گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir

مجموعه سوالات تستی

به صورت تفکیک شده از تابع

شامل ۳۰۰ سوال در ۸ مبحث

به همراه پاسخ تشریحی

تهیه کننده : عرفان خیامی

۱ اگر رابطهٔ $Q=\{(۳,m^۲),(۲,۱),(-۳,m),(۳,m+۲),(m,۴)\}$ یک تابع باشد، برد این تابع چندعضوی است؟

۱) ۵ ۲) ۴

۳) ۳ ۴) ۲

۲ اگر دامنه و برد تابع $f=\{(۳,-۱),(۱,۲),(a-b,۲),(۳,a+b)\}$ هرکدام دو عضو داشته باشند، مجموع مقادیر ممکن برای a و b کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۲

۳) -۱ ۴) صفر

۳ دامنهٔ یک تابع $۲۹-۵n$ عضو و برد آن $۳n+۷$ عضو دارد. چند عدد طبیعی برای n وجود دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۱

۴ برد تابع $f(x)=x^۲$ شامل ۵ عدد حقیقی است. دامنهٔ این تابع حداکثر چند عضو دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹

۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۵ حدود k برای اینکه تابع با ضابطهٔ $A(x)=\frac{۶x^۲-۲x}{-kx^۲+۲x-۹k}$ همواره به ازای جمیع مقادیر حقیقی x تعریف شده باشد، کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{۰\}$ ۲) $۰<k<\frac{۱}{۳}$

۳) $-\frac{۱}{۳}<k<\frac{۱}{۳}$ ۴) $k<-\frac{۱}{۳}$ یا $k>\frac{۱}{۳}$

۶ اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{x}{۲x^۲+ax+b}$ به‌صورت $\mathbb{R}-\{۳\}$ باشد، $a-b$ کدام است؟

۱) -۳۰ ۲) ۳۰

۳) ۶ ۴) -۶

۷ اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{x^۲-۸x-b+۱}{x^۲+ax-۱۰}$ به‌صورت $D_f=\mathbb{R}-\{۵,b\}$ و $f(c)=۱$ باشد، آنگاه c کدام است؟

۱) $۲/۶$ ۲) $-۲/۶$

۳) $۲/۴$ ۴) $-۲/۴$

۸ دامنهٔ تابع گویای $f(x)=\dfrac{۲x-۵}{x+k}$ برابر با $\mathbb{R}-\{۳\}$ است. نمودار این تابع از کدام نواحی محورهای مختصات عبور می‌کند؟

۱) هر ۴ ناحیه
۲) اول، دوم و سوم
۳) اول، دوم و چهارم
۴) اول، سوم و چهارم

۹ دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{\frac{x-۱}{x^۲-۲x}}$ شامل چند عدد صحیح نامنفی نمی‌شود؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

۱۰ دامنهٔ تابع $y=\sqrt{x+\frac{۲x+۱}{x}}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{۰\}$
۲) $(-\infty,۰)$
۳) $(-۱,۱)-\{۰\}$
۴) $(۰,+\infty)\cup\{-۱\}$

۱۱ در دامنهٔ تابع $f(x)=\frac{\sqrt{۹-x^۲}}{\sqrt{۹-|۲x+۵|}}$، تعداد اعداد صحیح منفی چندبرابر تعداد اعداد صحیح مثبت است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۱

۱۲ دامنهٔ تابع $y=\sqrt{x-\sqrt{۲-x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳ اگر $f(x)=\sqrt{x+|x+۲|}$، دامنهٔ تابع $f(-x)$ کدام است؟

۱) $x\le -۱$
۲) $x\ge -۱$
۳) $x\le ۱$
۴) $x\ge ۱$

۱۴ اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\dfrac{\sqrt{۴-x^۲}}{[\frac{x}{۲}]-۱}$ به‌صورت $[a,b)$ باشد، $b-a$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است)

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۵ اگر $f(x)=\log\frac{۵-x}{x+۲}$ و $g(x)=\frac{x}{\sqrt{۲-x}}$ باشند، آنگاه دامنهٔ $\frac{f}{g}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۱۶ دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{-۴^x+۹(۲^x)-۸}$ به‌صورت $[a,b]$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۱۷ اگر دامنهٔ $f(x)=\sqrt{(۲a-۳)x^۲+۴ax+۲a-۳}$ مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد، حدود a کدام است؟

۱) $۰\le a<\frac{۳}{۲}$
۲) $a\in\mathbb{R}$
۳) $\{\}$
۴) $a\ge\frac{۳}{۲}$

۱۸ در تابع $f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$، اگر مجموعه مقادیری از x که به ازای آن تابع f قابل‌تعریف است بازهٔ $[-۲,۲]$ و $f(۰)=۲$ باشد، آنگاه $a-b$ کدام است؟

۱) صفر
۲) -۱
۳) ۱
۴) ۲

۱۹ اگر دامنهٔ تعریف $f(x)=\sqrt{(x-۲)(x^۲+ax+b)}$ بازهٔ $[۱,+\infty)$ باشد، مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۱
۲) -۱
۳) ۵
۴) -۵

۲۰ دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{(a^۲-۴)x^۲+ax+۶}$ بازهٔ $(-\infty,b]$ است. $a+b$ کدام است؟

۱) ۵
۲) -۵
۳) -۱
۴) ۱

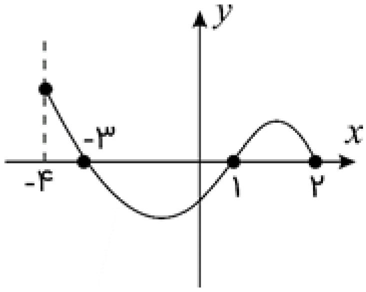
۲۱ تابع $f(x)=۳+\sqrt{ax+b}$ با دامنهٔ $[-۲,+\infty)$ مفروض است. اگر نمودار این تابع، خط $۲y-۴x=۱۰$ را در نقطه‌ای روی محور yها قطع کند، مقدار $f(a+b)$ کدام است؟

۱) ۴
۲) ۲
۳) ۷
۴) ۶

۲۲ اگر $f(x)=a^۲+\sqrt{\frac{a}{۲}x+۲}$ و مجموعه مقادیری از x که به ازای آن تابع f قابل‌تعریف است بازهٔ $(-\infty,۲]$ باشد، برد تابع f کدام است؟

۱) $[۱,+\infty)$
۲) $[۴,+\infty)$
۳) $[۹,+\infty)$
۴) $[۱۶,+\infty)$

۲۳ شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنهٔ تابع $\sqrt{xf(x)}$، کدام است؟



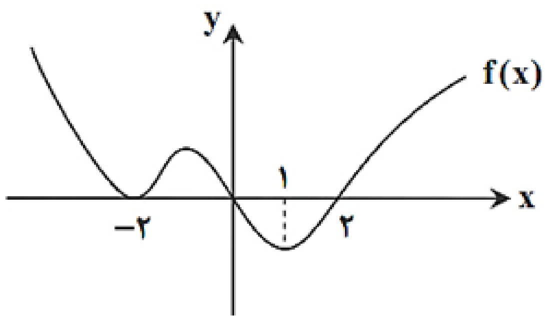
۱) $[۰, ۲]$

۲) $[-۳, ۲]$

۳) $[-۴, -۳] \cup [۱, ۲]$

۴) $[-۳, ۰] \cup [۱, ۲]$

۲۴ شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $y = \sqrt{(۲x - ۲)f(x)}$ کدام است؟



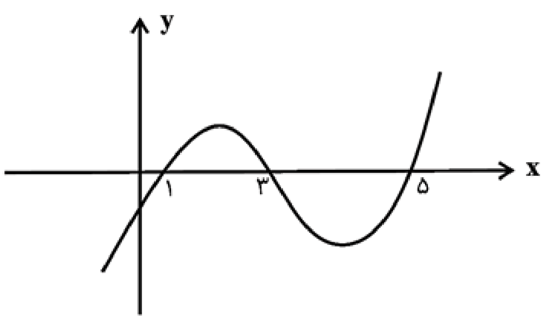
۱) $\{-۲, ۰, ۲\}$

۲) $\mathbb{R}$

۳) $[۰, ۱] \cup [۲, +\infty) \cup \{-۲\}$

۴) $[۰, +\infty) \cup \{-۲\}$

۲۵ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت زیر باشد، دامنهٔ $y = \frac{۴}{\sqrt{(x^۲ - ۵x + ۴)f(x)}}$ کدام است؟



