < 1 \Rightarrow x \in (-4, 1)$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۴

گزینه ۴

۴۱

$$D_f = [3, +\infty) \quad (1)$$

$$D_{f \circ f} = \{x | x \in D_f, f(x) \in D_f\} = \{x | x \geq 3, f(x) \geq 3\}$$

حال نامعادله $f(x) \geq 3$ را حل می کنیم:

$$5 - \sqrt{x-3} \geq 3 \Rightarrow \sqrt{x-3} \leq 2 \Rightarrow x-3 \leq 4 \Rightarrow x \leq 7 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} D_{f \circ f} = [3, 7]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 7 \end{cases} \Rightarrow b - a = 4$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۲۰ ۱۳۹۸

گزینه ۲

۴۲

نکته:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\}$$

$$\begin{cases} \log_a x \leq y \xrightarrow{a>1} x \leq a^y \\ \log_a x \leq y \xrightarrow{0<a<1} x \geq a^y \end{cases}$$

ابتدا توجه کنید که $D_f = (3, +\infty)$ و $D_g = (-\infty, 2]$. حال می توان نوشت:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x > 3 | \log_x(x-3) \leq 2\}$$

$$= \{x > 3 | x-3 \leq 2^2\} = \{x > 3 | x \leq 7\} = (3, 7]$$

گزینه دو علوم تجربی سوم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶

برای آنکه تابع g تعریف شده باشد، ابتدا باید $1 - 2x \in D_f$ ، پس:

$$\begin{aligned} -3 \leq 1 - 2x < 3 &\Rightarrow -3 < 2x - 1 \leq 3 \\ \Rightarrow -2 < 2x \leq 4 &\Rightarrow -1 < x \leq 2 \quad (*) \end{aligned}$$

همچنین باید $\sqrt{x-1}$ تعریف شده باشد:

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \quad (**)$$

از اشتراک $(*)$ و $(**)$ داریم:

$$1 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \in [1, 2]$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ تابستان ۱۳۹۸

$$D_{f \circ g} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$D_g = \mathbb{R}, D_f = \{x : x - 1 \geq 0, \lambda - x \geq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq \lambda\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x : x \in \mathbb{R}, [x] \in [1, \lambda]\}$$

$$1 \leq [x] \leq \lambda \Rightarrow 1 \leq x < \lambda + 1 \Rightarrow D_{f \circ g} = [1, \lambda + 1)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۹ ۱۳۹۵

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\}$$

ابتدا باتوجه به ضابطه توابع f و g داریم: $D_f = \mathbb{R}$ ، $D_g = [1, +\infty)$
حال با استفاده از نکته بالا داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f | f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} | 2^x + 3 \geq 11\} = \{x \in \mathbb{R} | 2^x \geq 8\} = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\} = [3, +\infty)$$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

دامنه تابع f بازه $[0, a]$ و برد آن بازه $[1, 3a + 1]$ است. برای اینکه تابع $f \circ f$ با دامنه غیرتهی قابل تعریف باشد، لازم است داشته باشیم $[0, a] \cap [1, 3a + 1] \neq \emptyset$ و برای این کار لازم است $a \geq 1$ باشد.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۵

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$D_g : 2^x - 1 \neq 0 \Rightarrow 2^x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0$$

$$\Rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{0\} \quad (\text{I})$$

$$D_f : \begin{cases} x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \\ \log(x - 1) \geq 0 \Rightarrow x - 1 \geq 1 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \Rightarrow D_f = [2, +\infty)$$

$$\frac{2^x}{2^x - 1} \geq 2 \Rightarrow \frac{2^x}{2^x - 1} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2 - 2^x}{2^x - 1} \geq 0 \xrightarrow{2^x = t} \frac{2 - t}{t - 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow 1 < t \leq 2 \Rightarrow 1 < 2^x \leq 2 \Rightarrow 0 < x \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < x \leq 1 \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) = (0, 1]$$

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۱۹ ۱۳۹۸

ابتدا دامنه f را محاسبه می‌کنیم:

$$6 + x - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 3$$

حال برای محاسبه دامنه تابع $y = f(1 - 2x)$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$-2 \leq 1 - 2x \leq 3 \Rightarrow -3 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{3}{2} \Rightarrow D_f = \left[-1, \frac{3}{2}\right]$$

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۵

باتوجه به نمودار، دامنه تابع f بازه $D_f = [-4, 4]$ است. برای یافتن دامنه تابع $f\left(\frac{x}{2}\right)$ دامنه تابع f را در ۲ ضرب و برای یافتن دامنه تابع $f(2x)$ دامنه تابع f را بر ۲ تقسیم می‌کنیم؛ پس داریم:

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = [2 \times (-4), 2 \times 4] = [-8, 8]$$

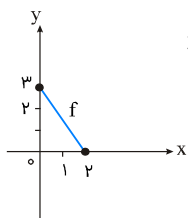
$$D_{f(2x)} = \left[\frac{-4}{2}, \frac{4}{2}\right] = [-2, 2]$$

لذا دامنه تابع $g(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) - f(2x)$ برابر است با:

$$D_g = D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} \cap D_{f(2x)} = [-8, 8] \cap [-2, 2] = [-2, 2]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۸

