گروه آموزشی کلاسویچ

Classwich.ir

لقمه ریاضی کلاسویچ

جزء صحیح

تهیه کننده : علی گودینی

جز صحیح (براکت)

جز صحیح عدد حقیقی x ، بزرگ ترین عدد صحیح کوچک تر یا مساوی x می باشد . جز صحیح عدد حقیقی x را با نماد $[x]$ نمایش می دهیم.

به بیان ریاضی :

$$[x] = Max\{n \in \mathbb{Z} | n \leq x\}$$

یعنی بزرگ ترین عددصحیحی که کوچکتر یا مساوی آن است.

ویژگی های جز صحیح

- ویژگی اول :

$$[x] \in \mathbb{Z}$$

- ویژگی دوم :

$$[x+k] = [x] + k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- ویژگی سوم :

$$x - 1 < [x] \leq x$$

- ویژگی چهارم : $a \neq 0$

$$0 \leq x - [x] < 1$$

■ ویژگی پنجم :

$$[x] = k \Leftrightarrow k \le x < k+1 \quad k \in \mathbb{Z}$$

■ ویژگی ششم :

$$[nx] = [x] + \left[x + \frac{1}{n}\right] + \left[x + \frac{2}{n}\right] + \cdots + \left[x + \frac{n-1}{n}\right]$$

■ ویژگی هفتم :

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in Z \\ 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

■ ویژگی هشتم :

$$[-x] = \begin{cases} -x & x \in Z \\ -[x] - 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

■ ویژگی نهم :

$$[x+y] = \begin{cases} [x] + [y] & 0 \le p + q < 1 \\ [x] + [y] + 1 & 1 \le p + q < 2 \end{cases}$$

$$(\boldsymbol{x = [x] + p} \quad ، \quad \boldsymbol{y = [y] + q})$$

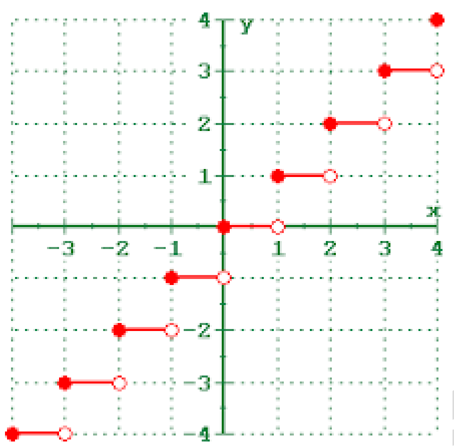
پایه یازدهم ریاضی و تجربی

پایه یازدهم سه رشته

تابع جزء صحیح

تابعی است که به هر عدد حقیقی x ، جز صحیح آن را نسبت می دهد. ضابطه این تابع $f(x) = [x]$ است. اگر دامنه این تابع را برابر $\mathbb{R}$ بگیریم ، برد آن مجموعه اعداد صحیح یعنی $\mathbb{Z}$ خواهد بود.

نمودار تابع $f(x) = [x]$ به صورت زیر است :



رسم نمودار توابع شامل جز صحیح

در حالت کلی برای رسم توابع شامل جزء صحیح در یک بازه ،

1 ابتدا محدوده عبارت درون براکت را به دست آورده و در صورت نیاز این محدوده را به زیربازه های کوچک تر به گونه ای تقسیم بندی می کنیم که حاصل براکت در هر زیر بازه تنها برابر یک عدد صحیح باشد. سپس مقدار براکت هر زیر بازه به دست آورده و نمودار تابع را در هر زیربازه رسم می کنیم.

پایه یازدهم رشته

2 سپس مقدار براکت هر زیر بازه به دست آورده و نمودار تابع را در هر زیربازه رسم می کنیم.

مثال :