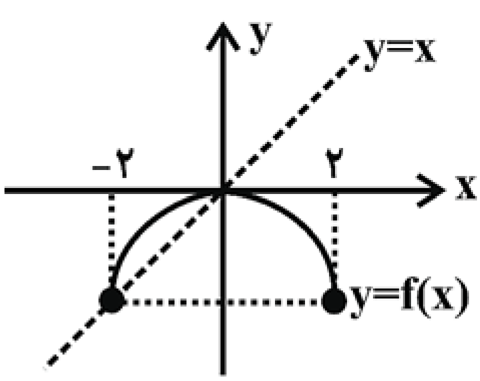
۱) $(۴, +\infty)$

۲) $(-\infty, ۱)$

۳) $(۱, ۳) \cup (۵, +\infty)$

۴) $(۳, ۴) \cup (۵, +\infty)$

۲۶ اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، دامنهٔ تابع $g(x) = \sqrt{f(-x) + x}$ کدام است؟



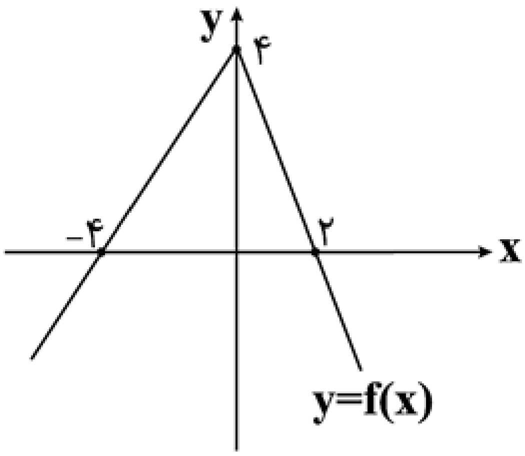
۱) $[-۲, ۰]$

۲) $[۰, ۲]$

۳) $[۰, ۲] \cup \{-۲\}$

۴) $[-۲, ۰] \cup \{۲\}$

۲۷ اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به‌صورت زیر باشد، دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $g(x) = \sqrt{۲ - |f(x)|}$ کدام است؟



۱) $[-۴, -۲] \cup [۱, ۲]$

۲) $(-\infty, -۴] \cup [-۲, ۱] \cup [۲, +\infty)$

۳) $[-۶, -۲] \cup [۱, ۳]$

۴) $(-\infty, -۶] \cup [-۲, ۱] \cup [۳, +\infty)$

۲۸ اگر دو تابع $f = \{(۲, -۱), (c, d)\}$ و $g = \left\{\left(۲a^۲ - ۱, b^۲ + ۱\right), (b + ۱, ۲a - ۱)\right\}$ برابر باشند، $c + d$ کدام است؟

۱) صفر

۲) -۱

۳) ۲

۴) ۱

۲۹ دو تابع $f(x) = \dfrac{b}{x + ۳}$ و $g(x) = \dfrac{x - a}{x^۲ + cx + d}$ برابرند. حاصل $\dfrac{abc}{d}$ کدام است؟

۱) -۱

۲) -۲

۳) ۱

۴) ۲

۳۰ به ازای چه مقداری از a دو تابع زیر باهم مساوی‌اند؟

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲ + ۳x + ۲}{x + ۱} & ; x \neq -۱ \\ ۳a + ۷ & ; x = -۱ \end{cases} \quad , g(x) = x + ۲$$

۱) -۲

۲) ۱

۳) ۲

۴) هیچ مقدار a

۳۱ اگر دو تابع $f(x) = \begin{cases} \dfrac{۹ - x^۲}{x + ۳} & ; x \neq -۳ \\ A & ; x = -۳ \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲ - ۵x + ۶}{۲ - x} & ; x \neq ۲ \\ B & ; x = ۲ \end{cases}$ باهم مساوی باشند، مقدار $A + B$ کدام است؟

۱) -۵

۲) ۵

۳) -۷

۴) ۷

۳۲ تابع $y = |۲x - |x||$ با کدام‌یک از توابع زیر مساوی است؟

۱) $y = ۲|x| - x$

۲) $y = x - ۲|x|$

۳) $y = |x| - ۲x$

۴) $y = ۲x - |x|$

۳۳ اگر توابع $f(x)=\sqrt{(x-a)^{۲}(x-b)}$ و $g(x)=|x-a|\sqrt{x+۲}$ باهم برابر باشند، مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) -۳
۲) -۵
۳) -۷
۴) -۹

۳۴ اگر توابع $f(x)=\sqrt{x-a}+\sqrt{-۲x+b}+c$ و $g=\{(۳,a)\}$ برابر باشند، آنگاه $a+۲b+c$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۶
۳) -۳
۴) ۱۸

۳۵ با کدام دامنه دو تابع $f(x)=x\sqrt{۱-x}$ و $g(x)=\sqrt{x^{۲}-x^{۳}}$ با یکدیگر مساوی هستند؟

۱) $D=(-\infty,۱]$
۲) $D=[۰,+\infty)$
۳) $D=[۰,۱]$
۴) $D=\{-۱,۰,۱\}$

۳۶ در کدام گزینه توابع داده‌شده برابر <u>نیستند</u>؟

۱) $f(x)=|۱-x|$ و $g(x)=\sqrt{x^{۲}-۲x+۱}$
۲) $f(x)=\frac{\sqrt{x^{۲}}}{x}$ و $g(x)=\frac{x}{|x|}$
۳) $f(x)=\sqrt{x^{۲}+۱}-x$ و $g(x)=\frac{۱}{\sqrt{x^{۲}+۱}+x}$
۴) $f(x)=\sqrt{x^{۲}(x-۱)}$ و $g(x)=|x|\sqrt{x-۱}$

۳۷ تابع $f(x)=۳x+۲$ با دامنهٔ $[-۱,۲]$ مفروض است. اگر برد تابع f دامنهٔ تابع $g(x)=\frac{x-۱}{۲}$ باشد، بزرگ‌ترین عضو صحیح برد تابع g کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۳۸ دامنهٔ تابع خطی f بازهٔ $[۰,۲]$ و برد آن بازهٔ $[-۲,۱]$ است. مقدار $f(\frac{۲}{۳})$ کدام عدد می‌تواند باشد؟

۱) -۲
۲) -۱
۳) $-\frac{۱}{۲}$
۴) ۲

۳۹ در تابع $f(x)=\left|\frac{x-۱}{۲}+۱\right|-۱$ درصورتی‌که دامنه بازهٔ $[-۲,۳]$ باشد، بزرگ‌ترین بازه برای برد این تابع کدام است؟

۱) $[-\frac{۱}{۲},۱]$
۲) $[-۱,۱]$
۳) $[۰,۱]$
۴) $[-۲,۱]$

۴۰ برد تابع $f(x)=\begin{cases} x^{2}-3 & ; x\geq 0 \\ -x-3 & ; x<0 \end{cases}$ کدام است؟

۱) $[-3,+\infty)$
۲) $(-\infty,3]$
۳) $[-3,3]$
۴) $[0,+\infty)$

۴۱ برد تابع $f(x)=\begin{cases} |x+1|-2 & ; x>1 \\ \frac{3}{2} & ; -2\leq x\leq 1 \\ x^{2}+5x+4 & ; x<-2 \end{cases}$ کدام است؟

۱) $[-\frac{9}{4},+\infty)$
۲) $(0,+\infty)$
۳) $(-\frac{9}{4},+\infty)$
۴) $[\frac{3}{2},+\infty)$

۴۲ اگر برد تابع $f(x)=\begin{cases} x^{3}+2 & ; x\leq a \\ 3x+4 & ; x>a \end{cases}$ برابر کل اعداد حقیقی باشد، کمترین مقدار a کدام است؟

۱) ۲
۲) ۲-
۳) ۱-
۴) ۱

۴۳ برد تابع $y=\sqrt{-4x^{2}+4x+6}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۵
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۲

۴۴ اگر $f(x)=\frac{1-\sqrt{x}}{x}$ و $g(x)=\sqrt{x}+1$ باشد، برد تابع $f.g$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{0\}$
۲) $\mathbb{R}-\{-1\}$
۳) $(-1,+\infty)$
۴) $(0,+\infty)$

۴۵ برد تابع با ضابطهٔ $f(x)=\dfrac{x^{3}-x}{x^{2}-x}$ کدام است؟

۱) $\mathbb{R}-\{1,2\}$
۲) $\mathbb{R}-\{0,1\}$
۳) $\mathbb{R}$
۴) $\mathbb{R}-\{0,1,2\}$

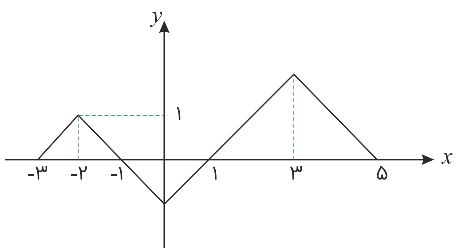
۴۶ برد تابع $f(x)=\frac{12}{\sqrt[3]{|x|+8}}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۷
۲) ۶
۳) ۵
۴) ۸

۴۷ برد تابع $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-۲}-۱}{|۲-x|-x}$ کدام است؟

۱) $(-\infty,\frac{۱}{۲}]$
۲) $[\frac{۱}{۲},+\infty)$
۳) $(-\infty,۱]$
۴) $[۱,+\infty)$