باتوجه به نمودار، دامنه تابع f برابر $D_f = [0, 2]$ است. برای محاسبه دامنه تابع $f \circ f$ ابتدا ضابطه تابع f را به دست می‌آوریم. شیب خط داده شده برابر $m = -\frac{3}{2}$ و عرض از مبدأ آن $h = +3$ است، پس داریم:



$$f \text{ ضابطه } : f(x) = mx + h \xrightarrow[\begin{smallmatrix} m=-\frac{3}{2} \\ h=3 \end{smallmatrix}]{\quad} f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

پس داریم:

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \left\{ x \in [0, 2] \mid \underbrace{0 \leq -\frac{3}{2}x + 3 \leq 2}_{(*)} \right\}$$

$$\xrightarrow{(*)} 0 \leq -\frac{3}{2}x + 3 \leq 2 \xrightarrow{-3} -3 \leq -\frac{3}{2}x \leq -1 \xrightarrow{\times(-\frac{2}{3})} 2 \geq x \geq \frac{2}{3}$$

بنابراین:

$$D_{f \circ f} = \left\{ x \in [0, 2], x \in \left[\frac{2}{3}, 2\right] \right\} = \left[\frac{2}{3}, 2\right]$$

که شامل دو عدد صحیح ۱ و ۲ است.

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۶

$$f(x) = (x-1)^2 - 1 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \sqrt{4-x} + 1 \Rightarrow \begin{cases} D_g = (-\infty, 4] \\ R_g = [1, +\infty) \end{cases}$$

$$D_{f \circ g} = \{D_g \mid g(x) \in D_f\} \Rightarrow D_{f \circ g} = D_g = (-\infty, 4]$$

$$(f \circ g)(x) = (\sqrt{4-x})^2 - 1 = 4 - x - 1 = 3 - x \Rightarrow R_{f \circ g} = [-1, +\infty)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

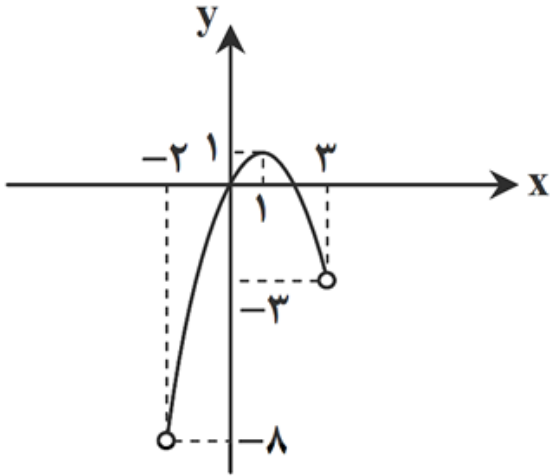
$$g \circ f(x) = g(f(x)) \xrightarrow{t=f(x)} g(f(x)) = g(t) ; -2 < t < 3$$

بنابراین کافی است برد تابع $g(t) = 2t - t^2 = 1 - (t-1)^2$ را به ازای $t \in (-2, 3)$ به دست آوریم.

$$-2 < t < 3 \Rightarrow -3 < t-1 < 2 \Rightarrow 0 \leq (t-1)^2 < 9$$

$$\Rightarrow -8 < 1 - (t-1)^2 \leq 1 \Rightarrow -8 < g(t) \leq 1 \Rightarrow R_g = (-8, 1]$$

نمودار $g(x)$ در بازه $(-2, 3)$ به صورت زیر است:



گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵

دقت فرمایید که $0 \leq f(x) \leq 1$ است، پس $f(x)$ مقادیر $[0, 1]$ را اختیار می‌کند، در نتیجه $f(f(x))$ از روی نمودار مقادیری را می‌پذیرد که تابع f در بازه $[0, 1]$ پذیرفته است که فقط عدد ۱ است؛ یعنی برد تابع $f \circ f(x)$ برابر با $\{1\}$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۱۳ ۱۳۹۶

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow f(f(x)) = f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + 1} = \frac{-\frac{2}{x+1}}{\frac{2x}{x+1}}$$

پس دامنه تابع $y = f(f(x))$ برابر $\mathbb{R} - \{0, -1\}$ است و در نتیجه:

$$y = f(f(x)) \xrightarrow{x \in \mathbb{R} - \{0, -1\}} R_{f \circ f} = \mathbb{R} - \{0, 1\}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۴

ابتدا دو تابع f و g را با هم ترکیب می‌کنیم:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \sin \pi(x - [x])$$

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 0 \leq \pi(x - [x]) < \pi$$

چون کمان سینوس در نواحی اول و دوم است، همواره \sin بین صفر و یک می‌باشد؛ پس: $R_{g \circ f} = [0, 1]$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۶

می‌دانیم:

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین:

$$g(f(x)) = \begin{cases} g(0) = b & ; x \in \mathbb{Z} \\ g(-1) = 1 - a + b & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

چون برد تابع برابر با $\{2\}$ است، بنابراین:

$$\begin{cases} b = 2 \\ 1 - a + b = 2 \xrightarrow{b=2} a = 1 \end{cases}$$