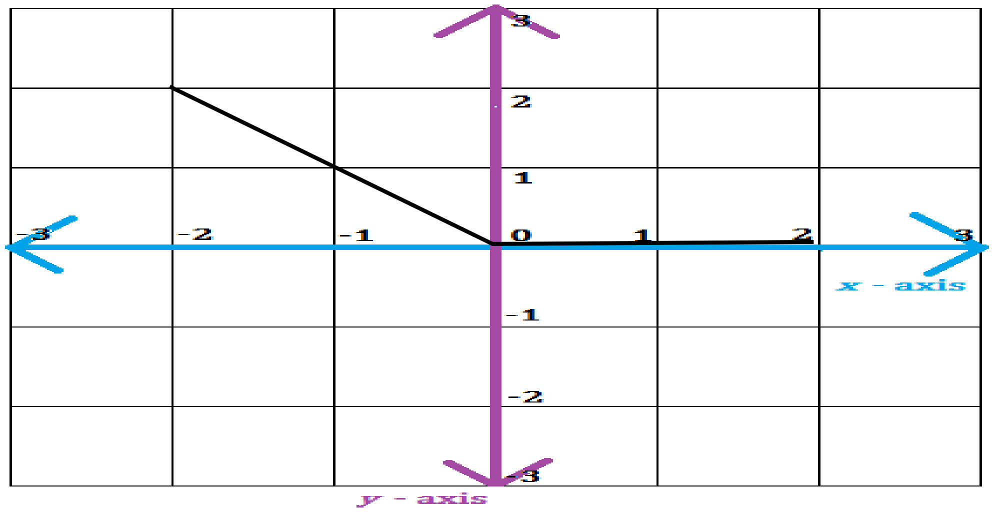
دربازه : $[-2,3)$ $\qquad f(x)=x\left[\frac{x}{3}\right]$

$$x\in[-2,3)\Rightarrow -2\le x<3\Rightarrow -\frac{2}{3}\le\frac{x}{3}<1$$

$$-\frac{2}{3}\le\frac{x}{3}<0\Rightarrow\begin{cases}\left[\frac{x}{3}\right]=-1\\-2\le x<0\end{cases}\Rightarrow f(x)=-x\,,-2\le x<0$$

$$0\le\frac{x}{3}<1\Rightarrow\begin{cases}\left[\frac{x}{3}\right]=0\\0\le x<3\end{cases}\Rightarrow f(x)=0\,,-2\le x<3$$

$$f(x)=\begin{cases}-x & ,-2\le x<0\\0 & ,0\le x<3\end{cases}$$



رسم نمودار تابع $y=[f(x)]$ به کمک نمودار $y=f(x)$

برای رسم نمودار $y=[f(x)]$ به کمک نمودار $y=f(x)$ که به روش تصویر سازی معروف است ، فرایند زیر را انجام می دهیم :

1. نمودار $y=f(x)$ را رسم می کنیم.
2. خطوط افقی به معادله $(k\in\mathbb{Z})y=k$ را به گونه رسم می کنیم که نمودار f را قطع کنند.
3. محل تلاقی نمودار با خطوط y=k را با نقطه توپر مشخص نموده و سپس بخش هایی از نمودار را که بین دو خط y=k و y=k+1 قرار دارد ، روی y=k تصویر می کنیم.

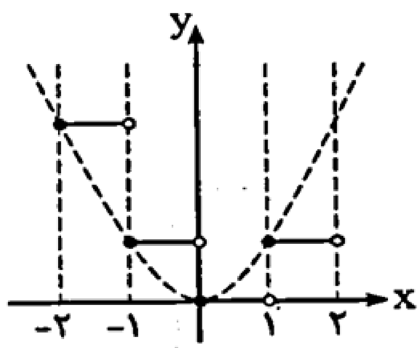
رسم نمودار تابع $y = f([x])$ به کمک نمودار $y = f(x)$

برای رسم نمودار $y = f([x])$ فرایند زیر را انجام می دهیم :

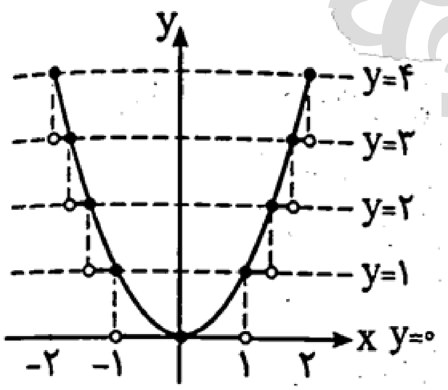
1. نمودار $y = f(x)$ را رسم می کنیم.

2. خطوط افقی به معادله $y = k$ $(k \in \mathbb{Z})$ را به گونه رسم می کنیم که نمودار f را قطع کنند.

3. محل تلاقی نمودار $y = f(x)$ با خطوط x=k را با نقاط توپر مشخص کرده و از این نقاط پاره خطی افقی به طول یک واحد به سمت راست رسم می کنیم.



$y = [x^2]$



$y = [x]^2$