۴۸ اگر شکل زیر نمودار تابع $y=f(\frac{x}{۲}+۱)$ باشد، آنگاه برد تابع $y=\sqrt{|۲f(x)-۳|}$ کدام است؟

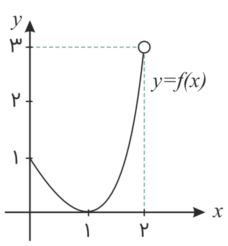


۱) $[۰,\sqrt{۲}]$
۲) $[۰,\sqrt{۳}]$
۳) $[۰,\sqrt{۵}]$
۴) $[\sqrt{۳},\sqrt{۵}]$

۴۹ اگر برد تابع $g(x)$ اعداد حقیقی نامثبت باشد، برد تابع $f(x)=\dfrac{۲g(x)}{g(x)-۲}$ کدام است؟

۱) $[۰,۲)$
۲) $[۰,۱)$
۳) $[-۱,۱)$
۴) $\left[-\frac{۱}{۲},\frac{۳}{۲}\right)$

۵۰ اگر نمودار f به‌صورت زیر باشد، برد $y=۳-۲\sqrt{f^۲(x)+۱۶}$ کدام است؟



۱) $[۳-۴\sqrt{۵},-۵]$
۲) $[-۷,-۵)$
۳) $(-۷,-۵]$
۴) $(۳-۴\sqrt{۵},-۵]$

۱ گزینه ۳

$$\left.\begin{matrix}(۳, m^۲) \in Q \\ (۳, m+۲) \in Q\end{matrix}\right. \Rightarrow m^۲ = m + ۲$$

$$\Rightarrow m^۲ - m - ۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۲ \\ m = -۱ \end{cases}$$

اگر $m = ۲$ باشد، Q تابع نخواهد بود، زیرا $(۲, ۱), (۲, ۴) \in Q$

پس $m = -۱$ است و رابطهٔ Q را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$Q = \{(۳, ۱), (۲, ۱), (-۳, -۱), (۳, +۱), (-۱, ۴)\}$$

$$\Rightarrow R_Q = \{۱, -۱, ۴\}$$

پس R_Q، ۳ عضو دارد.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ تابستان ۱۳۹۸

۲ گزینه ۳

$$f = \{(۳, -۱), (۱, ۲), (a-b, ۲), (۳, a+b)\}$$

$$\text{مجموعهٔ دامنه} : D = \{۳, ۱, a-b\}$$

$$\xrightarrow{\text{باید دو عضو داشته باشد}} \begin{cases} a - b = ۱ \\ \text{یا} \\ a - b = ۳ \end{cases}$$

$$\text{حالت اول} : a - b = ۱ : f = \{(۳, -۱), (۱, ۲), (۱, ۲), (۳, a+b)\}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط تابع بودن}} a + b = -۱$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = ۱ \\ a + b = -۱ \end{cases} \Rightarrow a = ۰, \; b = -۱$$

$$\text{حالت دوم} : a - b = ۳ : f = \{(۳, -۱), (۱, ۲), (۳, ۲), (۳, a+b)\}$$

این رابطه اصلاً تابع نیست. پس $a - b = ۳$ قابل‌قبول نیست؛ درنتیجه فقط $a = ۰$ و $b = -۱$ قابل‌قبول است.

$$\Rightarrow a + b = ۰ - ۱ = -۱$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ تابستان ۱۳۹۸

۳

گزینه ۱

باید تعداد اعضای دامنه، بزرگ‌تر یا مساوی تعداد اعضای برد باشد، پس:

$$۲۹ - ۵n \geq ۳n + ۷ \Rightarrow ۸n \leq ۲۲ \Rightarrow n \leq \frac{۲۲}{۸} = ۲/۷۵$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = ۱ \text{ یا } n = ۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۴ ۱۳۹۸

۴

گزینه ۳

می‌دانیم برد تابع $f(x) = x^۲$ فقط شامل اعداد نامنفی است، زیرا هر عددی به توان زوج برسد، حاصل عددی نامنفی می‌شود. دامنهٔ تابع می‌تواند شامل تمامی ریشه‌های دوم اعداد برد باشد؛ هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ دوم است، پس دامنهٔ تابع حداکثر ۱۰ عضو دارد. (عدد صفر را عضوی از برد در نظر نمی‌گیریم، زیرا در این صورت تعداد اعضای دامنه، حداکثر نیست.)

گزینه دو علوم تجربی دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶
گزینه دو ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۵

گزینه ۴

برای اینکه عبارت به ازای هر x حقیقی تعریف شده باشد، باید عبارت درجه دوم در مخرج کسر ریشه نداشته باشد، یعنی $\Delta < ۰$ باشد؛ پس داریم:

$$A(x) = \frac{۶x^۲ - ۲x}{-kx^۲ + ۲x - ۹k}$$

$$\text{مخرج کسر} : \Delta < ۰ \Rightarrow \Delta = ۴ - ۴(-k)(-۹k) < ۰$$

$$\Rightarrow ۴ - ۳۶k^۲ < ۰ \Rightarrow k^۲ > \frac{۱}{۹} \Rightarrow k > \frac{۱}{۳} \text{ یا } k < -\frac{۱}{۳}$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۷

۶

گزینه ۱

دامنهٔ تابع تنها یک عدد حقیقی را شامل نمی‌شود، بنابراین مخرج تابع f تنها یک ریشهٔ حقیقی (ریشهٔ مضاعف) $x = ۳$ دارد. درنتیجه مخرج کسر باید به‌صورت $k(x-۳)^۲$ باشد. باتوجه‌به اینکه ضریب $x^۲$ برابر ۲ است؛ بنابراین:

$$\text{مخرج} : ۲(x-۳)^۲ = ۲(x^۲ - ۶x + ۹)$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + ax + b = ۲x^۲ - ۱۲x + ۱۸$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۱۲ \\ b = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow a - b = -۳۰$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۸

۷

گزینه ۱

چون دامنهٔ تابع f به‌صورت $\mathbb{R}-\{5,b\}$ است، پس $x=5$ ریشهٔ مخرج f است:

$$5^2+5a-10=0 \Rightarrow a=-3$$

با جایگذاری $a=-3$، مخرج تابع f را مساوی صفر قرار می‌دهیم تا b نیز به دست آید:

$$x^2-3x-10=0 \Rightarrow (x-5)(x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ x=-2 \Rightarrow b=-2 \end{cases}$$

با جایگذاری $a=-3$ و $b=-2$، معادلهٔ $f(c)=1$ را حل می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{x^2-8x+3}{x^2-3x-10} \xrightarrow{f(c)=1} c^2-8c+3=c^2-3c-10$$

$$\Rightarrow 5c=13 \Rightarrow c=\frac{13}{5}=2/6$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۸

گزینه ۳

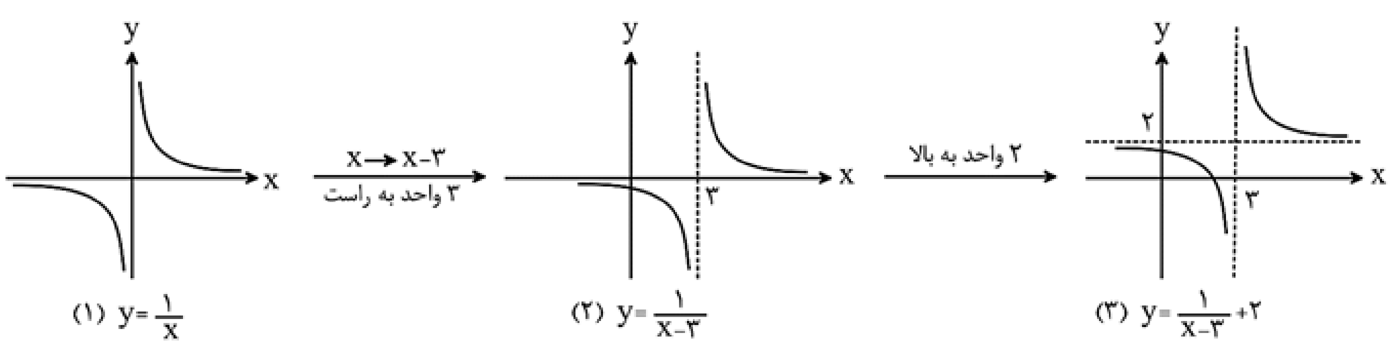
عدد ۳ در دامنهٔ f نیست، پس $x=3$ ریشهٔ مخرج f است:

$$3+k=0 \Rightarrow k=-3$$

با جایگذاری $k=-3$، تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{2x-5}{x-3}=\frac{2x-6+1}{x-3}=2+\frac{1}{x-3}$$

برای رسم تابع $f(x)=\frac{1}{x-3}+2$، مراحل زیر را روی تابع $y=\frac{1}{x}$ انجام می‌دهیم:



پس نمودار f فقط از ناحیهٔ سوم عبور نمی‌کند.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ تابستان ۱۳۹۸

۹

گزینه ۳

$$\frac{x-1}{x^2-2x} \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \end{cases}$$

x	$-\infty$	0		1		2	$+\infty$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2-2x	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{x-1}{x^2-2x}$	$-$	ت ن	$+$	0	$-$	ت ن	$+$

مجموعه جواب $: D_f = (0,1] \cup (2,+\infty)$

در دامنهٔ تابع موردنظر، دو عدد صحیح و نامنفی صفر و ۲ وجود ندارد.

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۶

۱۰

گزینه ۴

$$y=\sqrt{x+\frac{2x+1}{x}}=\sqrt{\frac{x^2+2x+1}{x}}=\frac{x^2+2x+1}{x} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{x} \geq 0$$

پس دامنهٔ تابع برابر $\{-1\} \cup (0,+\infty)$ است.

قلمچی علوم تجربی سوم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۱۱

گزینه ۲

$$\begin{cases} 9-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow |x| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3 \\ 9-|2x+5| > 0 \Rightarrow |2x+5| < 9 \Rightarrow -9 < 2x+5 < 9 \Rightarrow -14 < 2x < 4 \Rightarrow -7 < x < 2 \end{cases}$$

$$[-3,3] \cap (-7,2) = [-3,2)$$

اعداد صحیح منفی در دامنه: ۱− و ۲− و ۳−
اعداد صحیح مثبت در دامنه: ۱
پس جواب برابر ۳ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۱۲

گزینه ۲

$$۲ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۲ \quad (۱)$$
$$x - \sqrt{۲ - x} \geq ۰ \Rightarrow x \geq \sqrt{۲ - x}$$

دقت کنید در عبارت فوق $x \geq ۰$ است چون سمت راست نامنفی است.

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان}۲} x^۲ \geq ۲ - x \Rightarrow x^۲ + x - ۲ \geq ۰ \Rightarrow (x + ۲)(x - ۱) \geq ۰ \xrightarrow{x\geq ۰} x \geq ۱ \quad (۲)$$
$$\xrightarrow{\text{اشتراک}(۱),(۲)} ۱ \leq x \leq ۲ \Rightarrow D_y = [۱, ۲]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۷ ۱۳۹۴

۱۳

گزینه ۳

تابع $f(-x)$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = \sqrt{x + |x + ۲|} \Rightarrow f(-x) = \sqrt{-x + |-x + ۲|} = \sqrt{|x - ۲| - x}$$

باید زیر رادیکال نامنفی باشد، لذا:

$$|x - ۲| - x \geq ۰ \Rightarrow \begin{cases} x \geq ۲ : \cancel{x} - ۲ - \cancel{x} \geq ۰ \Rightarrow -۲ \geq ۰ \quad \text{غ.ق.ق} \\ x < ۲ : -x + ۲ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۱ \end{cases}$$

بنابراین دامنهٔ تابع $f(-x)$، $x \leq ۱$ است.

قلمچی علوم تجربی دوازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۸

۱۴

گزینه ۳

$$۴ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow x^۲ \leq ۴ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۲$$

مخرج صفر نباشد:

$$[\frac{x}{۲}] = ۱ \Rightarrow ۱ \leq \frac{x}{۲} < ۲ \Rightarrow ۲ \leq x < ۴$$
$$D_f = [-۲, ۲] - [۲, ۴) = [-۲, ۲) = [a, b) \Rightarrow b - a = ۲ - (-۲) = ۴$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۷

۱۵

گزینه ۱

ابتدا دامنهٔ توابع f و g را به دست می‌آوریم:

$$f(x)=\log\frac{۵-x}{x+۲}\Rightarrow\frac{۵-x}{x+۲}>۰$$

x		-۲		۵	
$۵-x$	$+$		$+$	۰	$-$
$x+۲$	$-$	۰	$+$		$+$
$\frac{۵-x}{x+۲}$	$-$	ت ن	$+$	۰	

$$\Rightarrow D_f=(-۲,۵)$$

$$g(x)=\frac{x}{\sqrt{۲-x}}\Rightarrow ۲-x>۰\Rightarrow x<۲\Rightarrow D_g=(-\infty,۲)$$

$$D_{\frac{f}{g}}=(D_f\cap D_g)-\{x|g(x)=۰\}$$

$$=((-۲,۵)\cap(-\infty,۲))-\left\{x|\frac{x}{\sqrt{۲-x}}=۰\right\}=(-۲,۲)-\{۰\}$$

اعداد صحیح بازهٔ فوق ۱− و ۱ هستند.

۱۶

گزینه ۲

$$-۴^x + ۹(۲^x) - ۸ \geq ۰ \Rightarrow -(۲^x)^۲ + ۹(۲^x) - ۸ \geq ۰$$

با فرض $۲^x = t$ داریم:

$$-t^۲ + ۹t - ۸ \geq ۰$$

درنتیجه جمع ضرایب ثابت معادلهٔ درجه دوم صفر است، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱ \\ t_۲ = \dfrac{c}{a} = ۸ \end{cases}$$

t	۱		۸	
$-t^۲+۹t-۸$	$-$	$+$		$-$

$$\Rightarrow ۱ \leq t \leq ۸$$

$$۲^۰ = ۱ \leq ۲^x \leq ۸ = ۲^۳ \Rightarrow ۰ \leq x \leq ۳ \Rightarrow \max(b-a) = ۳ - ۰ = ۳$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۶

۱۷

گزینه ۳

برای اینکه دامنه $\mathbb{R}$ باشد، باید زیر رادیکال همواره نامنفی باشد.

$$(۲a - ۳)x^۲ + ۴ax + ۲a - ۳ \geq ۰$$

برای آنکه نامعادلهٔ درجه دو نامنفی باشد، باید ضریب $x^۲$ مثبت و دلتای عبارت درجهٔ دوم منفی یا صفر باشد.

$$۲a - ۳ > ۰ \Rightarrow a > \frac{۳}{۲} \quad (۱)$$

$$\Delta \leq ۰ \Rightarrow (۴a)^۲ - ۴(۲a - ۳)(۲a - ۳) \leq ۰$$

$$\Rightarrow ۱۶a^۲ - ۴(۴a^۲ - ۱۲a + ۹) \leq ۰ \Rightarrow -۴(-۱۲a + ۹) \leq ۰ \Rightarrow a \leq \frac{۳}{۴} \quad (۲)$$

$$(۱) \cap (۲) = \varnothing$$

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۶

۱۸

گزینه ۲

می‌دانیم دامنهٔ تابع f مجموعه مقادیری از x می‌باشند که به ازای آن‌ها $ax^۲ + bx + c \geq ۰$ باشد، لذا باتوجه‌به فرض سؤال مبنی بر اینکه دامنهٔ تابع بازهٔ $[-۲, ۲]$ است، جدول تعیین علامت تابع درجه دوم $y = ax^۲ + bx + c$ به شکل زیر خواهد بود: $(\Delta > ۰)$

x		$x_۱$		$x_۲$	
علامت y	موافق علامت a	۰	مخالف علامت a	۰	موافق علامت a

مجموعه جواب نامعادلهٔ $ax^۲ + bx + c \geq ۰$ برابر با $[-۲, ۲]$ است. ازطرفی داریم:

$$f(۰) = ۲ \Rightarrow \sqrt{a(۰)^۲ + b(۰) + c} = \sqrt{c} = ۲ \Rightarrow c = ۴$$

لذا نتیجه می‌گیریم که:

$$\left.\begin{array}{l} f(-۲) = ۰ \Rightarrow ۴a - ۲b + ۴ = ۰ \\ f(۲) = ۰ \Rightarrow ۴a + ۲b + ۴ = ۰ \end{array}\right\} \Rightarrow a = -۱ \,,\ b = ۰ \Rightarrow a - b = -۱$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۱۹

گزینه ۳

باتوجه‌به اینکه دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt{(x-۲)(x^۲ + ax + b)}$ بازهٔ $[۱, +\infty)$ است، پس عبارت $(x-۲)(x^۲ + ax + b)$ نباید در $x = ۲$ تغییر علامت بدهد؛ ولی باید در $x = ۱$ تغییر علامت بدهد، پس $x = ۱$ و $x = ۲$ ریشه‌های معادلهٔ $x^۲ + ax + b = ۰$ هستند.

$$x^۲ + ax + b = (x-۱)(x-۲) = x^۲ - ۳x + ۲$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۳ \\ b = ۲ \end{cases} \Rightarrow b - a = ۵$$

دقت کنید که در این صورت داریم $f(x) = \sqrt{(x-۲)^۲(x-۱)} = |x-۲|\sqrt{(x-۱)}$ که دامنهٔ آن طبق فرض بازهٔ $[۱, +\infty)$ است.

گزینه دو ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۷

۲۰

گزینه ۴

عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد؛ پس:

$$(a^۲ - ۴)x^۲ + ax + ۶ \geq ۰ \quad (*)$$

مجموعه جواب این نامعادله بازهٔ $(-\infty, b]$ است. می‌دانیم مجموعه جواب نامعادلهٔ درجه دوم هیچ‌گاه به‌صورت $(-\infty, b]$ نیست، بلکه به‌صورت $(-\infty, b] \cup [c, +\infty)$ یا $\{c\}$ یا $\mathbb{R}$ یا $\{\}$ یا $[b, c]$ می‌تواند باشد (b و c ریشه‌های عبارت درجه ۲ هستند)، پس عبارت زیر رادیکال، درجهٔ دوم نیست. درنتیجه ضریب $x^۲$ برابر با صفر است:

$$a^۲ - ۴ = ۰ \Rightarrow a = \pm ۲$$

هر دو مقدار a را بررسی می‌کنیم:

$$۱)\ a = ۲ \xrightarrow{(*)} ۲x + ۶ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -۳ \Rightarrow \text{مجموعهٔ جواب} = [-۳, +\infty)$$

باتوجه‌به اینکه مجموعه جواب داده‌شده به‌صورت $(-\infty, b]$ است، پس این حالت قابل‌قبول نیست.

$$۲)\ a = -۲ \xrightarrow{(*)} -۲x + ۶ \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۳ \Rightarrow b = ۳$$

پس:

$$a + b = -۲ + ۳ = ۱$$

۲۱

گزینه ۳

چون دامنهٔ f بازهٔ $[-۲, +\infty)$ است، داریم:

$$f(x) = ۳ + \sqrt{ax+b} : ax+b \geq ۰ \Rightarrow ax \geq -b$$

$$\xrightarrow[a>۰]{\text{باتوجه‌به دامنه}} x \geq -\frac{b}{a} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -۲ \Rightarrow b = ۲a$$

ازطرفی نمودار تابع f، خط $۲y - ۴x = ۱۰$ را روی محور yها قطع کرده است؛ پس طول نقطهٔ برخورد صفر بوده و عرض آن برابر می‌شود با:

$$۲y - ۴x = ۱۰ \xrightarrow{x=۰} ۲y = ۱۰ \Rightarrow y = ۵ \Rightarrow \text{نقطهٔ برخورد} : (۰, ۵)$$

ازآنجاکه این نقطه بر روی هر دو نمودار قرار دارد، مختصاتش در ضابطهٔ f نیز صدق می‌کند:

$$f(x) = ۳ + \sqrt{ax+b} \xrightarrow{(۰,۵)\in f} ۵ = ۳ + \sqrt{a(۰)+b}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b} = ۲ \Rightarrow b = ۴ \xrightarrow{b=۲a} ۴ = ۲a \Rightarrow a = ۲$$

بنابراین:

$$a + b = ۶$$

$$f(x) = ۳ + \sqrt{۲x+۴}$$

$$\xrightarrow{x=۶} f(۶) = ۳ + \sqrt{۲ \times (۶) + ۴} = ۳ + \sqrt{۱۶} = ۳ + ۴ = ۷$$

قلمچی علوم تجربی یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۲۲

گزینه ۲

تابع f در محدودهٔ $x \leq ۲$ قابل‌تعریف است. باتوجه‌به ضابطهٔ تابع برای به دست آوردن a عبارت زیر رادیکال را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم، بنابراین داریم:

$$\frac{a}{۲}x + ۲ \geq ۰ \Rightarrow \frac{a}{۲}x \geq -۲ \Rightarrow ax \geq -۴ \quad (*)$$

با معادل‌سازی نابرابری (*) با محدودهٔ داده‌شده در سؤال، مشخص است که علامت a منفی است؛ پس با تقسیم رابطهٔ (*) بر a جهت نامساوی عوض می‌شود، پس:

$$ax \geq -۴ \xrightarrow{\div a} x \leq -\frac{۴}{a} \Rightarrow \frac{-۴}{a} = ۲ \Rightarrow a = -۲$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت $f(x) = ۴ + \sqrt{-x+۲}$ است. حال با داشتن ضابطهٔ تابع برد را محاسبه می‌کنیم:

$$\sqrt{-x+۲} \geq ۰ \xrightarrow{+۴} ۴ + \sqrt{-x+۲} \geq ۴ \Rightarrow f(x) \geq ۴$$

پس برد تابع به‌صورت $[۴, +\infty)$ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۲۳

گزینه ۴

باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد یعنی: $xf(x) \geq ۰$

$x.f(x) \geq ۰ \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۰$ یا $۱ \leq x \leq ۲$

$\Rightarrow x \in [-۳, ۰] \cup [۱, ۲]$

	-۴		-۳		۰		۱		۲
x		$-$		$-$	۰	$+$		$+$	
f(x)		$+$	۰	$-$		$-$	۰	$+$	۰
x.f(x)		$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$	۰

قلمچی علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۴

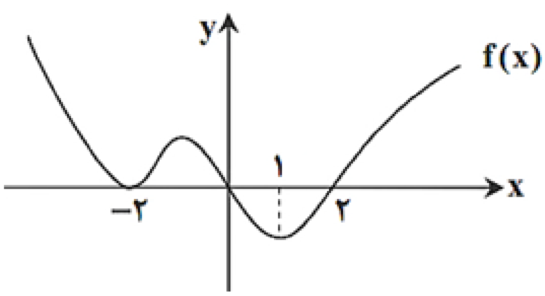
۲۴

گزینه ۳

باتوجه‌به شکل، دامنهٔ تابع $f(x)$ برابر $\mathbb{R}$ است؛ ازطرفی می‌دانیم زیر رادیکال با فرجهٔ زوج باید همواره نامنفی باشد. بنابراین: $(۲x-۲)f(x) \geq ۰$

با استفاده از جدول تعیین علامت داریم:

(دقت کنید که محل تقاطع نمودار $f(x)$ با محور xها همان ریشه‌های معادلهٔ $f(x)$ است)



x		-۲		۰		۱		۲	
$۲x-۲$	$-$		$-$		$-$	۰	$+$		$+$
f(x)	$+$	۰	$+$	۰	$-$		$-$	۰	$+$
$(۲x-۲)f(x)$	$-$	۰	$-$	۰	$+$	۰	$-$	۰	$+$

پس دامنهٔ $y = \sqrt{(۲x-۲)f(x)}$ برابر است با:

$[۰, ۱] \cup [۲, +\infty) \cup \{-۲\}$

گزینه دو علوم تجربی چهارم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۵

۲۵

گزینه ۴

برای به دست آوردن دامنه کافی است نامعادلهٔ $(x^۲ - ۵x + ۴)f(x) > ۰$ را بررسی کنیم.

$$x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۴ \end{cases}$$

x		۱		۴	
$x^۲-۵x+۴$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

باتوجه‌به جدول بالا و نمودار تابع، جدول زیر را رسم می‌کنیم.

x		۱		۳		۴		۵	
$x^۲-۵x+۴$	$+$	۰	-		-	۰	$+$		$+$
f(x)	-	۰	$+$	۰	-		-	۰	$+$
$(x^۲-۵x+۴)f(x)$	-	۰	-	۰	$+$	۰	-	۰	$+$

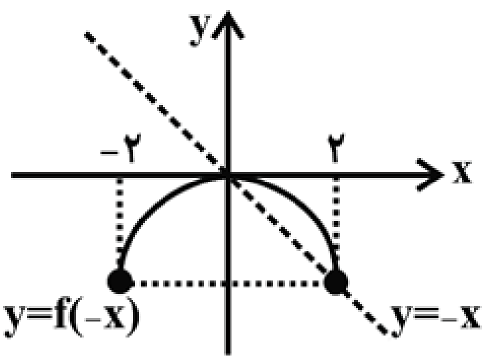
$\Rightarrow D_y = (۳, ۴) \cup (۵, +\infty$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۲۶

گزینه ۲

برای محاسبهٔ دامنهٔ g باید نامعادلهٔ $f(-x)+x\geq ۰$ را حل کنیم. نمودار f نسبت به محور yها متقارن است؛ بنابراین $f(-x)$ بر $f(x)$ منطبق می‌باشد. باتوجه‌به شکل داریم:



$$۰\leq x\leq ۲\Rightarrow f(-x)\geq -x$$
$$\Rightarrow f(-x)+x\geq ۰$$
$$-۲\leq x<۰\Rightarrow f(-x)<-x$$
$$\Rightarrow f(-x)+x<۰$$

پس دامنهٔ g بازهٔ $[۰,۲]$ است.

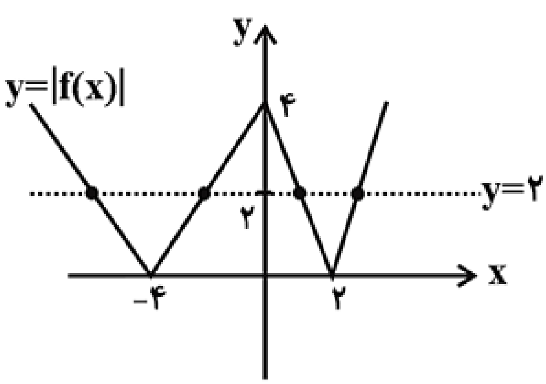
قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۷ ۱۳۹۵

۲۷

گزینه ۳

ابتدا نمودار $y=|f(x)|$ را رسم می‌کنیم:

در تابع $g(x)$ باتوجه‌به اینکه عبارت زیر رادیکال باید نامنفی باشد، داریم:



$$۲-|f(x)|\geq ۰\Rightarrow |f(x)|\leq ۲$$

واضح است که باید نقاطی را پیدا کنیم که در آن‌ها $|f(x)|=۲$ باشد.

$$f(x)=\begin{cases}x+۴, & x<۰\\ -۲x+۴, & x\geq ۰\end{cases}\xrightarrow{|f(x)|=۲}\begin{cases}x+۴=۲\Rightarrow x=-۲\\ x+۴=-۲\Rightarrow x=-۶\\ -۲x+۴=۲\Rightarrow x=۱\\ -۲x+۴=-۲\Rightarrow x=۳\end{cases}$$

دامنهٔ تابع $g(x)$، نقاطی می‌شود که در آن مقدار تابع $y=|f(x)|$ کمتر یا مساوی ۲ باشد:

$$D_g=[-۶,-۲]\cup[۱,۳]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۸ ۱۳۹۷

۲۸

گزینه ۴

مجموعه‌های برابر یعنی اعضای برابر، بنابراین:

$$\begin{cases}b+۱=۲\Rightarrow b=۱\\ ۲a-۱=-۱\Rightarrow a=۰\end{cases}\Rightarrow (c,d)=(۲a^۲-۱,b^۲+۱)=(-۱,۲)\Rightarrow c+d=۱$$

توجه کنید که $b^۲+۱=-۱$ نادرست و غیرقابل‌قبول است.

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱ ۱۳۹۸

۲۹

گزینه ۲

دو تابع را برابر در نظر می‌گیریم. البته دقت داریم که $D_f = \mathbb{R} - \{-۳\}$ است، پس مخرج g باید فقط یک ریشهٔ ۳- داشته باشد تا دامنه‌ها برابر شوند، یعنی باید $(x+۳)^۲$ باشد، پس باید مخرج $(x+۳)^۲ = x^۲ + ۶x + ۹$ باشد، یعنی $c = ۶$ و $d = ۹$.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{x-a}{(x+۳)^۲} = \frac{b}{x+۳} \xrightarrow{x \neq -۳} \frac{x-a}{x+۳} = \frac{b}{۱}$$

$$\Rightarrow x - a = bx + ۳b \Rightarrow \begin{cases} b = ۱ \\ a = -۳ \end{cases}$$

پس:

$$\frac{abc}{d} = \frac{(-۳)(۱)(۶)}{۹} = \frac{-۱۸}{۹} = -۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ ۱۳۹۸

۳۰

گزینه ۱

دامنهٔ هر دو تابع برابر با $\mathbb{R}$ است؛ بنابراین برای تساوی دو تابع باید به ازای هر x از دامنه داشته باشیم: $f(x) = g(x)$.

$$x \neq -۱ \Rightarrow f(x) = \frac{x^۲ + ۳x + ۲}{x+۱} = \frac{(x+۲)(x+۱)}{x+۱} = x + ۲$$

$$f(x) = g(x)$$

به ازای $x = -۱$ داریم:

$$x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = ۳a + ۷ \ , \ g(-۱) = -۱ + ۲ = ۱$$

$$\xrightarrow{f(-۱)=g(-۱)} ۳a + ۷ = ۱ \Rightarrow ۳a = -۶ \Rightarrow a = -۲$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۳۱

گزینه ۴

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{(۳-x)(۳+x)}{x+۳} & ; x \neq -۳ \\ A & ; x = -۳ \end{cases} = \begin{cases} ۳ - x & ; x \neq ۳ \Rightarrow f(۲) = ۱ \\ A & ; x = -۳ \Rightarrow f(-۳) = A \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{(x-۲)(x-۳)}{۲-x} & ; x \neq ۲ \\ B & ; x = ۲ \end{cases} = \begin{cases} ۳ - x & ; x \neq ۲ \Rightarrow g(-۳) = ۶ \\ B & ; x = ۲ \Rightarrow g(۲) = B \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(۲) = g(۲) \Rightarrow B = ۱ \\ g(-۳) = f(-۳) \Rightarrow A = ۶ \end{array}\right\} \Rightarrow A + B = ۷$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۳ تابستان ۱۳۹۸

۳۲

گزینه ۱

$$y = |۲x - |x|| = \begin{cases} |۲x - (-x)| = |۳x| = -۳x & ; x < ۰ \\ |۲x - x| = |x| = x & ; x \geq ۰ \end{cases}$$

گزینهٔ ۱ : $y = ۲|x| - x = \begin{cases} -۲x - x = -۳x & ; x < ۰ \\ ۲x - x = x & ; x \geq ۰ \end{cases}$

گزینهٔ ۲ : $y = x - ۲|x| = \begin{cases} x - ۲(-x) = ۳x & ; x < ۰ \\ x - ۲x = -x & ; x \geq ۰ \end{cases}$

گزینهٔ ۳ : $y = |x| - ۲x = \begin{cases} -x - ۲x = -۳x & ; x < ۰ \\ x - ۲x = -x & ; x \geq ۰ \end{cases}$

گزینهٔ ۴ : $y = ۲x - |x| = \begin{cases} ۲x - (-x) = ۳x & ; x < ۰ \\ ۲x - x = x & ; x \geq ۰ \end{cases}$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۵ تابستان ۱۳۹۸

۳۳

گزینه ۱

از تساوی f و g نتیجه می‌گیریم که $b = -۲$. برای انتخاب a باید حواسمان به دامنهٔ دو تابع باشد. دامنهٔ تابع f را در دو حالت زیر به دست می‌آوریم:

۱) $a \geq -۲$:

x		$b = -۲$		a	
$(x-a)^۲(x-b)$	$-$	۰	$+$	۰	$+$

درنتیجه: $D_f = [-۲, +\infty)$

۲) $a < -۲$:

x		a		$b = -۲$	
$(x-a)^۲(x-b)$	$-$	۰	$-$	۰	$+$

درنتیجه: $D_f = \{a\} \cup [-۲, +\infty)$

از طرفی چون $D_g = [-۲, +\infty)$ است، پس برای آنکه $D_f = D_g$ باشد، باید $a \in [-۲, +\infty)$ باشد، پس:

$$a \geq -۲ \xrightarrow{+b} a + b \geq \underbrace{-۲ + b}_{-۴} \Rightarrow a + b \geq -۴$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۷

۳۴

گزینه ۴

می‌دانیم $D_g = \{۳\}$ است؛ پس باید D_f هم فقط شامل $x = ۳$ باشد.

$$\begin{cases} x - a \geq ۰ \Rightarrow x \geq a \\ -۲x + b \geq ۰ \Rightarrow ۲x \leq b \Rightarrow x \leq \dfrac{b}{۲} \end{cases} \Rightarrow a \leq x \leq \frac{b}{۲}$$

برای آنکه دامنهٔ f مجموعهٔ تک‌عضوی $\{۳\}$ باشد باید $\frac{b}{۲} = ۳$ = a باشد، پس $b = ۶$ و $a = ۳$ است.

پس ضابطهٔ f به‌صورت $f(x) = \sqrt{x - ۳} + \sqrt{-۲x + ۶} + c$ درمی‌آید. مقدار دو تابع در $x = ۳$ را باهم برابر قرار می‌دهیم:

$$f(۳) = g(۳) \Rightarrow a = c \xrightarrow{a=۳} c = ۳$$

$$\Rightarrow a + ۲b + c = ۳ + ۲ \times (۶) + ۳ = ۱۸$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ تابستان ۱۳۹۸

۳۵

گزینه ۳

نکته: دو تابع f و g برابرند، هرگاه:

الف) دامنهٔ f و دامنهٔ g باهم برابر باشند.

ب) برای هر x از این دامنهٔ یکسان، داشته باشیم:

$$f(x) = g(x)$$

نکته:

$$\sqrt{x^۲} = |x| = \begin{cases} x & ; x \geq ۰ \\ -x & ; x < ۰ \end{cases}$$

$$g(x) = \sqrt{x^۲ - x^۳} = \sqrt{x^۲(۱ - x)} = \sqrt{x^۲} \times \sqrt{۱ - x} = |x|\sqrt{۱ - x}$$

طبق فرض این تابع با تابع $f(x) = x\sqrt{۱ - x}$ برابر است، پس باید داشته باشیم:

$$|x| = x \Rightarrow x \geq ۰ \quad (*)$$

ازطرفی باید عبارت $\sqrt{۱ - x}$ تعریف شده باشد، پس:

$$۱ - x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۱ \quad (**)$$

از (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$۰ \leq x \leq ۱$$

گزینه دو ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۴ ۱۳۹۷

۳۶

گزینه ۴

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. در همهٔ گزینه‌ها دو شرط برابر بودن ضابطه‌ها و تساوی دامنه‌ها باید چک شود:

گزینهٔ ۱ : $\left.\begin{array}{l} f(x)=|1-x|=|x-1| \\ g(x)=\sqrt{x^2-2x+1}=\sqrt{(x-1)^2}=|x-1| \end{array}\right\} \Rightarrow$ ضابطه‌ها برابرند ✓

$D_f=D_g=\mathbb{R}$ دامنه‌ها برابرند ✓

گزینهٔ ۲ : $\left.\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2}}{x}=\dfrac{|x|}{x}=\begin{cases}1 & ;x>0\\ -1 & ;x<0\end{cases} \\ g(x)=\dfrac{x}{|x|}=\begin{cases}1 & ;x>0\\ -1 & ;x<0\end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow$ ضابطه‌ها برابرند ✓

$D_f=D_g=\mathbb{R}-\{0\}$ دامنه‌ها برابرند ✓

گزینهٔ ۳ : $\left.\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{x^2+1}-x \\ g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\times\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}-x}=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x}{x^2+1-x^2}=\sqrt{x^2+1}-x \end{array}\right\} \Rightarrow$ ضابطه‌ها برابرند ✓

$D_f=D_g=\mathbb{R}$ دامنه‌ها برابرند ✓

گزینهٔ ۴ : $\left.\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{x^2(x-1)}=\sqrt{x^2}\times\sqrt{x-1}=|x|\sqrt{x-1} \\ g(x)=|x|\sqrt{x-1} \end{array}\right\} \Rightarrow$ ضابطه‌ها برابرند ✓

$\left.\begin{array}{l} D_f=\{0\}\cup[1,+\infty) \\ D_g=[1,+\infty) \end{array}\right\} \Rightarrow D_f \neq D_g$ دامنه‌ها برابر نیستند ×

در گزینهٔ "۴"، دامنهٔ دو تابع باهم برابر نیست، پس توابع f و g برابر نیستند.

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ تابستان ۱۳۹۸

۳۷

گزینه ۳

از روی دامنهٔ f تابع f را می‌سازیم تا برد f حاصل شود.

$$-1\le x\le 2 \Rightarrow -3\le 3x\le 6 \Rightarrow -1\le 3x+2\le 8$$

لذا دامنهٔ تابع g بازهٔ $[-1,8]$ است.

$$-1\le x\le 8 \Rightarrow -1-1\le x-1\le 8-1$$
$$\Rightarrow -\frac{2}{2}\le\frac{x-1}{2}\le\frac{7}{2} \Rightarrow -1\le g(x)\le 3/5$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۳۸

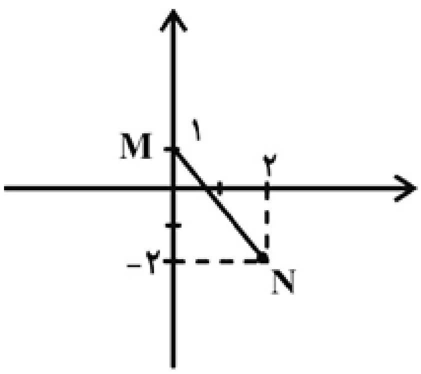
گزینه ۲

دو حالت می‌توان در نظر گرفت:

حالت اول:

$$D=[0,2]\ ,\ R=[-2,1]\ ,\ M=\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}\ ,\ N=\begin{bmatrix}2\\-2\end{bmatrix}\Rightarrow m=\frac{-2-1}{2-0}=\frac{-3}{2}$$

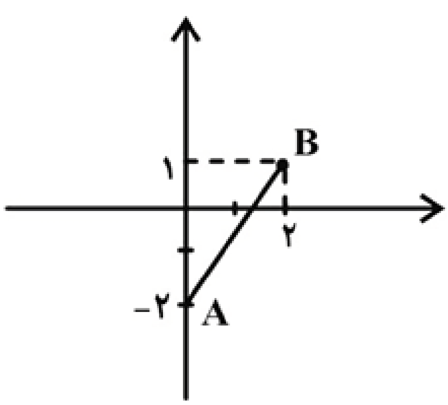
$$y-y_M=m(x-x_M)\Rightarrow y-1=\frac{-3}{2}(x-0)\Rightarrow y=-\frac{3}{2}x+1\Rightarrow f(\frac{2}{3})=-1+1=0$$



حالت دوم:

$$D=[0,2]\ ,\ R=[-2,1]\ ,\ A=\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}\ ,\ B=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}\Rightarrow m=\frac{-2-1}{0-2}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$$

$$y-y_A=m(x-x_A)\Rightarrow y+2=\frac{3}{2}(x-0)\Rightarrow y=\frac{3}{2}x-2\Rightarrow f(\frac{2}{3})=1-2=-1$$



پس دو مقدار صفر یا ۱- می‌تواند باشد.

۳۹

گزینه ۲

$$f(x)=\left|\frac{x-1+2}{2}\right|-1=\left|\frac{x+1}{2}\right|-1$$

راه‌حل اول:

$$\left.\begin{array}{l} -1\le x\le 3\Rightarrow f(x)=\frac{x+1}{2}-1=\frac{x-1}{2}\Rightarrow -1\le f(x)\le 1 \\ -2\le x\le -1\Rightarrow f(x)=\frac{-x-1}{2}-1=\frac{-x-3}{2}\Rightarrow -1\le f(x)\le -\frac{1}{2}\end{array}\right\}\Rightarrow R_f=[-1,1]$$

راه‌حل دوم:

$$-2\le x\le 3\Rightarrow -1\le x+1\le 4\Rightarrow -\frac{1}{2}\le\frac{x+1}{2}\le 2$$

$$\Rightarrow 0\le\left|\frac{x+1}{2}\right|\le 2\Rightarrow -1\le\left|\frac{x+1}{2}\right|-1\le 1\Rightarrow \text{برد تابع}=R_f=[-1,1]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۱ ۱۳۹۷

۴۰

گزینه ۱

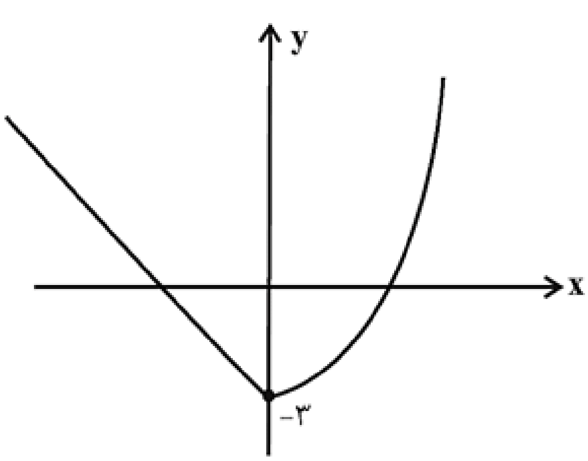
راه‌حل اول:

$$\left.\begin{array}{l} x\ge 0\Rightarrow x^2\ge 0\Rightarrow x^2-3\ge -3\Rightarrow R_1=[-3,+\infty) \\ x<0\Rightarrow -x>0\Rightarrow -x-3>-3\Rightarrow R_2=(-3,+\infty)\end{array}\right\}\xrightarrow{\cup} R_f=[-3,+\infty)$$

راه‌حل دوم:

تابع را به کمک انتقال تابع $y=x^2$ به‌صورت زیر رسم می‌کنیم:

$$y=-x-3\quad ;x<0$$
$$y=x^2-3\quad ;x\ge 0$$



درنتیجه: $R_f=[-3,+\infty)$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۷

۴۱

گزینه ۱

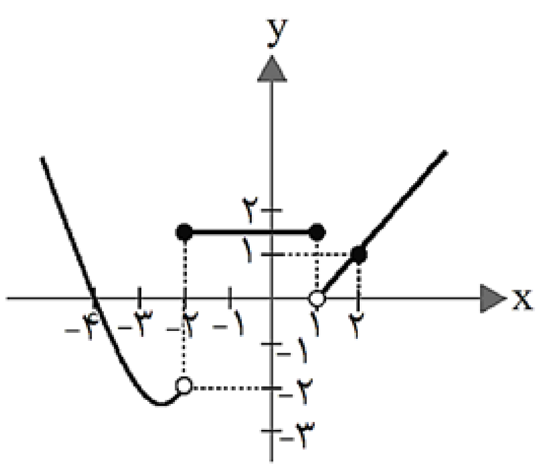
تابع $|x+1|$ در بازهٔ $x > 1$ همواره مثبت است؛ بنابراین علامت قدر مطلق آن را برمی‌داریم:

$$y = |x+1| - 2 = (x+1) - 2 = x - 1 \xrightarrow{\text{دو نقطه}} \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

$$y = x^2 + 5x + 4 = x^2 + 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + 4$$

$$= (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{سه نقطه}} \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \Rightarrow y = -\frac{9}{4} \\ x = -2 \Rightarrow y = -2 \\ x = -4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

باتوجه‌به عبارات به‌دست‌آمده، حال نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



بنابراین تابع همواره از $-\frac{9}{4}$ بزرگ‌تر یا مساوی است و همهٔ نقاط بزرگ‌تر یا مساوی با آن را پوشش می‌دهد.

$$\text{f برد تابع} = [-\frac{9}{4}, +\infty)$$

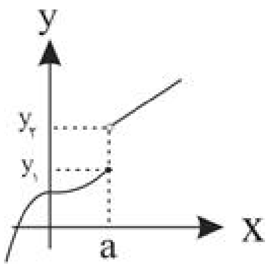
قلمچی علوم تجربی دهم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۶

قلمچی ریاضی و فیزیک دهم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۶

۴۲

گزینه ۳

نمودار تابع $f(x)$ برای یک $a > 0$ دلخواه به‌صورت زیر است:



که در آن $y_1 = a^3 + 2$ و $y_2 = 3a + 4$. باتوجه‌به شکل برد تابع برابر است با: $R_f = (-\infty, a^3 + 2] \cup (3a + 4, +\infty)$
بنابراین برای اینکه برد تابع برابر $\mathbb{R}$ باشد باید:

$$3a + 4 \leq a^3 + 2 \Rightarrow a^3 - 3a - 2 \geq 0 \Rightarrow a^3 - a - 2a - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow a(a-1)(a+1) - 2(a+1) \geq 0 \Rightarrow (a+1)(a^2 - a - 2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2(a-2) \geq 0 \xrightarrow{(a+1)^2 \geq 0} a \in [2, +\infty) \cup \{-1\} \Rightarrow \min\{a\} = -1$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۴۳

گزینه ۳

راه‌حل اول:

$$y = \sqrt{-(4x^2 - 4x) + 6} = \sqrt{-((2x-1)^2 - 1) + 6} = \sqrt{7 - (2x-1)^2}$$

$$(2x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow -(2x-1)^2 \leq 0 \Rightarrow 7 - (2x-1)^2 \leq 7$$

$$\xrightarrow{7-(2x-1)^2 \geq 0} 0 \leq 7 - (2x-1)^2 \leq 7 \Rightarrow 0 \leq y \leq \sqrt{7}$$

پس برد تابع شامل اعداد صحیح ۰، ۱ و ۲ است.

راه‌حل دوم:

نکته: در تابع درجهٔ دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$، اگر $a > 0$ برد تابع به‌صورت $[f(\frac{-b}{2a}), +\infty)$ و اگر $a < 0$ به‌صورت $(-\infty\, ,\, f(\frac{-b}{2a})]$ است.

$$f(-\frac{b}{2a}) = f(\frac{1}{2}) = 7 \Rightarrow -4x^2 + 4x + 6 \leq 7$$

$$\xrightarrow{-4x^2+4x+6 \geq 0} 0 \leq -4x^2 + 4x + 6 \leq 7 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{-4x^2 + 4x + 6} \leq \sqrt{7}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۵

۴۴

گزینه ۳

برای محاسبهٔ $f.g$ ابتدا دامنهٔ تابع را می‌یابیم:

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{۱-\sqrt{x}}{x} \Rightarrow D_f : x > ۰ \\ g(x) = \sqrt{x}+۱ \Rightarrow D_g : x \geq ۰ \end{cases} \Rightarrow D_{f.g} = D_f \cap D_g : x > ۰$$

حال ضابطهٔ تابع را می‌یابیم:

$$(f.g)(x) = f(x).g(x) = \frac{۱-\sqrt{x}}{x} \times (\sqrt{x}+۱) = \frac{۱-x}{x} = \frac{۱}{x} - ۱$$

درنهایت باتوجه‌به دامنهٔ تابع، برد را می‌یابیم:

$$x > ۰ \Rightarrow \frac{۱}{x} > ۰ \Rightarrow \frac{۱}{x} - ۱ > -۱$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع } f.g = (-۱, +\infty)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۵ ۱۳۹۶

۴۵

گزینه ۱

$$f(x) = \frac{x^۳ - x}{x^۲ - x} = \frac{x(x^۲-۱)}{x(x-۱)}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{x(x-۱)}(x+۱)}{\cancel{x(x-۱)}} \xrightarrow{x \neq ۰,۱} f(x) = x+۱$$

تابع f ، برابر $f(x) = x+۱$ است که فقط در دو نقطه به طول‌های $x = ۱$ و $x = ۰$ تعریف نمی‌شود. برد تابع خطی غیرافقی، $\mathbb{R}$ است، پس برد تابع f مجموعهٔ اعداد حقیقی، به‌جز مقدار تابع در این دو نقطه یعنی $x = ۰$ و $x = ۱$ است:

$$\begin{cases} x = ۰ \Rightarrow y = ۰+۱ = ۱ \\ x = ۱ \Rightarrow y = ۱+۱ = ۲ \end{cases} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{۱, ۲\}$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۸

۴۶

گزینه ۲

برای به دست آوردن برد تابع این‌گونه عمل می‌کنیم:

$$|x| \geq ۰ \Rightarrow |x| + ۸ \geq ۸ \Rightarrow \sqrt[۳]{|x|+۸} \geq ۲ \Rightarrow ۰ < \frac{۱}{\sqrt[۳]{|x|+۸}} \leq \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\times ۱۲} ۰ < f(x) \leq ۶$$

پس برد تابع برابر است با $R_f = (۰, ۶]$ که شامل ۶ عدد صحیح است.

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۴

۴۷

گزینه ۱

به ازای مقادیر $x \geq ۲$ عبارت زیر رادیکال نامنفی است و داریم $|۲ - x| = x - ۲$ و تابع به‌صورت زیر ساده می‌شود:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-۲}-۱}{|۲-x|-x} = \frac{\sqrt{x-۲}-۱}{x-۲-x} = \frac{\sqrt{x-۲}-۱}{-۲}$$

$$x \geq ۲ \Rightarrow \sqrt{x-۲} \geq ۰ \Rightarrow \sqrt{x-۲}-۱ \geq -۱ \Rightarrow \frac{\sqrt{x-۲}-۱}{-۲} \leq \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow f(x) \leq \frac{۱}{۲} \Rightarrow R_f = (-\infty, \frac{۱}{۲}]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک یازدهم آزمون شماره ۶ ۱۳۹۸

۴۸

گزینه ۳

برد توابع $f(\frac{x}{۲}+۱)$ و $f(x)$ یکسان هستند. باتوجه‌به نمودار، برد تابع داده‌شده برابر $[-۱, ۲]$ است. داریم:

$$-۱ \leq f(x) \leq ۲ \Rightarrow -۲ \leq ۲f(x) \leq ۴ \Rightarrow -۵ \leq ۲f(x) - ۳ \leq ۱$$

$$\xrightarrow{\text{قدر مطلق می‌گیریم}} ۰ \leq |۲f(x) - ۳| \leq ۵$$

$$\xrightarrow{\text{رادیکال می‌گیریم}} ۰ \leq \sqrt{|۲f(x) - ۳|} \leq \sqrt{۵}$$

تذکر: مقدار تابع $f(x)$ در $x = ۳$ برابر ۲ است.

قلمچی ریاضی و فیزیک سوم آزمون شماره ۷ ۱۳۹۶

۴۹

گزینه ۱

$$f(x) = \frac{۲g(x)}{g(x)-۲} = \frac{۲g(x)-۴+۴}{g(x)-۲} = \frac{۲(g(x)-۲)}{g(x)-۲} + \frac{۴}{g(x)-۲} = ۲ + \frac{۴}{g(x)-۲}$$

می‌دانیم $g(x) \leq ۰$ است، پس:

$$g(x) \leq ۰ \Rightarrow g(x) - ۲ \leq -۲ \Rightarrow -\frac{۱}{۲} \leq \frac{۱}{g(x)-۲} < ۰$$

$$\xrightarrow{\times ۴} -۲ \leq \frac{۴}{g(x)-۲} < ۰ \xrightarrow{+۲} ۰ \leq \frac{۴}{g(x)-۲} + ۲ < ۲$$

$$\Rightarrow ۰ \leq f(x) < ۲ \Rightarrow R_f = [۰, ۲)$$

قلمچی ریاضی و فیزیک دوازدهم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۸

۵۰

گزینه ۳

باتوجه‌به نمودار $y = f(x)$ داریم:

$$0 \leq f(x) < 3$$

$$\Rightarrow 16 \leq f^2(x) + 16 < 25 \Rightarrow 4 \leq \sqrt{f^2(x) + 16} < 5$$

$$\xrightarrow{\times(-2)} -10 < -2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -8$$

$$\xrightarrow{+3} -7 < 3 - 2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -5 \Rightarrow R_y = (-7, -5]$$

قلمچی ریاضی و فیزیک چهارم آزمون شماره ۱۲ ۱۳۹۵